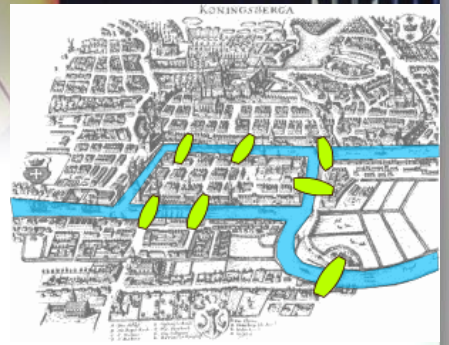


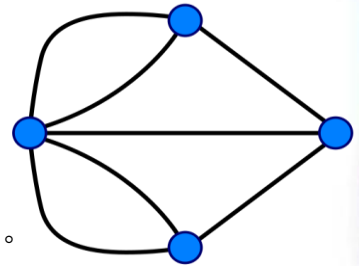
# 哥尼斯堡七橋問題

東普魯士的一個小城鎮哥尼斯堡(Konigsberg)，這城市雖然不是很大，卻是大有名氣，這城有一條河普累格爾河貫穿其中，和中心有兩個小島，在當時有七座橋把這小島和對岸連接起來，一天又一天，這七座橋上行走過無數行人，在橋上可以聽到悠揚的鐘聲與吹拂著波羅的海的海風，在某一個週末的下午，突然有人想到，**如果從自己的家中出發，是否有可能找出一條路線，經過所有的橋並且每座橋只許經過一次?**這問題如此的簡單，可是竟然都沒有人能夠解決，直到引起瑞士大數學家尤拉(Euler)的注意才得以解決。



## 尤拉如何解決「七橋問題」?

尤拉從這座城市的平面圖著手，畫出一張他簡化的表示圖，其中陸地部分被簡化成點，而橋則用線來代表，如圖所示。然後他論證道，一般為了進行一次成功的旅行（即通過所有的橋僅僅一次），一個點應該連接著偶數條線。這是因為在旅行中，旅行者通過一塊陸地時，他必須沿一座橋進入，然後沿不同的橋離開。



這個規則只有兩個例外情況——即旅行者開始或者結束時。

在旅行開始時，旅行者離開一塊陸地，僅僅需要一座橋讓他離開；而在旅行結束時，旅行者到達一塊陸地，也僅僅需要一座橋讓他進入。如果旅行開始和結束於不同的位置，那麼這兩塊陸地可以允許有奇數座橋。但是如果旅行開始和結束於同一個地方，那麼這個點（與所有其他的點一樣）必須有偶數座橋。因此，一般來說，**尤拉的結論是，對任何橋網絡，如果所有的陸地塊都有偶數座橋，或者恰好有兩個陸地塊有奇數座橋。那麼才有可能越過每座橋僅僅一次的完全的旅行。**在哥尼斯堡的情形中，總共有4塊陸地，他們都連接著奇數座橋——3個點連接有3座橋，1個點有5座橋。這解釋了為什麼不可能穿越每一座哥尼斯堡橋一次且僅僅一次的原因。

尤拉在他 1736年發表的論文《哥尼斯堡的七橋》中不僅解決了七橋問題，也提出了“一筆劃定理”，順帶解決了一筆畫問題。一般認為，尤拉的研究是圖論的開端，圖論的研究對象相當於一維的拓撲學。拓撲學是一門新的幾何學分支，十九世紀數學家們才開始展開研究。

根據上述尤拉的論證你能不能找出下列哪些圖是可以一筆畫畫成的嗎?(即一筆而不重複地畫成)

