

一筆畫的遊戲

桃園縣國中數學輔導團/桃園縣平鎮國中 劉建成

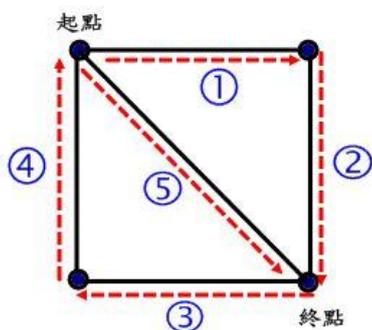
一、前言

一筆畫，自古以來就是一種數學遊戲，一筆畫問題是圖論中一個著名的問題。一筆畫問題起源於柯尼斯堡七橋問題。數學家歐拉在他 1736 年發表的論文《柯尼斯堡的七橋》中不僅解決了七橋問題，也提出了一筆畫定理，順帶解決了一筆畫問題。一般認為，歐拉的研究是圖論的開端。

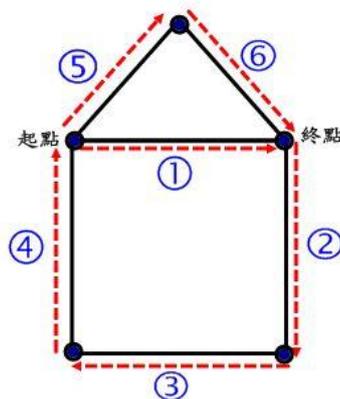
二、規則說明

用圖論的術語來說，就是判斷這個圖是否是一個能夠遍歷完所有的邊而沒有重複。這樣的圖現稱為歐拉圖。這時遍歷的路徑稱作歐拉路徑，意思是畫一個圖形時，以某點為起點，找出一路線，使它能夠經過圖形上所有部份而畫成圖形，同一地點不能畫二次或以上（重覆畫），要一次畫完，起點與終點不一定要相同。

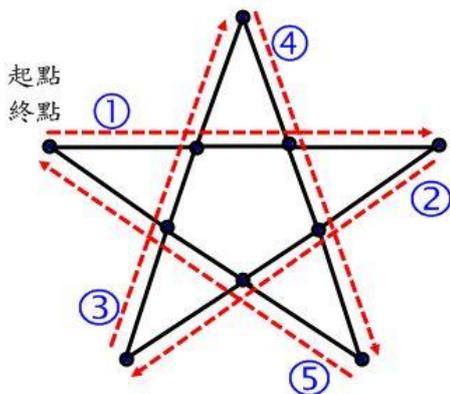
【例一】



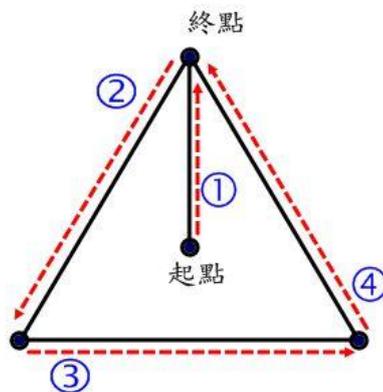
【例二】



【例三】



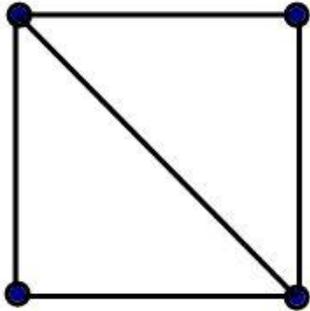
【例四】



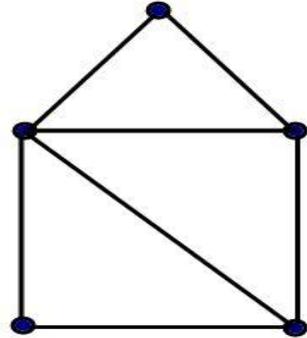
三、活動內容

1. 試試看自己可否用不同之路徑完成一筆畫

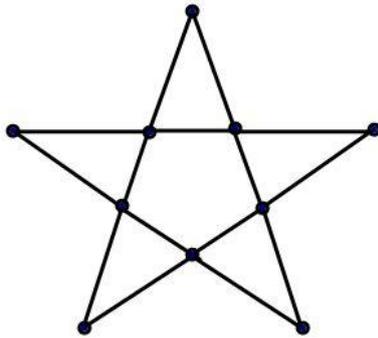
【例一】



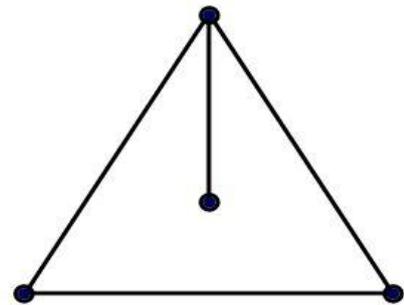
【例二】



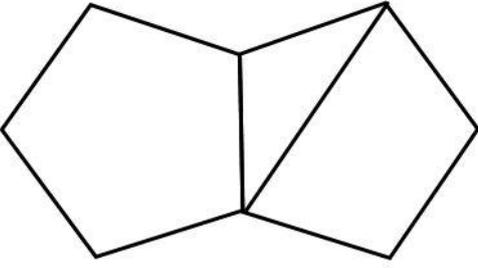
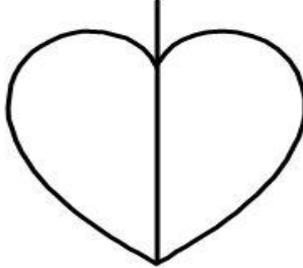
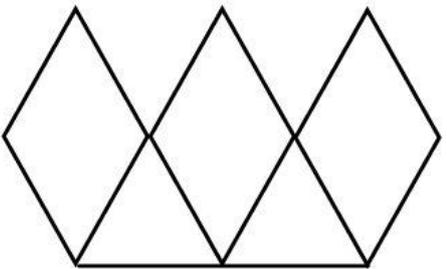
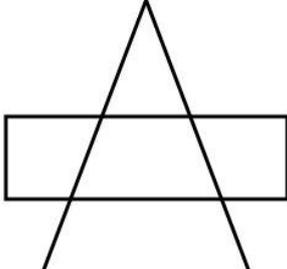
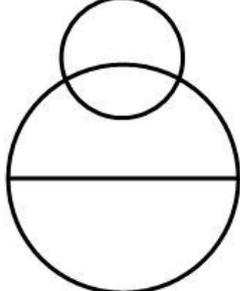
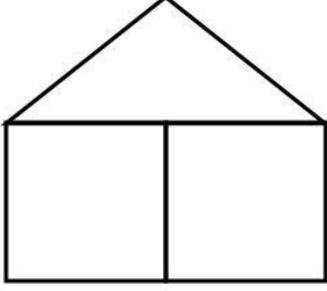
【例三】



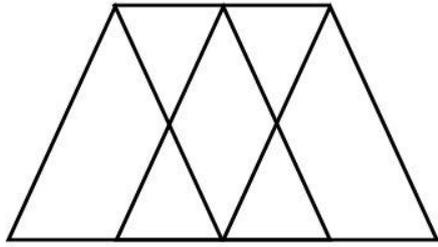
【例四】



2. 請用一筆畫完成下列圖形

| | |
|--|--|
| <p>(1)</p>  <p><input type="checkbox"/> 可以 <input type="checkbox"/> 不可以，至少要_____筆</p> | <p>(2)</p>  <p><input type="checkbox"/> 可以 <input type="checkbox"/> 不可以，至少要_____筆</p> |
| <p>(3)</p>  <p><input type="checkbox"/> 可以 <input type="checkbox"/> 不可以，至少要_____筆</p> | <p>(4)</p>  <p><input type="checkbox"/> 可以 <input type="checkbox"/> 不可以，至少要_____筆</p> |
| <p>(5)</p>  <p><input type="checkbox"/> 可以 <input type="checkbox"/> 不可以，至少要_____筆</p> | <p>(6)</p>  <p><input type="checkbox"/> 可以 <input type="checkbox"/> 不可以，至少要_____筆</p> |

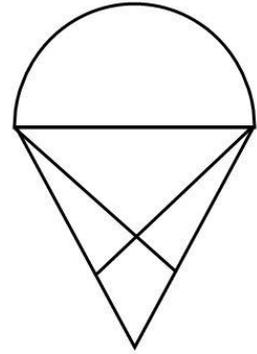
(7)



可以

不可以，至少要_____筆

(8)



可以

不可以，至少要_____筆

四、綜合討論

1. 請問你完成了哪幾題的一筆畫？

2. 請問是否有些是無法一筆劃完成的？

3. 請說明能完成一筆畫的圖形特性？

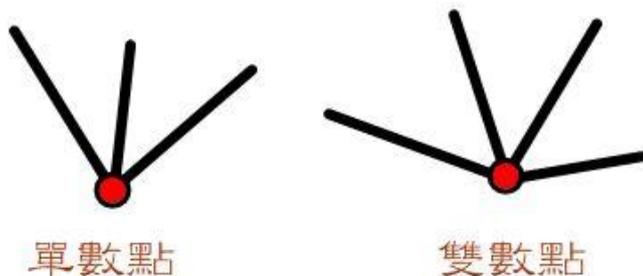
一筆畫遊戲回饋單

班級：_____ 座號：_____ 姓名：

1. 請問一筆畫遊戲對你來說困難度如何？
2. 請設計一個能一筆畫完成的幾何圖形？
3. 請設計一個不能一筆畫完成的幾何圖形？
4. 你可不可以調整遊戲規則，再發展一個新的遊戲？

教學建議與參考解答

要作一筆畫之前，應先判別該圖形是否可以作？要判別哪些圖形能一筆畫完成，那些不能，首先要認識兩個名詞"單數點"、"雙數點" 通過點的線條數目是雙數，稱為雙數點，通過點的線條數目是單數，稱為單數點。



- (1)圖形裡如果沒有單數點，都可以一筆畫畫成的。
- (2)圖形裡如果只有一對單數點，那麼也可以一筆畫畫成。
- (3)圖形裡的單數點如果是多於2個，就無法一筆畫完成。

因此，奇數點的地方不是「起點」，就是「終點」，而且因為圖形必有一個起點，一個終點，所以，圖形上如果有「奇數點」的話，只能有二個「奇數點」！所以上面8個例題中第6和第7是無法一筆畫完成的。