

屏東縣第 61 屆國中小學科學展覽會 作品說明書

科 別：數學

組 別：國小組

作品名稱：Just nim

關 鍵 詞：餘數定理、二進位、尼姆遊戲（最多三個）

編號：A1055

製作說明：

- 1.說明書封面僅寫科別、組別、作品名稱及關鍵詞。
- 2.編號：自報名系統報名完取得作品編號後，先填寫回作品封面上，再存成 docx 及 pdf 檔後再上傳。
- 3.封面編排由參展作者自行設計。

Just nim

摘要

本次設計是以桌遊為起搞且兼具同儕學習效果的教材，桌遊近十年來漸漸普及化，越來越多人開始熟悉這項娛樂活動。同學都喜歡在下課時玩個小桌遊，某日經老師引導，就開始設計，這桌遊乍看之下，似乎極為簡單；但是，實際和別人對弈之後才發現，想要贏，也不是那麼容易。如不思考，每回都靠運氣，可是行不通的。因此，我們上網找了許多資料，卻發現這是古老的遊戲「拈」之變形，這遊戲注重相同規則的研究，所以我們列舉了所有的可能情況，再用「倒推法」找到了必勝絕招。在研究討論的過程中，我們歸納發現竟然在不同的遊戲規則之下，同時存在相同規則的安全殘局： $(0-2-2)$ 、 $(0-3-3)$ 、 $(0-4-4)$ 、 $(0-5-5)$ 、 $(0-6-6)$ 、 $(1-2-3)$ 、 $(1-4-5)$ 、 $(1-6-7)$ 、 $(2-4-6)$ 、 $(2-5-7)$ 、 $(3-4-7)$ 、 $(3-5-6)$ 。這可是一大發現，值得我們再繼續深入研究。

壹、研究動機

有一天上課，老師教我們玩了一個遊戲，叫「尼姆遊戲」，是一種兩個人玩的回合制數學戰略遊戲，規則是幾排棋子（或者任何道具）中選擇一排，再由這一排中取走一個或者多個，依規則不同，拿走最後一個的可能是輸家，也有可能是贏家。雖然大家都玩得不亦樂乎，但是都以運氣而不是用思考來獲勝，於是我們決定從殘局找出規律性，並討論有沒有必勝條件。

貳、研究目的

- 一、研究從「尼姆遊戲」，找出必勝規則，歸納一份絕招公式。
- 二、能從此研究中了解古老遊戲「拈」的規律性和公式。
- 三、透過研究的結果，設計一套益智桌遊遊戲。

參、研究設備及器材

- 一、圍棋
- 二、疊杯
- 三、USL 連接方塊
- 四、任何信手「拈」來的物品



肆、研究過程或方法

一、文獻探討:

| 屆別 | 組別 | 作品名稱 | 本研究參考策略 |
|----|----|-------------|----------|
| 39 | 國小 | 誰是最後贏家 | 一區取子規律 |
| 42 | 國小 | 先下手為強嗎？ | 古老遊戲-拈 |
| 45 | 國中 | 撲克撲克你在哪裡 | 如何獲勝的策略 |
| 46 | 國小 | 一個對局遊戲研究與推廣 | 拈之變形 |
| 47 | 國小 | 撿石頭 | 如何找出致勝點 |
| 51 | 國小 | 兵臨城下 | 分區討論致勝絕招 |

二、研究過程:

探討以下七個主題的獲勝規則，主題如下述：

| | | |
|---------------------------|--------------------------------|-----------------------------|
| 主題一、只有一區 不限取子數 | 主題二、只有一區 每人只取一子 | 主題三、只有一區 每人最多取二子 最少一子 |
| 主題八、研發「Just nim」益智桌遊遊戲 | Just nim 研究過程 | 主題四、分一區 每人最多取三子 最少一子 |
| 主題七、二進位法探 討 | 主題六、分三區不限 取子數不可跨區 | 主題五、分二區不限 取子數不可跨區 |

三、研究方法:

研究一：只有一區，不限取子數→餘數法。

研究二：只有一區，每人只取一子→餘數法。

研究三：只有一區，每人最多取二子，最少取一子→餘數法。

研究四：只有一區，每人最多取三子，最少取一子→餘數法。

研究五：分二區，不限取子數，不可跨區→倒推法。

研究六：分三區，不限取子數，不可跨區→倒推法。

研究七：二進位法。

研究八：研發「Just nim」益智桌遊遊戲。

四、名詞解釋：

(一)餘數法：在此研究中，要將與餘數相同的 USL 連接方塊先取走，即能獲勝的方法。

(二)倒推法：先將 USL 連接方塊減到最少，可以直接看出輸贏，然後再以此安全殘局往前推斷出所有的獲勝殘局。

(三)短除法：除法的另一種表示法，方便將十進位數換成二進位數。

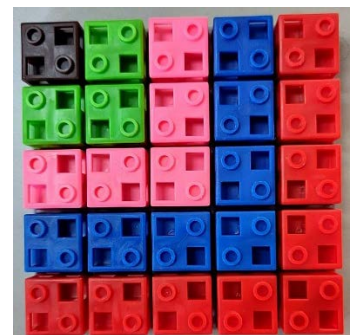
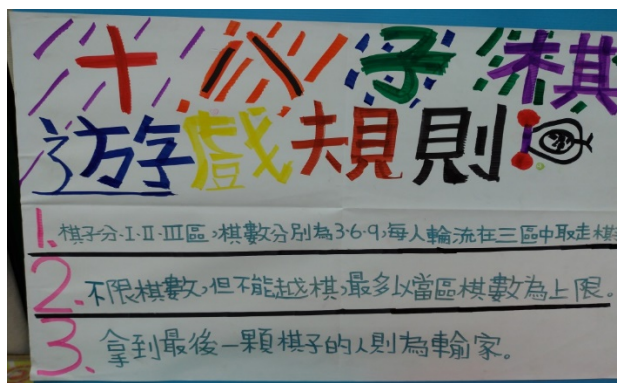
(四)二進位數：將數以 1 和 0 來表示，也就是滿 2 進位。

五、遊戲規則：

(一) USL 連接方塊依顏色分區，共分 5 區，方塊數分別 3、6、9，每人輪流在三區中取走棋子。

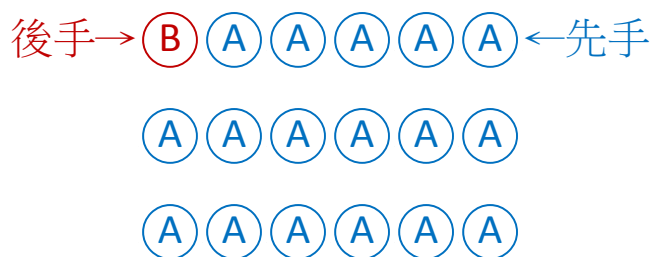
(二)不限 USL 連接方塊數量，但不能越區取棋，最多以當區 USL 連接方塊數量為上限。

(三)使對手拿到最後一顆 USL 連接方塊的人則為贏家。

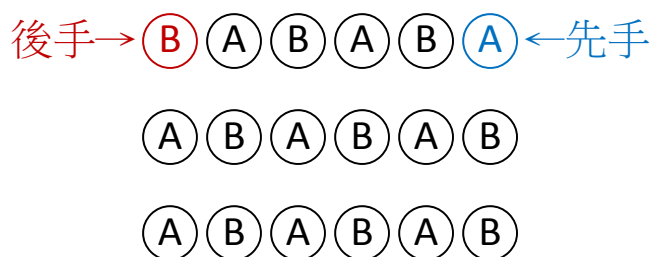


伍、研究結果

一、研究一：只有一區，又不限取子數，猜拳贏的人(先手，以 A 表示)，取十七顆棋子，剩下一顆給後手(以 B 表示)，就贏了。

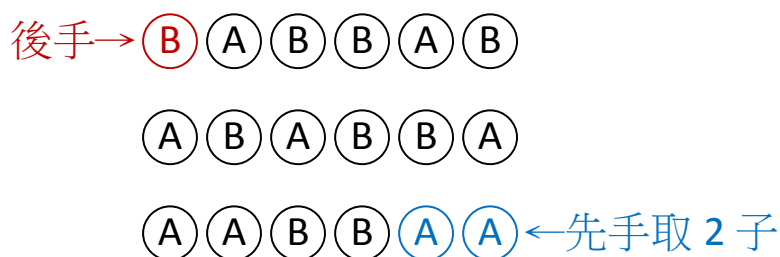


二、研究二：只有一區，每人取一子，猜拳贏的人，留下最後一顆給後手，剩下十七顆棋子，先手取一顆，你一顆，我一顆，也是贏定了。



三、研究三：

(一)只有一區，每人最多取二子，最少取一子，以餘數法可以知道，猜拳贏的人，留下最後一顆給後手，剩下十七顆棋子，先手只要取走將 17 除以(2+1)所得到的餘數的棋子，便可獲勝。

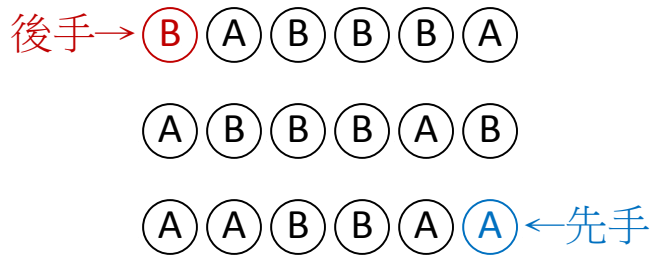


(二)說明:先留下一子給後手，剩下十七顆棋子，先手取 2 子，剩 15 子。如果後手取

1 子，先手就取 2 子;後手取 2 子，則先手取 1 子。如此一來，先手加後手的取棋數必為 3，而 15 是 3 的倍數，因此最後 1 子必為後手取到，後手必輸。

四、研究四：

(一)只有一區，每人最多取三子，最少取一子，以餘數法可以知道，猜拳贏的人，留下最後一顆給後手，剩下十七顆棋子，先手只要取走將 17 除以(3+1)所得到的餘數的棋子，便可獲勝。



(二)說明:先留下一子給後手，剩下十七顆棋子，先手取 1 子，剩 16 子。如果後手取 1 子，先手就取 3 子;後手取 2 子，則先手取 2 子;後手取 3 子，則先手取 1 子。如此一來，先手加後手的取棋數必為 4，而 16 是 4 的倍數，因此最後 1 子必為後手取到，後手必輸。

五、研究五：

(一)分二區，所以每區各有九顆棋子，不限取子數，不可跨區，猜拳贏的人，先取一子，則殘局是(8, 9)，如果後手取(II, 1)，也就是取第二區一子，留下(8-8)，然後先手及後手在不同區輪流拿一子，直到殘局(2-2)時，先手在第一區取一子，後手則在第二區取二子，則先手取走最後一子，後手勝;反之，剩下殘局(2-2)時，先手在第一區取二子，後手則在第二區取一子，則先手取走最後一子，後手定可獲勝。



(A) (A) (B) (B) (A) (A) ←先手

(二)以倒推法可以得到安全殘局： (2-2)、(3-3)、(4-4)、(5-5)、
(6-6)、(7-7)、(8-8)、(9-9)。

| 2 - 2 | | 殘 局 | 後 手 取 棋 | | 安 全 殘 局 |
|----------------|---|-----------|----------------|---|-------------|
| A = (I , 1) | → | (1 - 2) | B = (II , 2) | → | (1 - 0) * |
| A = (I , 2) | → | (0 - 2) | B = (II , 1) | → | (0 - 1) * |
| A = (II , 1) | → | (2 - 1) | B = (I , 2) | → | (0 - 1) * |
| A = (II , 2) | → | (2 - 0) | B = (I , 1) | → | (1 - 0) * |

| 3 - 3 | | 殘 局 | 後 手 取 棋 | | 安 全 殘 局 |
|----------------|---|-----------|----------------|---|-------------|
| A = (I , 1) | → | (2 - 3) | B = (II , 1) | → | (2 - 2) * |
| A = (I , 2) | → | (1 - 3) | B = (II , 3) | → | (1 - 0) * |
| A = (I , 3) | → | (0 - 3) | B = (II , 2) | → | (0 - 1) * |
| A = (II , 1) | → | (3 - 2) | B = (I , 1) | → | (2 - 2) * |
| A = (II , 2) | → | (3 - 1) | B = (I , 3) | → | (0 - 1) * |
| A = (II , 3) | → | (3 - 0) | B = (I , 2) | → | (1 - 0) * |

| 4 - 4 | | 殘 局 | 後 手 取 棋 | | 安 全 殘 局 |
|----------------|---|-----------|----------------|---|-------------|
| A = (I , 1) | → | (3 - 4) | B = (II , 1) | → | (3 - 3) * |
| A = (I , 2) | → | (2 - 4) | B = (II , 2) | → | (2 - 2) * |
| A = (I , 3) | → | (1 - 4) | B = (II , 4) | → | (1 , 0) * |
| A = (I , 4) | → | (0 - 4) | B = (II , 3) | → | (0 - 1) * |
| A = (II , 1) | → | (4 - 3) | B = (I , 1) | → | (3 - 3) * |

| | | | | | |
|----------------|---|-----------|---------------|---|-------------|
| A = (II , 2) | → | (4 - 2) | B = (I , 2) | → | (2 - 2) * |
| A = (II , 3) | → | (4 - 1) | B = (I , 4) | → | (0 - 1) * |
| A = (II , 4) | → | (4 - 0) | B = (I , 3) | → | (1 - 0) * |

| 5 - 5 | | 殘 局 | 後 手 取 棋 | | 安 全 殘 局 |
|----------------|---|-----------|----------------|---|-------------|
| A = (I , 1) | → | (4 - 5) | B = (II , 1) | → | (4 - 4) * |
| A = (I , 2) | → | (3 - 5) | B = (II , 2) | → | (3 - 3) * |
| A = (I , 3) | → | (2 - 5) | B = (II , 3) | → | (2 - 2) * |
| A = (I , 4) | → | (1 - 5) | B = (II , 5) | → | (1 - 0) * |
| A = (I , 5) | → | (0 - 5) | B = (II , 4) | → | (0 - 1) * |
| A = (II , 1) | → | (5 - 4) | B = (I , 1) | → | (4 - 4) * |
| A = (II , 2) | → | (5 - 3) | B = (I , 2) | → | (3 - 3) * |
| A = (II , 3) | → | (5 - 2) | B = (I , 3) | → | (2 - 2) * |
| A = (II , 4) | → | (5 - 1) | B = (I , 5) | → | (0 - 1) * |
| A = (II , 5) | → | (5 - 0) | B = (I , 4) | → | (1 - 0) * |

| 6 - 6 | | 殘 局 | 後 手 取 棋 | | 安 全 殘 局 |
|---------------|---|-----------|----------------|---|-------------|
| A = (I , 1) | → | (5 - 6) | B = (II , 1) | → | (5 - 5) * |
| A = (I , 2) | → | (4 - 6) | B = (II , 2) | → | (4 - 4) * |
| A = (I , 3) | → | (3 - 6) | B = (II , 3) | → | (3 - 3) * |
| A = (I , 4) | → | (2 - 6) | B = (II , 4) | → | (2 - 2) * |
| A = (I , 5) | → | (1 - 6) | B = (II , 6) | → | (1 - 0) * |
| A = (I , 6) | → | (0 - 6) | B = (II , 5) | → | (0 - 1) * |

| | | | | | |
|----------|---|-----------|----------|---|-------------|
| A=(Ⅱ, 1) | → | (6 - 5) | B=(Ⅰ, 1) | → | (5 - 5) * |
| A=(Ⅱ, 2) | → | (6 - 4) | B=(Ⅰ, 2) | → | (4 - 4) * |
| A=(Ⅱ, 3) | → | (6 - 3) | B=(Ⅰ, 3) | → | (3 - 3) * |
| A=(Ⅱ, 4) | → | (6 - 2) | B=(Ⅰ, 4) | → | (2 - 2) * |
| A=(Ⅱ, 5) | → | (6 - 1) | B=(Ⅰ, 6) | → | (0 - 1) * |
| A=(Ⅱ, 6) | → | (6 - 0) | B=(Ⅰ, 5) | → | (1 - 0) * |

| 7 - 7 | | 殘 局 | 後手取棋 | | 安全殘局 |
|----------|---|-----------|----------|---|-------------|
| A=(Ⅰ, 1) | → | (6 - 7) | B=(Ⅱ, 1) | → | (6 - 6) * |
| A=(Ⅰ, 2) | → | (5 - 7) | B=(Ⅱ, 2) | → | (5 - 5) * |
| A=(Ⅰ, 3) | → | (4 - 7) | B=(Ⅱ, 3) | → | (4 - 4) * |
| A=(Ⅰ, 4) | → | (3 - 7) | B=(Ⅱ, 4) | → | (3 - 3) * |
| A=(Ⅰ, 5) | → | (2 - 7) | B=(Ⅱ, 5) | → | (2 - 2) * |
| A=(Ⅰ, 6) | → | (1 - 7) | B=(Ⅱ, 7) | → | (1 - 0) * |
| A=(Ⅰ, 7) | → | (0 - 7) | B=(Ⅱ, 6) | → | (0 - 1) * |
| A=(Ⅱ, 1) | → | (7 - 6) | B=(Ⅰ, 1) | → | (6 - 6) * |
| A=(Ⅱ, 2) | → | (7 - 5) | B=(Ⅰ, 2) | → | (5 - 5) * |
| A=(Ⅱ, 3) | → | (7 - 4) | B=(Ⅰ, 3) | → | (4 - 4) * |
| A=(Ⅱ, 4) | → | (7 - 3) | B=(Ⅰ, 4) | → | (3 - 3) * |
| A=(Ⅱ, 5) | → | (7 - 2) | B=(Ⅰ, 5) | → | (2 - 2) * |
| A=(Ⅱ, 6) | → | (7 - 1) | B=(Ⅰ, 7) | → | (0 - 1) * |
| A=(Ⅱ, 7) | → | (7 - 0) | B=(Ⅰ, 6) | → | (1 - 0) * |

| 8 - 8 | | 殘 局 | 後手取棋 | | 安全殘局 |
|-------|--|-----|------|--|------|
|-------|--|-----|------|--|------|

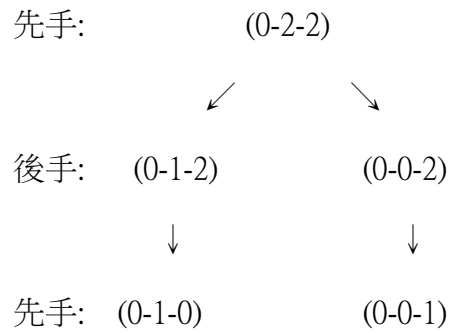
| | | | | | |
|----------------|---|-----------|----------------|---|-------------|
| A = (I , 1) | → | (7 - 8) | B = (II , 1) | → | (7 - 7) * |
| A = (I , 2) | → | (6 - 8) | B = (II , 2) | → | (6 - 6) * |
| A = (I , 3) | → | (5 - 8) | B = (II , 3) | → | (5 - 5) * |
| A = (I , 4) | → | (4 - 8) | B = (II , 4) | → | (4 - 4) * |
| A = (I , 5) | → | (3 - 8) | B = (II , 5) | → | (3 - 3) * |
| A = (I , 6) | → | (2 - 8) | B = (II , 6) | → | (2 - 2) * |
| A = (I , 7) | → | (1 - 8) | B = (II , 8) | → | (1 - 0) * |
| A = (I , 8) | → | (0 - 8) | B = (II , 7) | → | (0 , 1) * |
| A = (II , 1) | → | (8 - 7) | B = (I , 1) | → | (7 - 7) * |
| A = (II , 2) | → | (8 - 6) | B = (I , 2) | → | (6 - 6) * |
| A = (II , 3) | → | (8 - 5) | B = (I , 3) | → | (5 - 5) * |
| A = (II , 4) | → | (8 - 4) | B = (I , 4) | → | (4 - 4) * |
| A = (II , 5) | → | (8 - 3) | B = (I , 5) | → | (3 - 3) * |
| A = (II , 6) | → | (8 - 2) | B = (I , 6) | → | (2 - 2) * |
| A = (II , 7) | → | (8 - 1) | B = (I , 8) | → | (0 - 1) * |
| A = (II , 8) | → | (8 - 0) | B = (I , 7) | → | (1 - 0) * |

| 9 - 9 | | 殘 局 | 後 手 取 棋 | | 安 全 殘 局 |
|---------------|---|-----------|----------------|---|-------------|
| A = (I , 1) | → | (8 - 9) | B = (II , 1) | → | (8 - 8) * |
| A = (I , 2) | → | (7 - 9) | B = (II , 2) | → | (7 - 7) * |
| A = (I , 3) | → | (6 - 9) | B = (II , 3) | → | (6 - 6) * |
| A = (I , 4) | → | (5 - 9) | B = (II , 4) | → | (5 - 5) * |

| | | | | | |
|----------------|---|-----------|----------------|---|-------------|
| A = (I , 5) | → | (4 - 9) | B = (II , 5) | → | (4 - 4) * |
| A = (I , 6) | → | (3 - 9) | B = (II , 6) | → | (3 - 3) * |
| A = (I , 7) | → | (2 - 9) | B = (II , 7) | → | (2 - 2) * |
| A = (I , 8) | → | (1 - 9) | B = (II , 9) | → | (1 - 0) * |
| A = (I , 9) | → | (0 - 9) | B = (II , 8) | → | (0 - 1) * |
| A = (II , 1) | → | (9 - 8) | B = (I , 1) | → | (8 - 8) * |
| A = (II , 2) | → | (9 - 7) | B = (I , 2) | → | (7 - 7) * |
| A = (II , 3) | → | (9 - 6) | B = (I , 3) | → | (6 - 6) * |
| A = (II , 4) | → | (9 - 5) | B = (I , 4) | → | (5 - 5) * |
| A = (II , 5) | → | (9 - 4) | B = (I , 5) | → | (4 - 4) * |
| A = (II , 6) | → | (9 - 3) | B = (I , 6) | → | (3 - 3) * |
| A = (II , 7) | → | (9 - 2) | B = (I , 7) | → | (2 - 2) * |
| A = (II , 8) | → | (9 - 1) | B = (I , 9) | → | (0 - 1) * |
| A = (II , 9) | → | (9 - 0) | B = (I , 8) | → | (1 - 0) * |

六、研究六：

- (一)首先，我們實戰數回之後發現，不用取走全部的棋子，便很容易分出輸贏。 為了方便說明，我們用記號 $(\alpha - \beta - \gamma)$ 表示在棋盤中棋數的狀態，而(1-2-3)與(3-2-1) 、(2-3-1) 、(1-3-2)等，表示同一狀態。
- (二)如果先手留下(1-1-1)殘局，很明顯的，後手必為輸家。
- (三)另一個明顯的狀態是(0-2-2)，如下圖。



(四)當先手取得(0-2-2)的位置後，不管後手如何對招，必為輸家。

若以上述的結果再繼續推演，可以發現，在任何一區棋數為0，而另二區棋數相等的狀態，也就是(0-β-β)且 $3 \leq \beta \leq 6$ ，只要後手取的棋數與先手相同，

直到(0-2-2)的安全位置，再以前述的分析結果應對，必能獲勝。

(五)有了上述的經驗後，我們用了一些記號，在紙上推演出所有可以獲勝的狀態，

並且在狀態的右上角加上“*”，稱為「安全殘局」；「A」表示先手，「B」表

後手；A(或B)=(i, j)， $i=I、II、III$ ， $j=\alpha、\beta、\gamma$ ，表示先手(或後手)在第i區拿的棋數。

(六)表(一)~(七)是以道推法得知的所有安全殘局：

(表一)

| | | | 後手取棋 | | * |
|----------------|---|---------------|-----------------|---|-----------------|
| A = (I , 1) | → | (0 - 2 - 3) | B = (III , 1) | → | (0 - 2 - 2) * |
| A = (II , 1) | → | (1 - 1 - 3) | B = (III , 2) | → | (1 - 1 - 1) * |
| A = (II , 2) | → | (1 - 0 - 3) | B = (III , 3) | → | (1 - 0 - 0) * |

| | | | | | |
|-----------------|---|---------------|----------------|---|-----------------|
| A = (III , 1) | → | (1 - 2 - 2) | B = (I , 1) | → | (0 - 2 - 2) * |
| A = (III , 2) | → | (1 - 2 - 1) | B = (II , 1) | → | (1 - 1 - 1) * |
| A = (III , 3) | → | (1 - 2 - 0) | B = (II , 2) | → | (1 - 0 - 0) * |

(表二)

| | | | 後手取棋 | | * |
|---------------|---|---------------|----------------|---|-----------------|
| A=(I , 1) | → | (0 - 5 - 4) | B=(III , 1) | → | (0 - 4 - 4) * |
| A=(II , 1) | → | (1 - 3 - 5) | B= (III , 3) | → | (1 - 3 - 2) * |
| A=(II , 2) | → | (1 - 2 - 5) | B= (III , 2) | → | (1 - 2 - 3) * |
| A=(II , 3) | → | (1 - 1 - 5) | B= (III , 4) | → | (1 - 1 - 1) * |
| A=(II , 4) | → | (1 - 0 - 5) | B= (III , 5) | → | (1 - 0 - 0) * |
| A=(III , 1) | → | (1 - 4 - 4) | B= (I , 1) | → | (0 - 4 - 4) * |
| A=(III , 2) | → | (1 - 4 - 3) | B= (II , 2) | → | (1 - 2 - 3) * |
| A=(III , 3) | → | (1 - 4 - 2) | B= (II , 1) | → | (1 - 3 - 2) * |
| A=(III , 4) | → | (1 - 4 - 1) | B=(II , 3) | → | (1 - 1 - 1) * |
| A=(III , 5) | → | (1 - 4 - 0) | B=(II , 4) | → | (1 - 0 - 0) * |

(表三)

| | | | 後手取棋 | | * |
|---------------|---|---------------|----------------|---|-----------------|
| A=(I , 1) | → | (0 - 6 - 7) | B=(III , 1) | → | (0 - 6 - 6) * |
| A=(II , 1) | → | (1 - 5 - 7) | B= (III , 3) | → | (1 - 5 - 4) * |
| A=(II , 2) | → | (1 - 4 - 7) | B= (III , 2) | → | (1 - 4 - 5) * |
| A=(II , 3) | → | (1 - 3 - 7) | B= (III , 5) | → | (1 - 3 - 2) * |
| A=(II , 4) | → | (1 - 2 - 7) | B= (III , 4) | → | (1 - 2 - 3) * |
| A=(II , 5) | → | (1 - 1 - 7) | B= (III , 6) | → | (1 - 1 - 1) * |
| A=(II , 6) | → | (1 - 0 - 7) | B= (III , 7) | → | (1 - 0 - 0) * |
| A=(III , 1) | → | (1 - 6 - 6) | B= (I , 1) | → | (0 - 6 - 6) * |
| A=(III , 2) | → | (1 - 6 - 5) | B= (II , 2) | → | (1 - 4 - 5) * |
| A=(III , 3) | → | (1 - 6 - 4) | B= (II , 1) | → | (1 - 5 - 4) * |
| A=(III , 4) | → | (1 - 6 - 3) | B=(II , 4) | → | (1 - 2 - 3) * |
| A=(III , 5) | → | (1 - 6 - 2) | B=(II , 3) | → | (1 - 3 - 2) * |
| A=(III , 6) | → | (1 - 6 - 1) | B=(II , 5) | → | (1 - 1 - 1) * |
| A=(III , 7) | → | (1 - 6 - 0) | B=(II , 6) | → | (1 - 0 - 0) * |

(表四)

| | | | 後手取棋 | | * |
|--------------|---|---------------|----------------|---|-----------------|
| A=(I , 1) | → | (1 - 4 - 6) | B=(III , 1) | → | (1 - 4 - 5) * |
| A=(I , 2) | → | (0 - 4 - 6) | B= (III , 2) | → | (0 - 4 - 4) * |
| A=(II , 1) | → | (2 - 3 - 6) | B= (III , 5) | → | (2 - 3 - 1) * |

| | | | | | |
|----------|---|---------|----------|---|----------|
| A=(Ⅱ, 2) | → | (2-2-6) | B=(Ⅲ, 6) | → | (2-2-0)* |
| A=(Ⅱ, 3) | → | (2-1-6) | B=(Ⅲ, 3) | → | (2-1-3)* |
| A=(Ⅱ, 4) | → | (2-0-6) | B=(Ⅲ, 2) | → | (2-0-2)* |
| A=(Ⅲ, 1) | → | (2-4-5) | B=(Ⅰ, 1) | → | (1-4-5)* |
| A=(Ⅲ, 2) | → | (2-4-4) | B=(Ⅰ, 2) | → | (0-4-4)* |
| A=(Ⅲ, 3) | → | (2-4-3) | B=(Ⅱ, 3) | → | (2-1-3)* |
| A=(Ⅲ, 4) | → | (2-4-2) | B=(Ⅱ, 4) | → | (2-0-2)* |
| A=(Ⅲ, 5) | → | (2-4-1) | B=(Ⅱ, 1) | → | (2-3-1)* |
| A=(Ⅲ, 6) | → | (2-4-0) | B=(Ⅱ, 2) | → | (2-2-0)* |

(表五)

| | | | 後手取棋 | | * |
|----------|---|---------|----------|---|----------|
| A=(Ⅰ, 1) | → | (1-5-7) | B=(Ⅲ, 3) | → | (1-5-4)* |
| A=(Ⅰ, 2) | → | (0-5-7) | B=(Ⅲ, 2) | → | (0-5-5)* |
| A=(Ⅱ, 1) | → | (2-4-7) | B=(Ⅲ, 1) | → | (2-4-6)* |
| A=(Ⅱ, 2) | → | (2-3-7) | B=(Ⅲ, 6) | → | (2-3-1)* |
| A=(Ⅱ, 3) | → | (2-2-7) | B=(Ⅲ, 7) | → | (2-2-0)* |
| A=(Ⅱ, 4) | → | (2-1-7) | B=(Ⅲ, 4) | → | (2-1-3)* |
| A=(Ⅱ, 5) | → | (2-0-7) | B=(Ⅲ, 5) | → | (2-0-2)* |
| A=(Ⅲ, 1) | → | (2-5-6) | B=(Ⅱ, 1) | → | (2-4-6)* |
| A=(Ⅲ, 2) | → | (2-5-5) | B=(Ⅰ, 2) | → | (0-5-5)* |
| A=(Ⅲ, 3) | → | (2-5-4) | B=(Ⅰ, 1) | → | (1-5-4)* |
| A=(Ⅲ, 4) | → | (2-5-3) | B=(Ⅱ, 4) | → | (2-1-3)* |
| A=(Ⅲ, 5) | → | (2-5-2) | B=(Ⅱ, 5) | → | (2-0-2)* |
| A=(Ⅲ, 6) | → | (2-5-1) | B=(Ⅱ, 2) | → | (2-3-1)* |
| A=(Ⅲ, 7) | → | (2-5-0) | B=(Ⅱ, 3) | → | (2-2-0)* |

(表六)

| | | | 後手取棋 | | * |
|----------|---|---------|----------|---|----------|
| A=(Ⅰ, 1) | → | (2-4-7) | B=(Ⅲ, 1) | → | (2-4-6)* |
| A=(Ⅰ, 2) | → | (1-4-7) | B=(Ⅲ, 2) | → | (1-4-5)* |
| A=(Ⅰ, 3) | → | (0-4-7) | B=(Ⅲ, 3) | → | (0-4-4)* |
| A=(Ⅱ, 1) | → | (3-3-7) | B=(Ⅲ, 7) | → | (3-3-0)* |
| A=(Ⅱ, 2) | → | (3-2-7) | B=(Ⅲ, 6) | → | (3-2-1)* |

| | | | | | |
|----------|---|---------|----------|---|----------|
| A=(Ⅱ, 3) | → | (3-1-7) | B=(Ⅲ, 5) | → | (3-1-2)* |
| A=(Ⅱ, 4) | → | (3-0-7) | B=(Ⅲ, 4) | → | (3-0-3)* |
| A=(Ⅲ, 1) | → | (3-4-6) | B=(Ⅰ, 1) | → | (2-4-6)* |
| A=(Ⅲ, 2) | → | (3-4-5) | B=(Ⅰ, 2) | → | (1-4-5)* |
| A=(Ⅲ, 3) | → | (3-4-4) | B=(Ⅰ, 3) | → | (0-4-4)* |
| A=(Ⅲ, 4) | → | (3-4-3) | B=(Ⅱ, 4) | → | (3-0-3)* |
| A=(Ⅲ, 5) | → | (3-4-2) | B=(Ⅱ, 3) | → | (3-1-2)* |
| A=(Ⅲ, 6) | → | (3-4-1) | B=(Ⅱ, 2) | → | (3-2-1)* |
| A=(Ⅲ, 7) | → | (3-4-0) | B=(Ⅱ, 1) | → | (3-3-0)* |

(表七)

| | | | 後手取棋 | | * |
|----------|---|---------|----------|---|----------|
| A=(Ⅰ, 1) | → | (2-5-6) | B=(Ⅱ, 1) | → | (2-4-6)* |
| A=(Ⅰ, 2) | → | (1-5-6) | B=(Ⅲ, 2) | → | (1-5-4)* |
| A=(Ⅰ, 3) | → | (0-5-6) | B=(Ⅲ, 1) | → | (0-5-5)* |
| A=(Ⅱ, 1) | → | (3-4-6) | B=(Ⅰ, 1) | → | (2-4-6)* |
| A=(Ⅱ, 2) | → | (3-3-6) | B=(Ⅲ, 6) | → | (3-3-0)* |
| A=(Ⅱ, 3) | → | (3-2-6) | B=(Ⅲ, 5) | → | (3-2-1)* |
| A=(Ⅱ, 4) | → | (3-1-6) | B=(Ⅲ, 4) | → | (3-1-2)* |
| A=(Ⅱ, 5) | → | (3-0-6) | B=(Ⅲ, 3) | → | (3-0-3)* |
| A=(Ⅲ, 1) | → | (3-5-5) | B=(Ⅰ, 3) | → | (0-5-5)* |
| A=(Ⅲ, 2) | → | (3-5-4) | B=(Ⅰ, 2) | → | (1-5-4)* |
| A=(Ⅲ, 3) | → | (3-5-3) | B=(Ⅱ, 5) | → | (3-0-3)* |
| A=(Ⅲ, 4) | → | (3-5-2) | B=(Ⅱ, 4) | → | (3-1-2)* |
| A=(Ⅲ, 5) | → | (3-5-1) | B=(Ⅱ, 3) | → | (3-2-1)* |
| A=(Ⅲ, 6) | → | (3-5-0) | B=(Ⅱ, 2) | → | (3-3-0)* |

七、研究七：

(一)將十進位數 1~9 以二進位來表示，我們利用短除法，將十進位數數字 1-9 轉化成二進位數：

$$2 : 2) \underline{2}$$

$$3 : 2) \underline{3}$$

$$4 : 2) \underline{4}$$

$$1 \cdot \cdot \cdot 0$$

$$1 \cdot \cdot \cdot 1$$

$$2) \underline{2} \cdot \cdot \cdot 0$$

$$1 \cdot \cdot \cdot 0$$

$$5 : 2) \underline{5}$$

$$2) \underline{2} \cdot \cdot \cdot 1$$

$$1 \cdot \cdot \cdot 0$$

$$6 : 2) \underline{6}$$

$$2) \underline{3} \cdot \cdot \cdot 0$$

$$1 \cdot \cdot \cdot 1$$

$$7 : 2) \underline{7}$$

$$2) \underline{3} \cdot \cdot \cdot 1$$

$$1 \cdot \cdot \cdot 1$$

$$8 : 2) \underline{8} \cdot \cdot \cdot 0$$

$$2) \underline{4} \cdot \cdot \cdot 0$$

$$2) \underline{2} \cdot \cdot \cdot 0$$

$$1 \cdot \cdot \cdot 0$$

$$9 : 2) \underline{9} \cdot \cdot \cdot 1$$

$$2) \underline{4} \cdot \cdot \cdot 0$$

$$2) \underline{2} \cdot \cdot \cdot 0$$

$$1 \cdot \cdot \cdot 0$$

(二)

| 十進位數 | 二進位數 |
|------|------|
| 1 | 1 |
| 2 | 10 |
| 3 | 11 |
| 4 | 100 |
| 5 | 101 |
| 6 | 110 |
| 7 | 111 |
| 8 | 1000 |
| 9 | 1001 |

(三)將棋數的數字分別以「二進位制」表示之後，再將其不進位直式相加，以(1-2-3)*狀態及(3-4-5)來說，1=01，2=10，3=11，4=100，5=101，分別直式相加後得：

$$(1-2-3)^* : 1 : 0 \quad 1 \quad (3-4-5) 3 : \quad 1 \quad 1$$

$$\begin{array}{r}
 2 : 1 \ 0 \\
 3 : \underline{1 \ 1} \\
 \hline
 2 \ 2 \\
 \text{偶 偶}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 4 : 1 \ 0 \ 0 \\
 5 : \underline{1 \ 0 \ 1} \\
 \hline
 2 \ 1 \ 2 \\
 \text{偶 奇 偶}
 \end{array}$$

(四)除了(1-1-1)之外，其餘之安全殘局，以二進位數不進位相加後的答案，皆為偶數，出現奇數者便是不安全殘局

陸、討論

一、只有一區，不管幾顆棋子，遊戲規則必須與「十八子棋」不同，否則猜全就能決定勝負，就失去遊戲的意義了。

二、十八顆棋子分成兩區，其所有的可能是：

| | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| (1-1) | (1-2) | (1-3) | (1-4) | (1-5) | (1-6) | (1-7) | (1-8) | (1-9) |
| (2-1) | (2-2) | (2-3) | (2-4) | (2-5) | (2-6) | (2-7) | (2-8) | (2-9) |
| (3-1) | (3-2) | (3-3) | (3-4) | (3-5) | (3-6) | (3-7) | (3-8) | (3-9) |
| (4-1) | (4-2) | (4-3) | (4-4) | (4-5) | (4-6) | (4-7) | (4-8) | (4-9) |
| (5-1) | (5-2) | (5-3) | (5-4) | (5-5) | (5-6) | (5-7) | (5-8) | (5-9) |
| (6-1) | (6-2) | (6-3) | (6-4) | (6-5) | (6-6) | (6-7) | (6-8) | (6-9) |
| (7-1) | (7-2) | (7-3) | (7-4) | (7-5) | (7-6) | (7-7) | (7-8) | (7-9) |
| (8-1) | (8-2) | (8-3) | (8-4) | (8-5) | (8-6) | (8-7) | (8-8) | (8-9) |

| | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| (9-1) | (9-2) | (9-3) | (9-4) | (9-5) | (9-6) | (9-7) | (9-8) | (9-9) |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|

(一) 黑色部分重複，所以可能情況有：

$$(1+9) \times 9 \div 2 = 45 \text{ 個}$$

(二)(2-2)、(3-3)、(4-4)、(5-5)、(6-6)、(7-7)、(8-8)、(9-9)是安全殘局。

所以，後手只要跟著先手取相同棋數，直到留下安全殘局(2-2)，就能必勝。

三、原來的遊戲規則是將十八子棋分三區，一區三子，二區六子，三區九子。

因此，其所有的可能是：

| | | | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| (1-1-1) | (1-1-2) | (1-1-3) | (1-1-4) | (1-1-5) | (1-1-6) | (1-1-7) | (1-1-8) | (1-1-9) |
| (1-2-1) | (1-2-2) | (1-2-3) | (1-2-4) | (1-2-5) | (1-2-6) | (1-2-7) | (1-2-8) | (1-2-9) |
| (1-3-1) | (1-3-2) | (1-3-3) | (1-3-4) | (1-3-5) | (1-3-6) | (1-3-7) | (1-3-8) | (1-3-9) |
| (1-4-1) | (1-4-2) | (1-4-3) | (1-4-4) | (1-4-5) | (1-4-6) | (1-4-7) | (1-4-8) | (1-4-9) |
| (1-5-1) | (1-5-2) | (1-5-3) | (1-5-4) | (1-5-5) | (1-5-6) | (1-5-7) | (1-5-8) | (1-5-9) |
| (1-6-1) | (1-6-2) | (1-6-3) | (1-6-4) | (1-6-5) | (1-6-6) | (1-6-7) | (1-6-8) | (1-6-9) |

| | | | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| (2-1-1) | (2-1-2) | (2-1-3) | (2-1-4) | (2-1-5) | (2-1-6) | (2-1-7) | (2-1-8) | (2-1-9) |
| (2-2-1) | (2-2-2) | (2-2-3) | (2-2-4) | (2-2-5) | (2-2-6) | (2-2-7) | (2-2-8) | (2-2-9) |
| (2-3-1) | (2-3-2) | (2-3-3) | (2-3-4) | (2-3-5) | (2-3-6) | (2-3-7) | (2-3-8) | (2-3-9) |

| | | | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| (2-4-1) | (2-4-2) | (2-4-3) | (2-4-4) | (2-4-5) | (2-4-6) | (2-4-7) | (2-4-8) | (2-4-9) |
| (2-5-1) | (2-5-2) | (2-5-3) | (2-5-4) | (2-5-5) | (2-5-6) | (2-5-7) | (2-5-8) | (2-5-9) |
| (2-6-1) | (2-6-2) | (2-6-3) | (2-6-4) | (2-6-5) | (2-6-6) | (2-6-7) | (2-6-8) | (2-6-9) |

| | | | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| (3-1-1) | (3-1-2) | (3-1-3) | (3-1-4) | (3-1-5) | (3-1-6) | (3-1-7) | (3-1-8) | (3-1-9) |
| (3-2-1) | (3-2-2) | (3-2-3) | (3-2-4) | (3-2-5) | (3-2-6) | (3-2-7) | (3-2-8) | (3-2-9) |
| (3-3-1) | (3-3-2) | (3-3-3) | (3-3-4) | (3-3-5) | (3-3-6) | (3-3-7) | (3-3-8) | (3-3-9) |
| (3-4-1) | (3-4-2) | (3-4-3) | (3-4-4) | (3-4-5) | (3-4-6) | (3-4-7) | (3-4-8) | (3-4-9) |
| (3-5-1) | (3-5-2) | (3-5-3) | (3-5-4) | (3-5-5) | (3-5-6) | (3-5-7) | (3-5-8) | (3-5-9) |
| (3-6-1) | (3-6-2) | (3-6-3) | (3-6-4) | (3-6-5) | (3-6-6) | (3-6-7) | (3-6-8) | (3-6-9) |

(一) 黑色部分重複，所以可能情況有：

$$39+30+22 = 91 \text{ 個}$$

(二)(0-2-2)、(0-3-3)、(0-4-4)、(0-5-5)、(0-6-6)在研究五已知是安全殘局。

(三)新增加的安全殘局是(1-1-1)、(1-2-3)、(1-4-5)、(1-6-7)、(2-4-6)、(2-5-7)、(3-4-7)、以及(3-5-6)。

四、以二進位制來判斷是否為安全殘局:

| | | | | | | | | |
|------------|------------|------------|--------------|--------------|--------------|--------------|----------------|----------------|
| (1-1-1) | (1-1-2) | (1-1-3) | (1-1-4) | (1-1-5) | (1-1-6) | (1-1-7) | (1-1-8) | (1-1-9) |
| 0 1 | 0 1 | 0 1 | 0 0 1 | 0 0 1 | 0 0 1 | 0 0 1 | 0 0 0 1 | 0 0 0 1 |
| 0 1 | 0 1 | 0 1 | 0 0 1 | 0 0 1 | 0 0 1 | 0 0 1 | 0 0 0 1 | 0 0 0 1 |
| <u>0 1</u> | <u>1 0</u> | <u>1 1</u> | <u>1 0 0</u> | <u>1 0 1</u> | <u>1 1 0</u> | <u>1 1 1</u> | <u>1 0 0 0</u> | <u>1 0 0 1</u> |
| 0 3 | 1 2 | 1 3 | 1 0 2 | 1 0 3 | 1 1 2 | 1 1 3 | 1 0 0 2 | 1 0 0 3 |
| | (1-2-2) | (1-2-3)* | (1-2-4) | (1-2-5) | (1-2-6) | (1-2-7) | (1-2-8) | (1-2-9) |

| | | | | | | | | | |
|--|------------|------------|--------------|--------------|--------------|--------------|----------------|----------------|----------------|
| | 0 1 0 1 | 0 0 1 | 0 0 1 | 0 0 1 | 0 0 1 | 0 0 1 | 0 0 1 | 0 0 0 1 | 0 0 0 1 |
| | 1 0 1 0 | 0 1 0 | 0 1 0 | 0 1 0 | 0 1 0 | 0 1 0 | 0 1 0 | 0 0 1 0 | 0 0 1 0 |
| | <u>1 0</u> | <u>1 1</u> | <u>1 0 0</u> | <u>1 0 1</u> | <u>1 1 0</u> | <u>1 1 1</u> | <u>1 1 1</u> | <u>1 0 0 0</u> | <u>1 0 0 1</u> |
| | 2 1 2 2 | 1 1 1 | 1 1 1 | 1 1 2 | 1 2 1 | 1 2 1 | 1 2 2 | 1 0 1 1 | 1 0 1 2 |
| | | (1-3-3) | (1-3-4) | (1-3-5) | (1-3-6) | (1-3-7) | (1-3-8) | (1-3-9) | |
| | | 0 1 0 0 1 | 0 0 1 | 0 0 1 | 0 0 1 | 0 0 1 | 0 0 1 | 0 0 0 1 | 0 0 0 1 |
| | | 1 1 0 1 1 | 0 1 1 | 0 1 1 | 0 1 1 | 0 1 1 | 0 1 1 | 0 0 1 1 | 0 0 1 1 |
| | | <u>1 1</u> | <u>1 0 0</u> | <u>1 0 1</u> | <u>1 1 0</u> | <u>1 1 1</u> | <u>1 1 1</u> | <u>1 0 0 0</u> | <u>1 0 0 1</u> |
| | | 2 3 1 1 2 | 1 1 2 | 1 1 3 | 1 2 2 | 1 2 3 | 1 2 3 | 1 0 1 2 | 1 0 1 3 |
| | | | (1-4-4) | (1-4-5)* | (1-4-6) | (1-4-7) | (1-4-8) | (1-4-9) | |
| | | | 0 0 1 | 0 0 1 | 0 0 1 | 0 0 1 | 0 0 1 | 0 0 0 1 | 0 0 0 1 |
| | | | 1 0 0 | 1 0 0 | 1 0 0 | 1 0 0 | 1 0 0 | 0 1 0 0 | 0 1 0 0 |
| | | | <u>1 0 0</u> | <u>1 0 1</u> | <u>1 1 0</u> | <u>1 1 1</u> | <u>1 1 1</u> | <u>1 0 0 0</u> | <u>1 0 0 1</u> |
| | | | 2 0 1 | 2 0 2 | 2 1 1 | 2 1 2 | 2 1 2 | 1 1 0 1 | 1 1 0 2 |
| | | | | (1-5-5) | (1-5-6) | (1-5-7) | (1-5-8) | (1-5-9) | |
| | | | | 0 0 1 | 0 0 1 | 0 0 1 | 0 0 1 | 0 0 0 1 | 0 0 0 1 |
| | | | | 1 0 1 | 1 0 1 | 1 0 1 | 1 0 1 | 0 1 0 1 | 0 1 0 1 |
| | | | | <u>1 0 1</u> | <u>1 1 0</u> | <u>1 1 1</u> | <u>1 1 1</u> | <u>1 0 0 0</u> | <u>1 0 0 1</u> |
| | | | | 2 0 3 | 2 1 2 | 2 1 3 | 2 1 3 | 1 1 0 2 | 1 1 0 3 |
| | | | | | (1-6-6) | (1-6-7)* | (1-6-8) | (1-6-9) | |
| | | | | | 0 0 1 | 0 0 1 | 0 0 1 | 0 0 0 1 | 0 0 0 1 |
| | | | | | 1 1 0 | 1 1 0 | 1 1 0 | 0 1 1 0 | 0 1 1 0 |
| | | | | | <u>1 1 0</u> | <u>1 1 1</u> | <u>1 1 1</u> | <u>1 0 0 0</u> | <u>1 0 0 1</u> |
| | | | | | 2 2 1 | 2 2 2 | 2 2 2 | 1 1 1 1 | 1 1 1 2 |
| | | | | | | (1-7-7) | (1-7-8) | (1-7-9) | |
| | | | | | | 0 0 1 | 0 0 1 | 0 0 0 1 | 0 0 0 1 |
| | | | | | | 1 1 1 | 0 1 1 1 | 0 1 1 1 | 0 1 1 1 |
| | | | | | | <u>1 1 1</u> | <u>1 0 0 0</u> | <u>1 0 0 1</u> | |
| | | | | | | 2 2 3 | 1 1 1 2 | 1 1 1 3 | |
| | | | | | | | (1-8-8) | (1-8-9) | |
| | | | | | | | 0 0 0 1 | 0 0 0 1 | |
| | | | | | | | 1 0 0 0 | 1 0 0 0 | |
| | | | | | | | <u>1 0 0 0</u> | <u>1 0 0 1</u> | |
| | | | | | | | 2 0 0 1 | 2 0 0 2 | |

| | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|----------------|
| | | | | | | | | (1-9-9) |
| | | | | | | | | 0 0 0 1 |
| | | | | | | | | 1 0 0 1 |
| | | | | | | | | <u>1 0 0 1</u> |
| | | | | | | | | 2 0 0 3 |

| | | | | | | | |
|------------|------------|--------------|--------------|--------------|--------------|----------------|----------------|
| (2-2-2) | (2-2-3) | (2-2-4) | (2-2-5) | (2-2-6) | (2-2-7) | (2-2-8) | (2-2-9) |
| 1 0 | 1 0 | 0 1 0 | 0 1 0 | 0 1 0 | 0 1 0 | 0 0 1 0 | 0 0 1 0 |
| 1 0 | 1 0 | 0 1 0 | 0 1 0 | 0 1 0 | 0 1 0 | 0 0 1 0 | 0 0 1 0 |
| <u>1 0</u> | <u>1 1</u> | <u>1 0 0</u> | <u>1 0 1</u> | <u>1 1 0</u> | <u>1 1 1</u> | <u>1 0 0 0</u> | <u>1 0 0 1</u> |
| 3 0 | 3 1 | 1 2 0 | 1 2 1 | 1 3 0 | 1 3 1 | 1 0 2 0 | 1 0 2 1 |
| | (2-3-3) | (2-3-4) | (2-3-5) | (2-3-6) | (2-3-7) | (2-3-8) | (2-3-9) |
| | 1 0 | 0 1 0 | 0 1 0 | 0 1 0 | 0 1 0 | 0 0 1 0 | 0 0 1 0 |
| | 1 1 | 0 1 1 | 0 1 1 | 0 1 1 | 0 1 1 | 0 0 1 1 | 0 0 1 1 |
| | <u>1 1</u> | <u>1 0 0</u> | <u>1 0 1</u> | <u>1 1 0</u> | <u>1 1 1</u> | <u>1 0 0 0</u> | <u>1 0 0 1</u> |
| | 3 2 | 1 2 1 | 1 2 2 | 1 3 1 | 1 3 2 | 1 0 2 1 | 1 0 2 2 |
| | | (2-4-4) | (2-4-5) | (2-4-6)* | (2-4-7) | (2-4-8) | (2-4-9) |
| | | 0 1 0 | 0 1 0 | 0 1 0 | 0 1 0 | 0 0 1 0 | 0 0 1 0 |
| | | 1 0 0 | 1 0 0 | 1 0 0 | 1 0 0 | 0 1 0 0 | 0 1 0 0 |
| | | <u>1 0 0</u> | <u>1 0 1</u> | <u>1 1 0</u> | <u>1 1 1</u> | <u>1 0 0 0</u> | <u>1 0 0 1</u> |
| | | 2 1 0 | 2 1 1 | 2 2 0 | 2 2 1 | 1 1 1 0 | 1 1 1 1 |
| | | | (2-5-5) | (2-5-6) | (2-5-7)* | (2-5-8) | (2-5-9) |
| | | | 0 1 0 | 0 1 0 | 0 1 0 | 0 0 1 0 | 0 0 1 0 |
| | | | 1 0 1 | 1 0 1 | 1 0 1 | 0 1 0 1 | 0 1 0 1 |
| | | | <u>1 0 1</u> | <u>1 1 0</u> | <u>1 1 1</u> | <u>1 0 0 0</u> | <u>1 0 0 1</u> |
| | | | 2 1 2 | 2 2 1 | 2 2 2 | 1 1 1 1 | 1 1 1 2 |
| | | | | (2-6-6) | (2-6-7) | (2-6-8) | (2-6-9) |
| | | | | 0 1 0 | 0 1 0 | 0 0 1 0 | 0 0 1 0 |
| | | | | 1 1 0 | 1 1 0 | 0 1 1 0 | 0 1 1 0 |
| | | | | <u>1 1 0</u> | <u>1 1 1</u> | <u>1 0 0 0</u> | <u>1 0 0 1</u> |
| | | | | 2 3 0 | 2 3 1 | 1 1 2 0 | 1 1 2 1 |

| | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| (3-3-3) | (3-3-4) | (3-3-5) | (3-3-6) | (3-3-7) | (3-3-8) | (3-3-9) |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|

| | | | | | | | |
|---|--------------|--------------|--------------|--------------|----------------|----------------|----------------|
| 1 | 1 | 0 1 1 | 0 1 1 | 0 1 1 | 0 1 1 | 0 0 1 1 | 0 0 1 1 |
| 1 | 1 | 0 1 1 | 0 1 1 | 0 1 1 | 0 1 1 | 0 0 1 1 | 0 0 1 1 |
| | <u>1 1</u> | <u>1 0 0</u> | <u>1 0 1</u> | <u>1 1 0</u> | <u>1 1 1</u> | <u>1 0 0 0</u> | <u>1 0 0 1</u> |
| 3 | 3 | 1 2 2 | 1 2 3 | 1 3 2 | 1 3 3 | 1 0 2 2 | 1 0 2 3 |
| | (3-4-4) | (3-4-5) | (3-4-6) | (3-4-7)* | (3-4-8) | (3-4-9) | |
| | 0 1 1 | 0 1 1 | 0 1 1 | 0 1 1 | 0 0 1 1 | 0 0 1 1 | |
| | 1 0 0 | 1 0 0 | 1 0 0 | 1 0 0 | 0 1 0 0 | 0 1 0 0 | |
| | <u>1 0 0</u> | <u>1 0 1</u> | <u>1 1 0</u> | <u>1 1 1</u> | <u>1 0 0 0</u> | <u>1 0 0 1</u> | |
| | 2 1 1 | 2 1 2 | 2 2 1 | 2 2 2 | 1 1 1 1 | 1 1 1 2 | |
| | | (3-5-5) | (3-5-6)* | (3-5-7) | (3-5-8) | (3-5-9) | |
| | | 0 1 1 | 0 1 1 | 0 1 1 | 0 0 1 1 | 0 0 1 1 | |
| | | 1 0 1 | 1 0 1 | 1 0 1 | 0 1 0 1 | 0 1 0 1 | |
| | | <u>1 0 1</u> | <u>1 1 0</u> | <u>1 1 1</u> | <u>1 0 0 0</u> | <u>1 0 0 1</u> | |
| | | 2 1 3 | 2 2 2 | 2 2 3 | 1 1 1 2 | 1 1 1 3 | |
| | | | (3-6-6) | (3-6-7) | (3-6-8) | (3-6-9) | |
| | | | 0 1 1 | 0 1 1 | 0 0 1 1 | 0 0 1 1 | |
| | | | 1 1 0 | 1 1 0 | 0 1 1 0 | 0 1 1 0 | |
| | | | <u>1 1 0</u> | <u>1 1 1</u> | <u>1 0 0 0</u> | <u>1 0 0 1</u> | |
| | | | 2 3 1 | 2 3 2 | 1 1 2 1 | 1 1 2 2 | |

柒、結論

結論一、研究一、二、三：這三個研就可以用數學式來求得必勝：

$$18-1=17$$

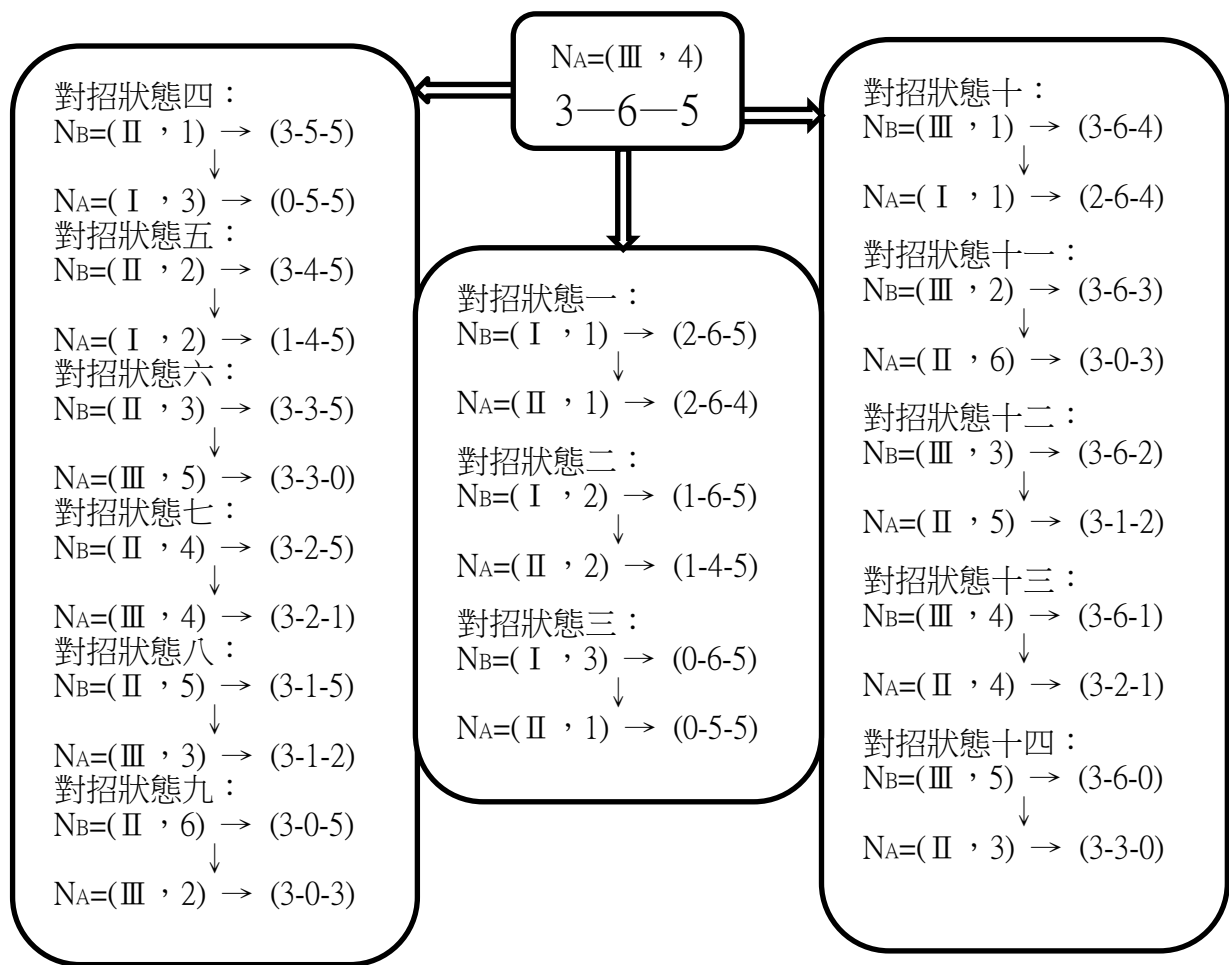
$$17 \div (M+1) = A \cdots \text{餘數} \leftarrow \text{先手取子數} \quad M: \text{最多取子數}$$

結論二、十八子棋之必勝絕招：先手在第三區取四子，不管後手如何取子，先手都可以取得安全位置。

結論三、所有安全位置的棋數，列加結果全是偶數，不安全位置則有奇數出現。

【致勝秘訣】從〈表七〉可以知道，只要先手的取棋為(Ⅲ, 4)，則不管後手如何應對，

必為輸家。我們以流程圖來呈現所有可能的情形：



結論四:益智遊戲組—今天誰請客?

(一)遊戲說明:

- 1、每人發籌碼 1000 元。
- 2、有三種水果，每次只能選一種，數量不限，拿完最後一個的是輸家，罰籌碼 100 元。
- 3、當任何一方處於不安全殘局時，可以向水果攤購買水果補回去，但只限一種，數量不限。

(二) 遊戲包:含籌碼，水果棋子，任務紙及遊戲說明書。

捌、參考資料及其他

- 一、康軒文教事業(2017)。國民小學數學學習領域第十一冊
第一單元「最大公因數與最小公倍數」。
- 二、康軒文教事業(2017)。國民小學數學學習領域第十二冊
第五單元「怎樣解題」。
- 三、拈的必勝祕訣: <http://oddest.nc.hcc.edu.tw/math152.htm>
- 四、國立台灣科學教育館歷屆優勝作品: <https://twsf.ntsec.gov.tw/Article.aspx?a=41&lang=1>
- 五、張振華，拈及其各種變形遊戲:
http://episte.math.ntu.edu.tw/articles/mm/mm_03_2_02/index.html
- 六、尤怪之家: <http://oddest.nc.hcc.edu.tw/>
- 七、數學戲谷: <http://oddest.nc.hcc.edu.tw/mathmain.htm>