

投稿類別
自然科技組

篇名
用 ggb 探討循環圖規律

隊名
薯條好好吃

作者
陳冠妤 新北市立崇林國中 八年十六班
官品榛 新北市立崇林國中 八年十四班

指導老師
謝孟琪 老師
楊佳鳳 老師

壹、前言

一、研究動機

我們在百年哈佛給學生做的 600 個思維遊戲這本書看到「循環圖表形」這個題目，是關於線條的長度、旋轉的角度，而我們對其中的規律更是深感興趣，於是便想深入研究。

我們想知道如果 $n=9$ 、 $n=10$ 、 $n=11$ 、 $n=12\ldots$ 的圖形會長怎樣，還有其中到底隱藏著什麼樣的規律？

二、研究目的

- (一) 探討 $n=1\sim 48$ 時的圖形。
- (二) 探討 $n=1\sim 48$ 中偶數循環圖的圖形規律。
- (三) 探討 $n=1\sim 48$ 中奇數循環圖的圖形規律。

貳、文獻探討

循環圖定義

一般來說循環圖 (cycle graph) 或環形圖 (circular graph) 是由一個單環組成的圖，或者說是在一個閉合鏈中互相連接的多個頂點 (至少 3 個)。有 n 個頂點的循環圖寫作 C_n 。 C_n 中的頂點個數等於邊的個數，每個頂點的度均為 2，也就是說每個頂點都連接著兩條邊。

這是我們在網路上查到的資料，但我們發現並非每個循環圖都是封閉的，例如 $n=6k$ 的循環圖是向左無限延伸，像一條線。

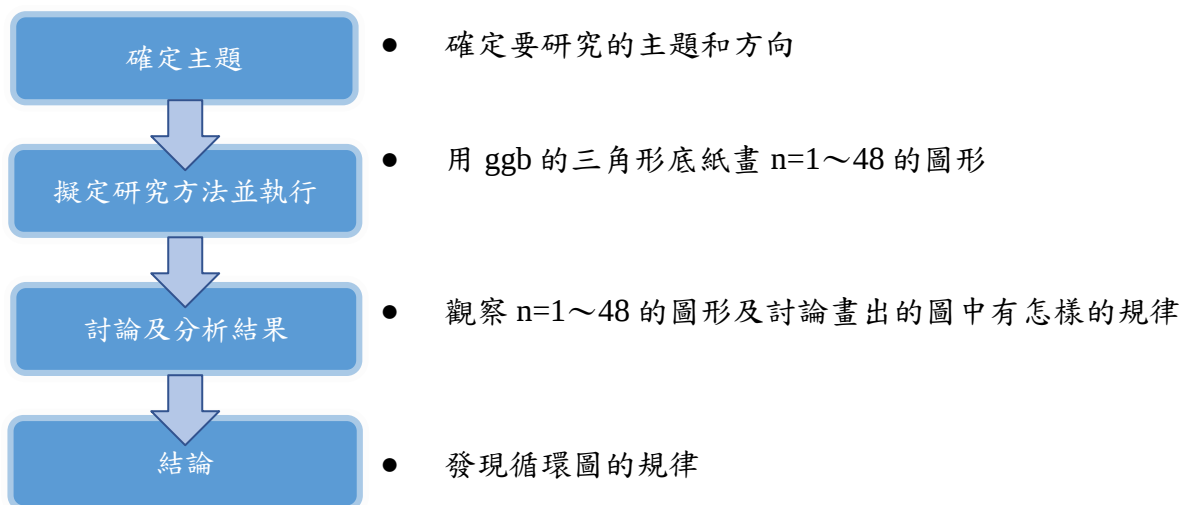
參、研究設備及器材

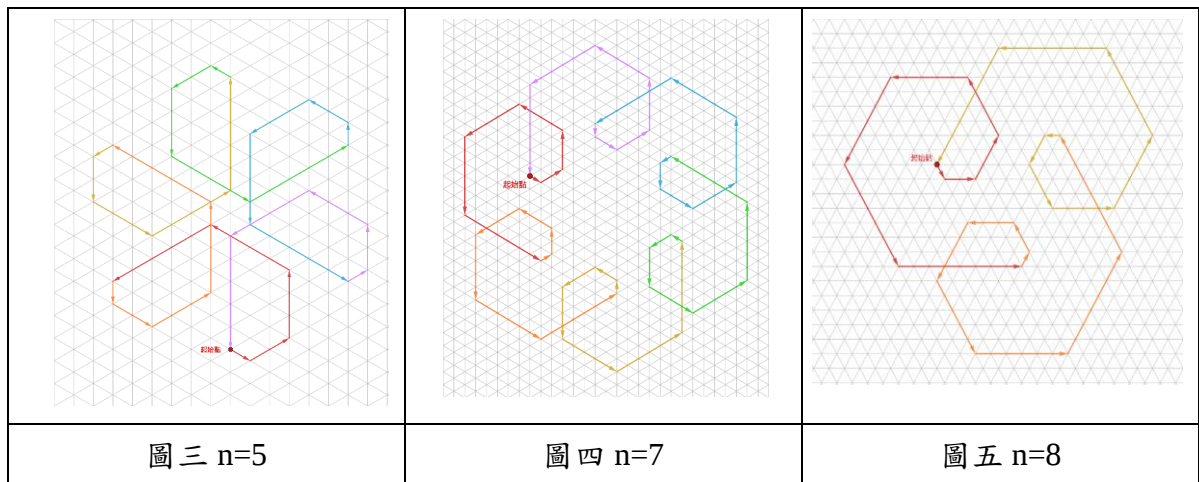
正三角形圖紙、筆、尺、電腦 (Geogebra)。

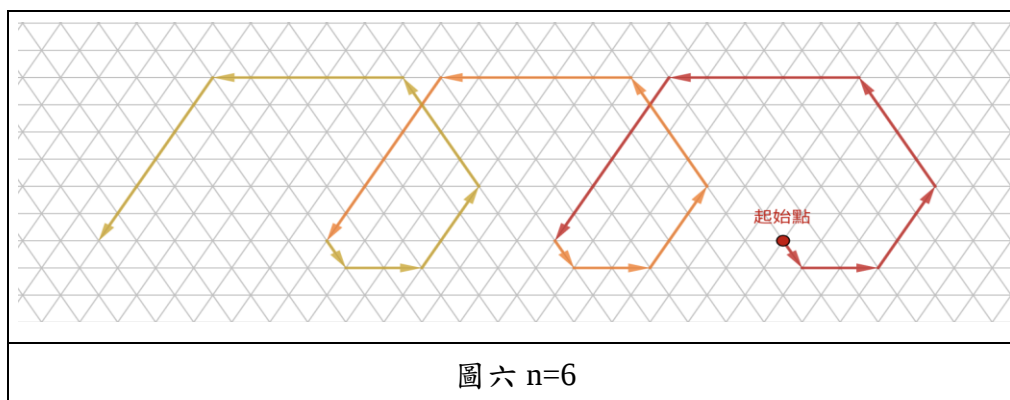
肆、研究過程或方法

在一開始畫循環圖時，我們發現書中圖形底紙和電腦程式 (Geogebra) 中的圖形底紙有所不同，書中的起始角度是 0 度向右，而在電腦中我們無法和書中畫出相同的角度，所以我們決定起始角度統一往右下方，以利後續圖形規律的發現。

一、研究架構圖







四、研究過程

在我們依序畫出 $n=1\sim 20$ 後，我們發現偶數和奇數的圖形有所不同，且和 $n=6k$ ，且 k 為大於 0 的整數有關，因此我們決定將循環圖依照 n 分成偶數和奇數來討論。

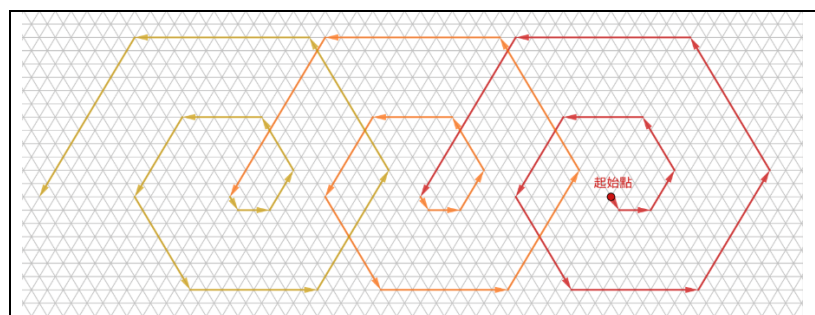
伍、研究結果

我們將循環圖依照 n 為偶數和奇數分開來討論，並發現隨著 n 的不同，循環圖也不太一樣。

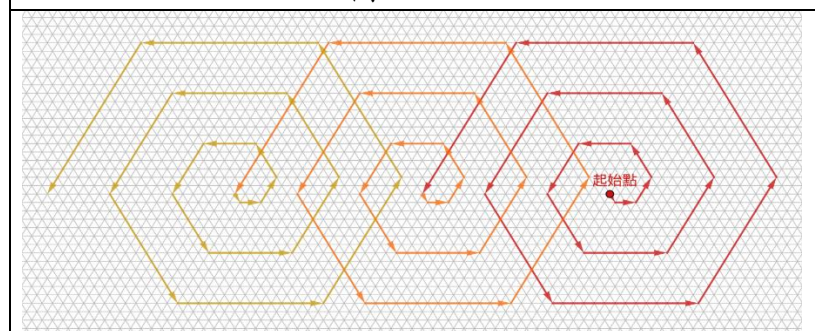
我們以紅色來畫從起始點開始的第一圈，橘色為第二圈，土黃色為第三圈，綠色為第四圈，淺藍色為第五圈，綠色為第六圈來區分循環圖的規律。

一、偶數

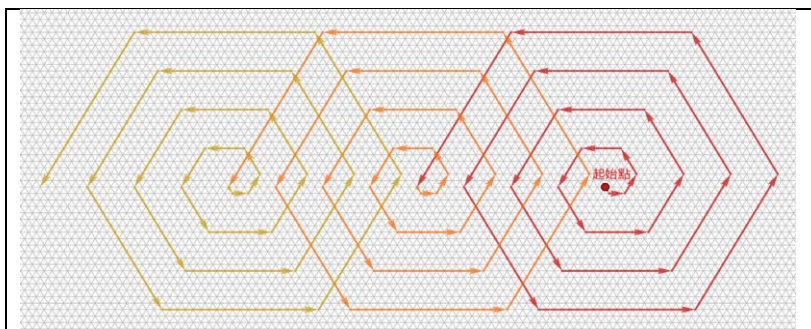
(一) $n=6$ (如圖六)、 $n=12$ (如圖七)、 $n=18$ (如圖八)、 $n=24$ (如圖九)、 $n=30$ (如圖十)、 $n=36$ (如圖十一)、 $n=42$ (如圖十二)、 $n=48$ (如圖十三)是屬於同一組，當 $n=6k$ ，且 k 為大於 0 的整數，畫出的循環圖是向左無限延伸，像一條線。



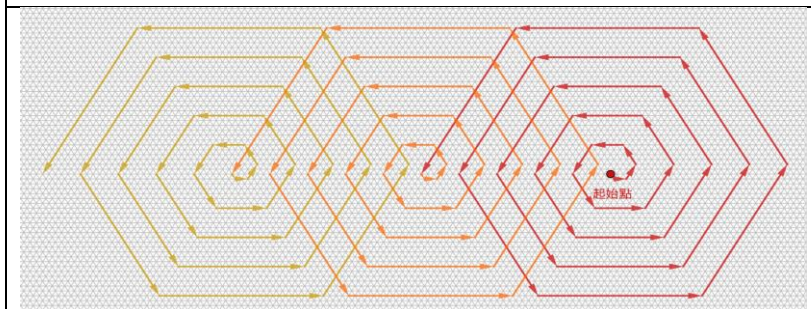
圖七 $n=12$



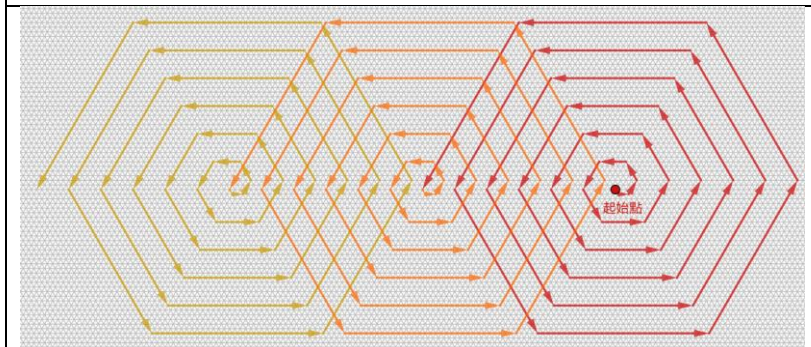
圖八 $n=18$



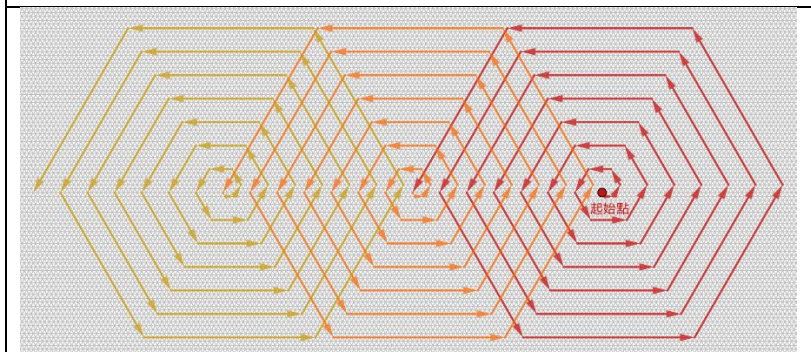
圖九 $n=24$



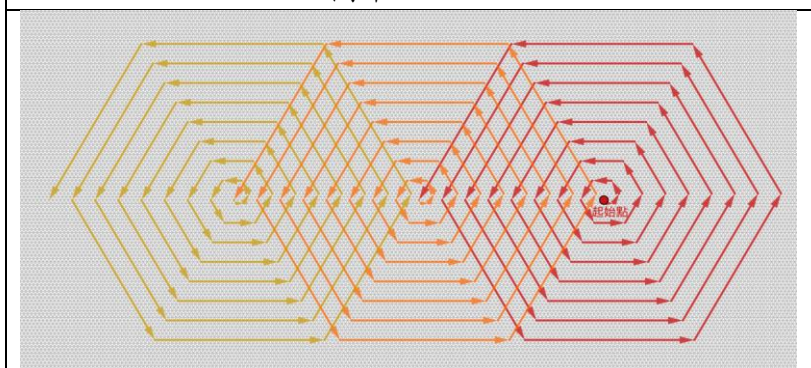
圖十 $n=30$



圖十一 $n=36$



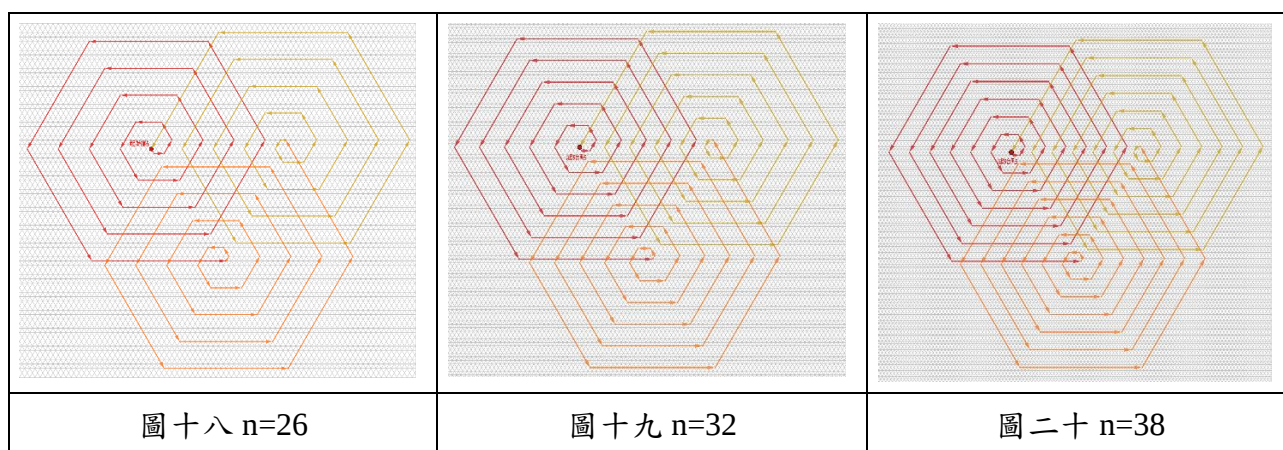
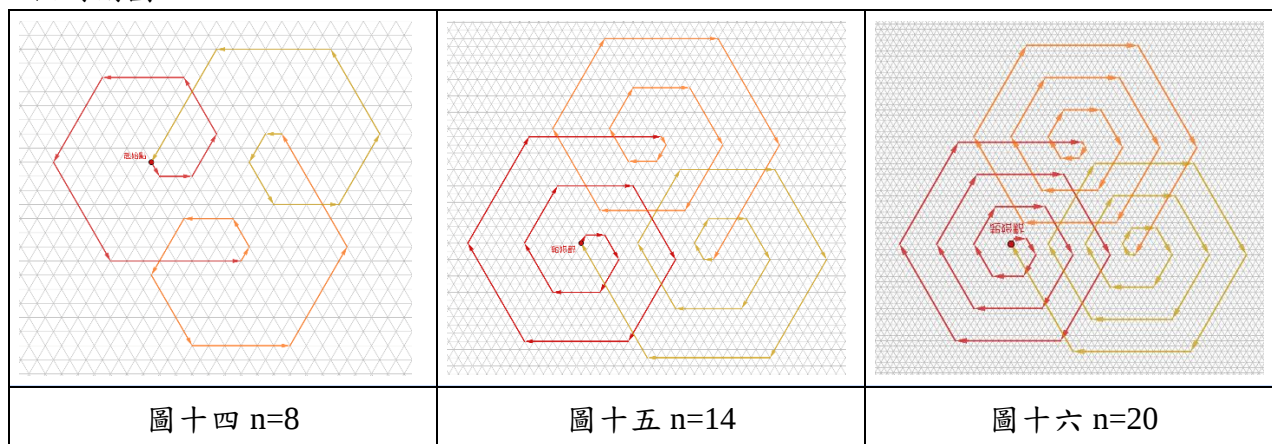
圖十二 $n=42$



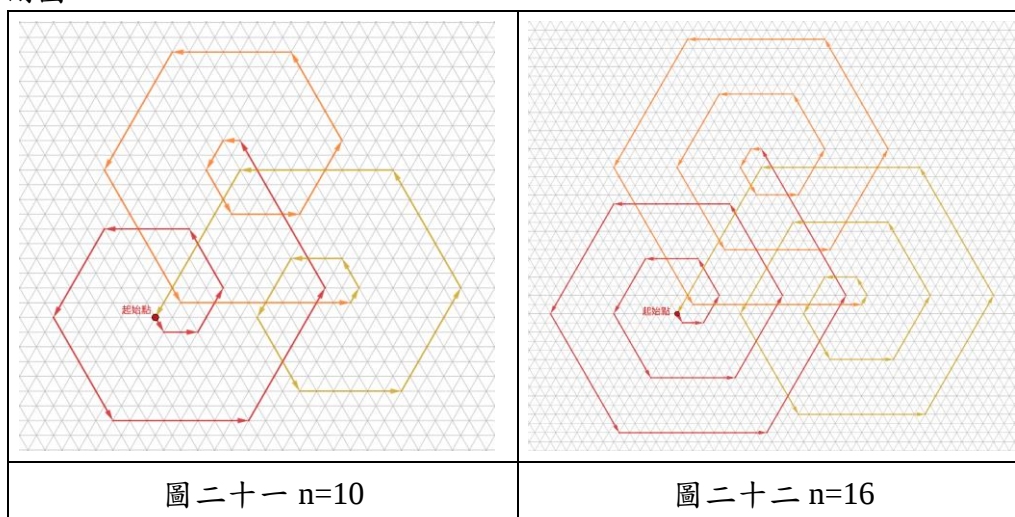
圖十三 $n=48$

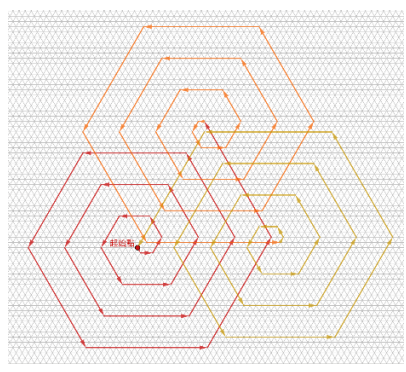
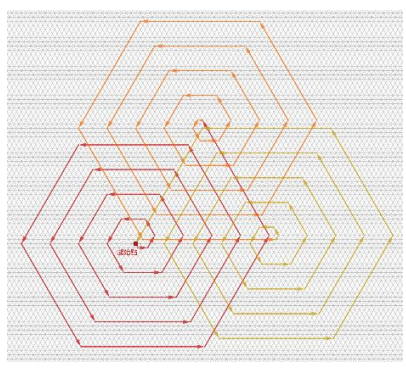
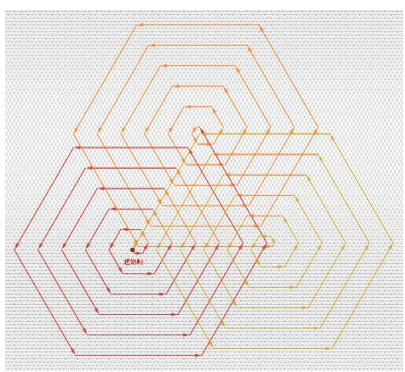
(二) $n=2$ (如圖一)、 $n=4$ (如圖一)、 $n=8$ (如圖十四)、 $n=10$ (如圖二十一)、 $n=14$ (如圖十五)、 $n=16$ (如圖二十二)、 $n=20$ (如圖十六)、 $n=22$ (如圖二十三)、 $n=26$ (如圖十八)、 $n=28$ (如圖二十四)、 $n=32$ (如圖十九)、 $n=34$ (如圖二十五)、 $n=38$ (如圖二十)都是三圈，但還是可以分成兩種不同的規律：

第一種，逆時針轉(我們以圖十四為例，依照紅色、橘色、土黃色的順序，我們把此圖形視為逆時針轉)： $n=2$ (如圖一)、 $n=8$ (如圖十四)、 $n=14$ (如圖十五)、 $n=20$ (如圖十六)、 $n=26$ (如圖十八)、 $n=32$ (如圖十九)、 $n=38$ (如圖二十)。當 $n=6k+2$ ，且 k 為大於 0 的整數，是逆時針轉三個封閉圈。



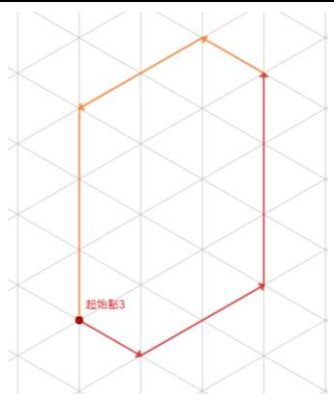
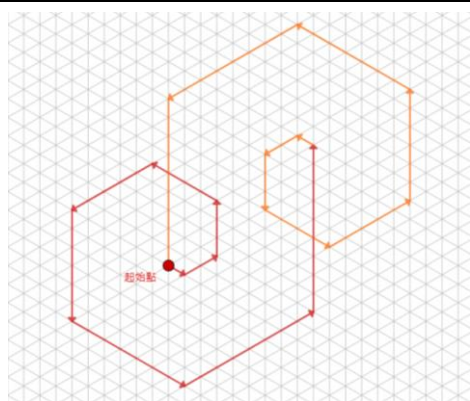
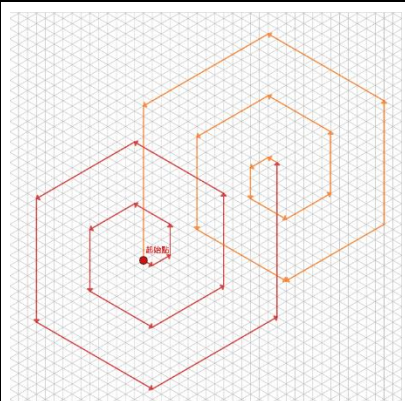
第二種，順時針轉(我們以圖二十一為例，依照紅色、橘色、土黃色的順序，我們把此圖形視為順時針轉)： $n=4$ (如圖一)、 $n=10$ (如圖二十一)、 $n=16$ (如圖二十二)、 $n=22$ (如圖二十三)、 $n=28$ (如圖二十四)、 $n=34$ (如圖二十五)。當 $n=6k+4$ ，且 k 為大於 0 的整數，是順時針轉三個封閉圈。

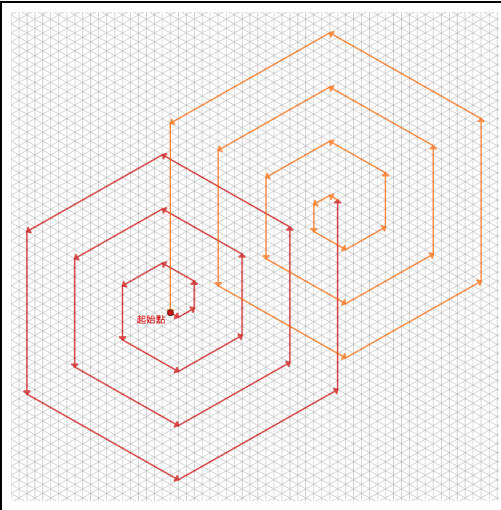
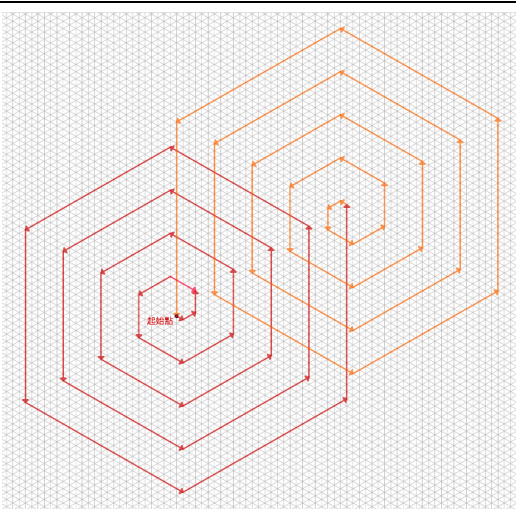


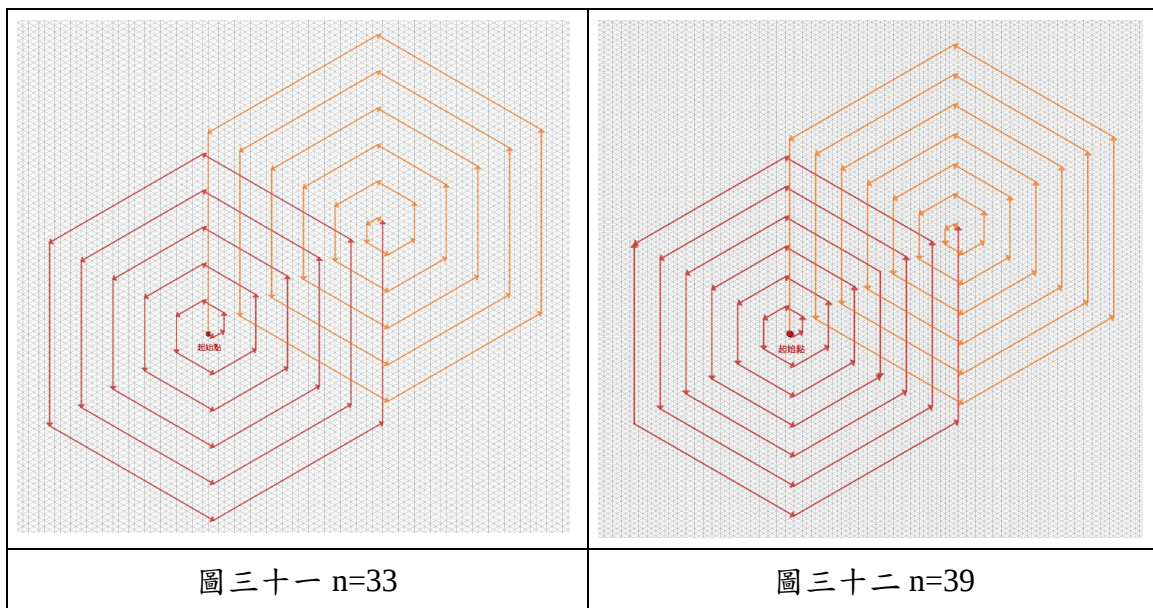
		
圖二十三 n=22	圖二十四 n=28	圖二十五 n=34

二、奇數

(一) $n=3$ (如圖二十六)、 $n=9$ (如圖二十七)、 $n=15$ (如圖二十八)、 $n=21$ (如圖二十九)、 $n=27$ (如圖三十)、 $n=33$ (如圖三十一)、 $n=39$ (如圖三十二)是一組，當 $n=6k+3$ ，且 k 為大於 0 的整數，是兩個封閉圈。

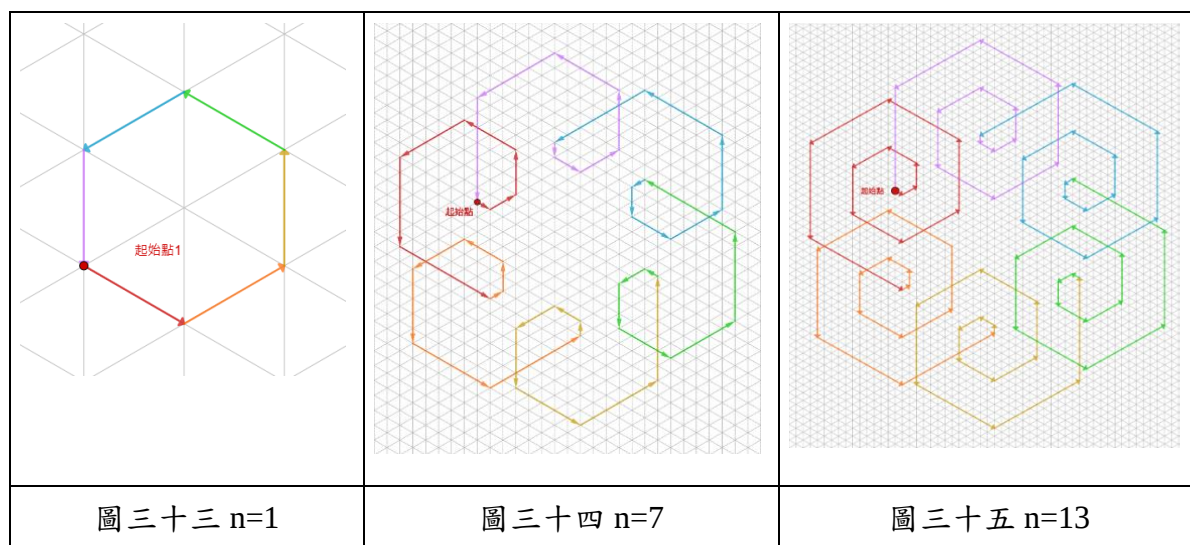
		
圖二十六 n=3	圖二十七 n=9	圖二十八 n=15

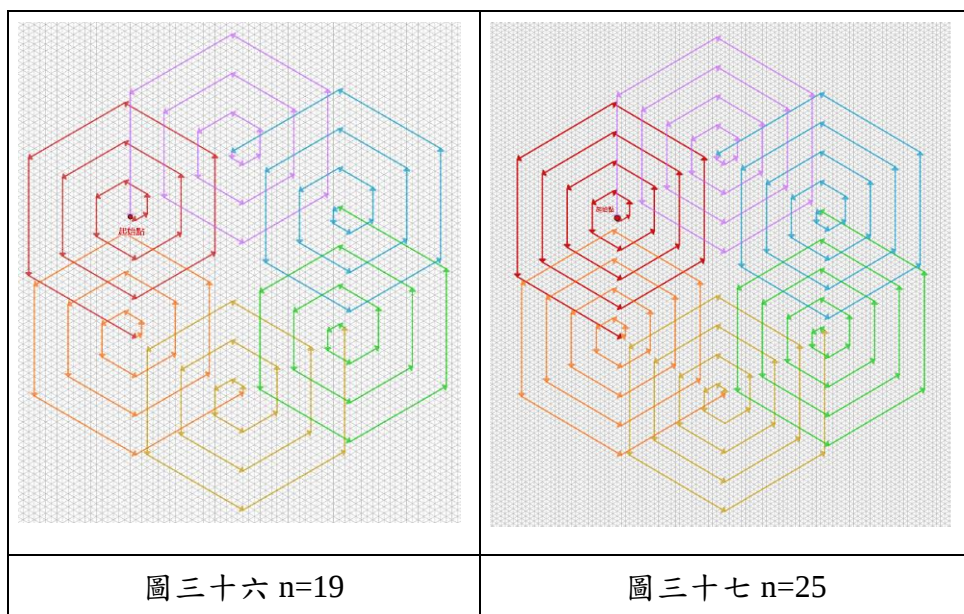
	
圖二十九 n=21	圖三十 n=27



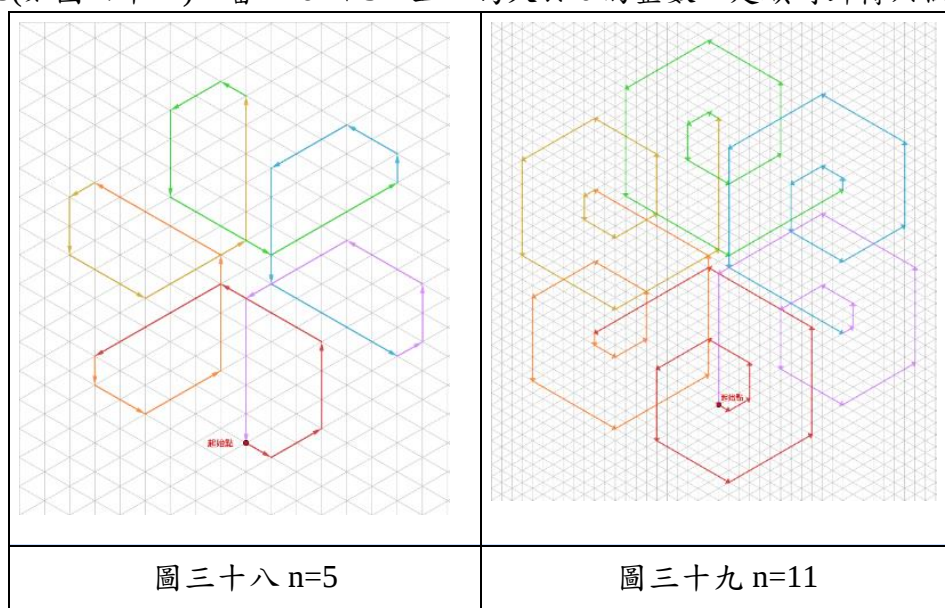
(二) $n=1$ (如圖三十三)、 $n=5$ (如圖三十八)、 $n=7$ (如圖三十四)、 $n=11$ (如圖三十九)、 13 (如圖三十五)、 $n=17$ (如圖四十)、 $n=19$ (如圖三十六)、 $n=23$ (如圖四十一)、 $n=25$ (如圖三十七)都是六個封閉圈，但還是可以分成兩種不同的規律。

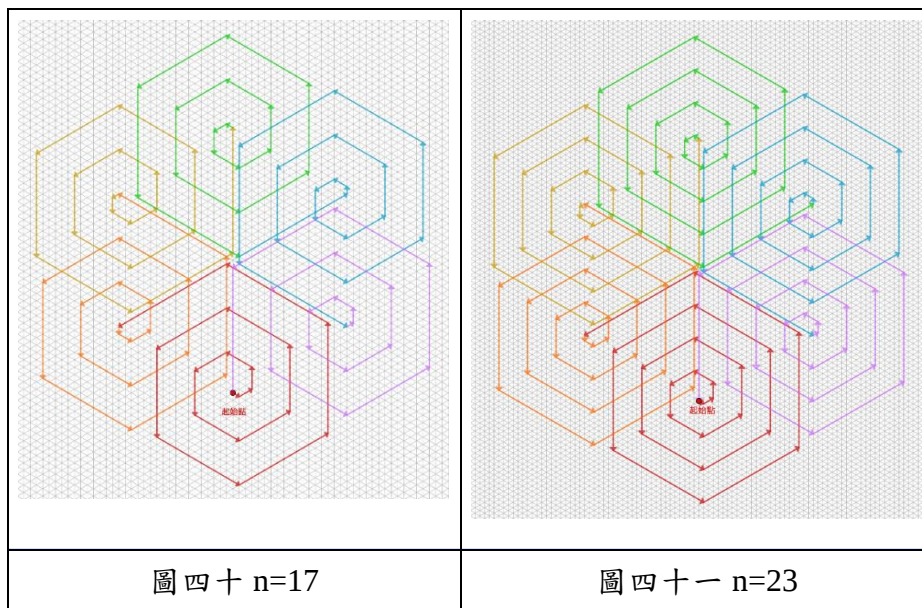
第一種，逆時針轉(我們以圖三十四為例，依照紅色、橘色、土黃色、綠色、藍色、紫色的順序，我們把此圖形視為逆時針轉)： $n=1$ (如圖三十三)、 $n=7$ (如圖三十四)、 $n=13$ (如圖三十五)、 $n=19$ (如圖三十六)、 $n=25$ (如圖三十七)。當 $n=6k+1$ ，且 k 為大於 0 的整數，是逆時針轉六個封閉圖。





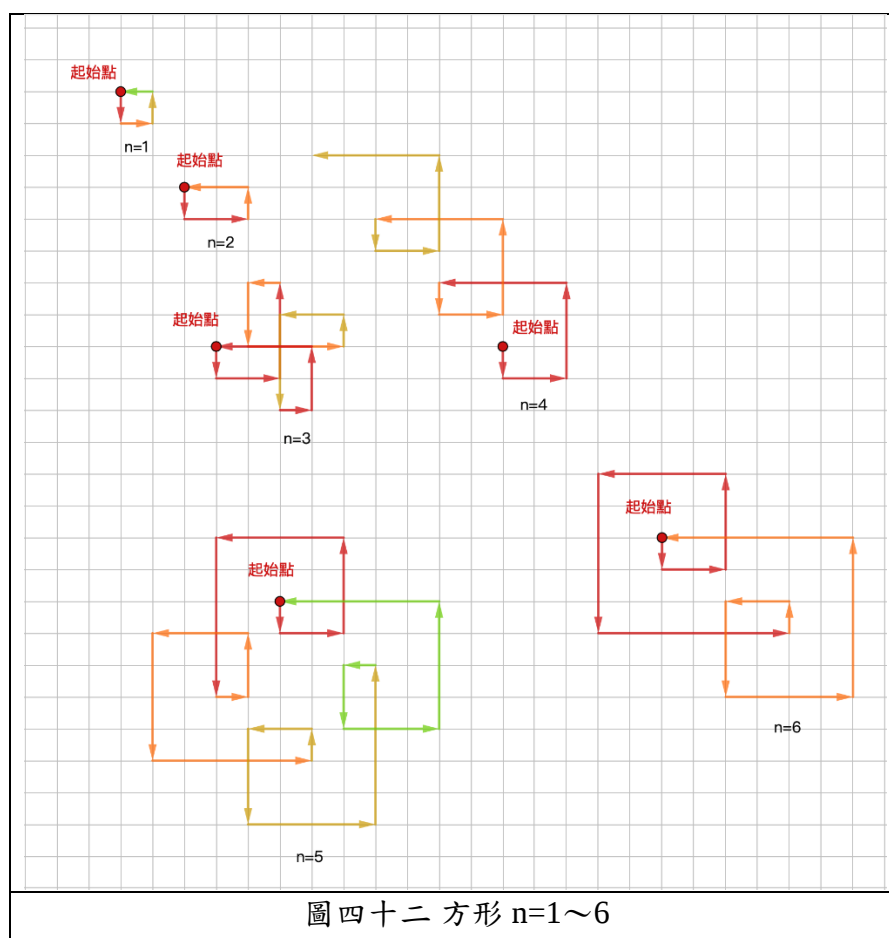
第二種，順時針轉(我們以圖三十八為例，依照紅色、橘色、土黃色、綠色、藍色、紫色的順序，我們把此圖形視為順時針轉): $n=5$ (如圖三十八)、 $n=11$ (如圖三十九)、 $n=17$ (如圖四十)、 $n=23$ (如圖四十一)。當 $n=6k+5$ ，且 k 為大於 0 的整數，是順時針轉六個封閉圖。





伍、討論

我們的研究是以三角形底紙每次轉彎逆時針旋轉 60 度來繪製，如果未來將底紙改成其他形狀(像是正方形)，或調整旋轉的角度(像是改成 120 度)，也許會有不同的結果和不同規律。



陸、結論

我們發現其規律中循環圖 n 的值與 6 有關：

當 $n=6k$ ，且 k 為大於 0 的整數，畫出的循環圖是向左無限延伸，像一條線。

當 $n=6k+1$ ，且 k 為大於 0 的整數，是逆時針轉六個封閉圖。

當 $n=6k+2$ ，且 k 為大於 0 的整數，是逆時針轉三個封閉圖。

當 $n=6k+3$ ，且 k 為大於 0 的整數，是兩個封閉圖。

當 $n=6k+4$ ，且 k 為大於 0 的整數，是順時針轉三個封閉圖。

當 $n=6k+5$ ，且 k 為大於 0 的整數，是順時針轉六個封閉圖。

柒、參考文獻資料

- 一、黎娜(2014)。百年哈佛給學生做的 600 個思維遊戲。禾風車書版股份有限公司
- 二、維基百科-循環圖: <https://zh.wikipedia.org/zh-tw/循環圖>
- 三、數感實驗室: <https://numeracylab.com/>