數學獨立研究研究日誌

|  |  |
| --- | --- |
| 研究活動 | 研究1.不動點個數產生極大值的地方 |
| 研究日期 | 111.03 |
| 研究進度與內容 | 假設最底層為，若選擇()交換，  由引理4得知，不動點個數可寫成下列一般式：  (其中)        令，  則當時會有極大值。 |
| 回饋: | |

數學獨立研究研究日誌

|  |  |
| --- | --- |
| 研究活動 | 研究2.利用不移動點證明平面三角形一般式 |
| 研究日期 | 111.03 |
| 研究進度與內容 | 假設最底層為第n層，若選擇第m層交換，分為以下兩種結果討論   1. 當n+m為奇數   此時中間軸沒有硬幣，為上下兩兩一組對稱分布  總顆數為        將分子展開整理成m的二次函數可得  此時當時有極大值，  接下來討論n除3不同餘數時，m所對應的整數值。  (1)  第m層顆數為  第層顆數為  不移動總顆數為  移動最少顆數為，故得證。  (2)，不合(因為n+m為奇數)。  (3)，不合(因為n+m為奇數)。 |

|  |  |
| --- | --- |
|  | 二、當n+m為偶數  此時中間軸有硬幣(為第層)  到中間層的總顆數為        將分子展開整理成m的二次函數可得  此時當時有極大值，  同理，討論n除3不同餘數時，m所對應的整數值。  (1)  不合，因為n+m為偶數。  (2)，  第m層顆數，而  第層顆數  不移動總顆數為  移動最少顆數為，得證。  (3)，  第m層顆數，而  第層顆數  不移動總顆數為      移動最少顆數為  ，得證。 |

|  |  |
| --- | --- |
| 研究活動 | 研究3.平方級數和及立體錐總顆數一般式 |
| 研究日期 | 2022.02 |
| 研究進度與內容 | 我們科展當中有運用到平方級數、立體錐總顆數的一般式，在之前我有上網查過，不過都是運用很複雜的原理，所以只是國中生的我看不懂。不過老師用了一個很簡單的原理讓我了解    如上圖，我們首先先將”金字塔格子的數量”算出來，也就是，接下來如果我們把三個金字塔內的數量相加，例如:第一個金字塔的首項是1；第二個金字塔的首項是n；第三個金字塔的首項是n，1+n+n=2n+1。若每格都這樣算的話，我們會發現每一格都是2n+1，因此3個金字塔內的數字總和=，但我們只用算一個金字塔內的數字總和，所以=，由得證。  而算出立體錐總顆數也是一樣的方法，只是換數字而已，我們把n換成1、n-1換成2、……、1換成n，這時候我們會發現每格方格的數字是(n+2)，所以我們得出立體錐總顆數和之一般式為。  這次不僅讓我學會如何證明平方級數和，也讓我知道數學不只會有一種方法! |
|  | |

|  |  |
| --- | --- |
| 研究活動 | 研究4.柯西不等式證明 |
| 研究日期 | 2022.02 |
| 研究進度與內容 | http://www.mathland.idv.tw/fun/cauchy.jpg  圖一和圖二是全等的長方形，圖一黃色區域的面積是ac+bd，圖二黃色區域的面積=ac×2+bd×2=ac+bd。由此我們可以得知紅色面積也相等  因為圖一的紅色面積為ad+bc，因此我們可得知ad+bc=，此時我們分為兩種情況:   1. 紅色區域不是長方形   因為三角形的斜邊長大於股長，因此我們可得知，將兩邊平方後，得出 (a2+c2)(d2+b2) > (ad+bc)2   1. 如果紅色區域是長方形，則，由ad+bc=可得知   ad+bc=，即 (ad+bc)2 = (a2+c2)(d2+b2)。  如圖三，如果 a：d = c：b，則紅色區域一定是長方形，理由如下： |
|  | http://www.mathland.idv.tw/fun/cauchy3.jpg  因為直角△CDA和直角△BEC，a：d = c：b 即 CD : BE = DA : EC ，又∠D =∠E = 90∘，所以 △CDA和直角△BEC相似 (SAS相似)，因此 ∠1=∠2。因為∠1+∠3 = 90∘，所以∠2+∠3 = 90，可知∠BCA是直角，因此圖三的紅色區域(平行四邊形)是長方形。  由上述可知如果 a：d = c：b，則  (a2+c2)(d2+b2) = (ad+bc)2 。  可以推廣得知，「若 a、b、c、d是任意數，則(a2+c2)(d2+b2) ≧ (ad+bc)2 ，當 a：d = c：b 時，等號成立。」 |
|  | |