

國立東港海事水產職業學校

數獨之謎

學 生：陳意方

班 級：電二甲

中華民國九十七年十月

一、前言

「數獨 sudoku」來自日文，但概念源自「拉丁方塊」，是十八世紀瑞士數學家歐拉發明的。

數獨這個數字解謎遊戲，完全不必要用到算術！會用到的只是推理與邏輯。剛開始接觸數獨時，即使是只須用到"基礎摒除法"及"唯一解法"技巧的簡易級謎題，就已可讓我們焦頭爛額了，但是隨著我們深陷數獨的迷人世界之後，這類簡易級的數獨謎題必定在短時間內難再使我們獲得征服的滿足。於是，當我們逐步深入、進階到更難的遊戲後，我們將會需要發展出更多的解謎技巧。雖然最好的技巧便是我們自己發現的竅門，這樣我們很容易就能記住它們，運用自如，不需要別人來耳提面命。但是如果完全不去觀摩學習他人發展出來的技巧，而全靠自己摸索，那將是一個非常堅苦的挑戰，也不是正確的學習之道！所以讓我們一齊來探討數獨的解謎方法吧！數獨的解謎技巧，剛開始發展時，以直觀法為主，對於初入門的玩家來說，這也是一般人較容易理解、接受的方法，對於一般報章雜誌及大眾化網站上的數獨謎題而言，如果能靈活直觀法的各項法則，通常已游刃有餘。

二、正文

1. 數獨謎題都只有一個解嗎？

數獨之所以會在短時間內造成一股風潮，就在於它強調了人性化、樂趣化，及每一個數獨謎題都可以純粹使用邏輯、推理的方式來解決。

在這個前提之下，相信你已可以分辨：不是一個解的數獨謎題其實是失敗的謎題。因為這類的謎題在解題的過程中，必定會有一個以上的宮格無法使用推理找出答案，而需要用猜測或代入等非邏輯的方法，一方面可能浪費我們的時間，再者也將大大的降低了我們解題的樂趣。

沒有經過設計的數獨謎題，包含一個以上解的可能性比只有一個解的可能性大上好多倍，能設計出只有一個解的數獨謎題才是有能力的設計者。所以在知名的媒體上或書中提供的數獨謎題都只有一個解，並不是因為在設計時自然就可造成，而是規定出來的。

有些網站、程式或玩家以擁有或破解包含一個以上解的數獨謎題為榮，殊不知那其實是數獨玩家的棄地！

2. 解一個數獨謎題大約需時多久？

以下的敘述均在「不使用電腦的提示功能、也不顯示候選數」的狀況下而言：對初次接觸數獨尚未入門、未能抓住訣竅的玩家來說，解個簡易級的謎題，花上三、四個鐘頭是常有的事。不過只要接受適當的指導，大概都能馬上縮短到 10~30 分鐘內完成。

中、高級的數獨謎題所需時間差距很大，有些謎題如果不配合候選數法，甚至無法解題。所以所需時間甚難估計，只要能解出來就是很大的成就了，花了多少時間其實並不是很重要的！

3. 數獨謎題給定數字的多寡會影響解的個數嗎？

給定數字的多寡並不會影響解的個數。

如果設計不良，即使已給定了 77 個數字，照樣會有兩個解！<圖 1>就是一個

3	1	4	7	5	9	6	2	8
2	9	5	4	6	8	1	7	3
7	6	8	1	2	3	5	4	9
4	7	9	5	1	2	3	8	6
1	5	6	3	8	4	7	9	2
8	3	2	6	9	7	4	5	1
6	8	3	9		5	2	1	
9	4	7	2	3	1	8	6	5
5	2	1	8		6	9	3	

例子：<圖 1>

請自行填入數字試試，以下列二法填入，皆為其解：

在 (7, 5)、(9, 9) 填入數字 4，在 (7, 9)、(9, 5) 填入數字 7。

在 (7, 5)、(9, 9) 填入數字 7，在 (7, 9)、(9, 5) 填入數字 4。

4. 數獨謎題給定數字的多寡會影響難度嗎？

給定數字的多寡並不會影響難度。

一般人都會有一個錯誤的想法，以為數獨謎題預先給定的數字越多，則解題的難度越低；反之，預先給定的數字越少，則解題的難度越高。其實錯了！數獨的難度並不受預先給定數字的多寡影響，完全取決於謎題設計的技巧。

看看實際的例子好了！<圖 2>是一個簡易級的數獨謎題，只要用到唯一解法就可將謎題解出；若打開輔數開關，可一路選填唯一候選數，輕易的解出答案。

			8		6			
	4			7			3	
5	3						2	7
		2	5		4	9		
		1	3		7	5		
7	1						5	2
	8			5			1	
			6		9			

<圖 2>

至於<圖 3>就是一個困難級的數獨謎題了，雖然給定的數字已有 29 個之多，比<圖 2>這個簡易級的謎題還多了 3 個數字，但在解題時則須用到關鍵數刪減

	9				5	6	1	3
				7				2
5					1		4	8
			5		6		2	
				1				
	1		2		3			
1	3		7					9
6				5				
8	2	5	1				6	

法，非數獨達人是解不出的。<圖 3>

5. 可能會有多少種不同的數獨？

現在數獨正在歐美日各國瘋狂的流行中，各大報紙天天連載，數獨的專書也是一本又一本的出，是不是有人會擔心：「會不會有一天，數獨題目已出無可出了呢？」其實不必擔心，大家如果看過「數獨的變形」之論述，可知：「即使是同一個數獨謎題，經過適當的變形之後，將會顯現完全不同的面貌。」

在不影響對稱分佈的情況下，其中剛性變形有 8 種、大區塊調整變形有 2 種、大區塊行列調整變形有 $(3 \times 2)^2 = 36$ 種、代數變形有 $9! = 362880$ 種、所以只用一

個數獨謎題，總計可變化出出 $362880 \times 36 \times 2 \times 8 = 209,018,880$ 個數獨謎題來。
 再從另一個角度來探討：<圖 4>是一個簡易級的數獨謎題，其解答如<圖 5>。

		4	8			3		
	2		9		7			
	1					6		
2				4				1
9								8
8				2				5
		2						8
			5		6		7	
		3			1	9		

<圖 4>

6	9	4	8	1	2	3	5	7
3	2	5	9	6	7	8	1	4
7	1	8	4	5	3	6	2	9
2	5	6	3	4	8	7	9	1
9	4	1	6	7	5	2	3	8
8	3	7	1	2	9	4	6	5
1	6	2	7	9	4	5	8	3
4	8	9	5	3	6	1	7	2
5	7	3	2	8	1	9	4	6

<圖 5>

有一種數獨謎題的製作方法為「挖洞法」，是將填滿的數獨方陣，隨機的挖去部份數字，最後再加以調整，使其可以用邏輯方法解題，<圖 6> 就是其中的一個實例，其解即<圖 5>，但謎面數字的呈現卻是完全不同的，而且其等級也超越

		4	8					7
			9		7			1
7	1					6		
				4			9	
9	4						3	8
	3			2				
		2						8
	8		5		6			
5					1	9		

了簡易級而是中級。 <圖 6>

尤怪早期製作數獨即以此法運作，只用一個數獨的模型，可以挖出上百個各種等級的不同數獨來。好！一個模型尚且可挖出上百個數獨，那總共有多少個數獨模型可用呢？那真是個天文數字啊！我們就不要管這個數字是怎麼推測出來的了，據說是 6,670,903,752,021,072,936,960 個，那麼所挖出的數獨當然也是個天文數字了。

6. 任意給定一些數字是否都會有解？

由於數獨的謎題實在太多了，加上挖洞法的實施，不論怎麼挖總是有解，而且常常會有兩個以上的解！於是有人不禁懷疑：「是不是在不違反數獨填製規則的條件下，於數獨方陣中隨機放置任意的一些數字後，都可以有解呢？」答案是：「否！」。數獨謎題當然不可能這麼容易就可造出來！請看<圖 7>就是一個例子，謎面上的數字完全符合數獨填製的規則，但卻是無解的！因為第 2、3 列都已有數字 1 了，所以上中九宮格只能填到 (1,5)，但第 5 行又有一個 1 存在 (5,5)，所以若不將 1 填入 (1,5)，上中九宮格就沒有數字 1；若將 1 填入 (1,5)，第 5 行又將有兩個數字 1；所以是無解了。

		9	3		2			
	1			5				7
		7					1	
	2				9			8
				1				
9			5					6
	5					9		
8				9			5	
			7		4	8		

<圖 7>

7. 目前給定數字最少的數獨謎題是多少個？

目前給定數字最少的數獨謎題需要 18 個數字，下圖是其中的一個例子：

				6	4		9	
	2					5		
					9			
9		1						
		4				2		
						7		3
			3					
		8					4	
	6		2	7				

<圖 8>

如果給定的數字並不要求對稱，那麼目前給定數字最少的數獨謎題需要 17 個數字，下圖是其中的一個例子：

		6			3			
			8	9				
4		5						
								5
	2				1			
	9							6
	3					8		
		1				2		
				4	5			

<圖 9>

三、結論

遊戲規則很簡單：在九個九宮格裡，填入 1 到 9 的數字，讓每個數字在每個行、列及九宮格裡都只出現一次。謎題中會預先填入若干數字，其他宮位則留白，玩家得依謎題中的數字分布狀況，邏輯推敲出剩下的空格裡是什麼數字。

方格裡擺幾個數字，乍看之下好像沒什麼。但數獨好玩之處，就在其中推推敲敲的過程，以及解答出來的成就感。自從台灣引進數獨後，玩過的人都說好玩，除非根本沒玩過，否則沒有聽過玩過之後覺得不好玩的。由於規則簡單，卻變化無窮，在推敲之中完全不必用到數學計算，只需運用邏輯推理能力，所以無論老少中青男女，人人都可以玩。而且容易入手、容易入迷，一玩就上癮。只需九個九宮格，及 1 到 9 不重複的阿拉伯數字，也超越了文字的障礙，因此自從出現後，從東方到西方，風靡億萬人。

數獨是一種可以紓解課業壓力的方式，同時也可以讓頭腦活動活動，是一種全家大小都可以玩的遊戲。玩數獨需要耐心、專心和推理能力，很多時候數獨常被用來排遣時間或是充實生活，當把九宮格都填滿的時候，真的很有成就感！

資料來源：

參考(1) <http://oddest.nc.hcc.edu.tw/sumain.htm> (數獨樂園)

參考(2) 輕輕鬆鬆學數學—頭腦體操 出版社：台灣實業 出版印刷：1998/9

參考(3) 有趣速算 3 秒教 出版社：世茂出版社 出版印刷：2002/10