

GeoGebra使用手冊

壹、GeoGebra是什麼：

GeoGebra是一套結合幾何、代數和微積分的數學軟體，由任教於Florida Atlantic大學的Markus Hohenwarter為學校數學教育所研發的。

從一方面來看，GeoGebra是一套動態的幾何系統，您可用點、向量、線段、直線、圓錐曲線等工具來繪圖，當您改變圖形時，所對應的函數或方程式也隨之改變。

另一方面來看，您可以直接輸入方程式和坐標。GeoGebra可以進行數字、向量、點坐標的運算，並可求出函數的微分及積分，還有Root、Extremum等指令，可用來算方程式的根及函數的極值。這種可以直接做代數運算的能力，儼然使GeoGebra成為處理幾何圖形的電腦代數系統。

綜合以上兩個觀點，所以GeoGebra外觀上具有兩個特徵：第一是視窗左邊的「代數區」(亦稱為「代數視窗」)，其中包含了所有幾何圖形的代數表示法；第二是視窗右邊的「繪圖區」(亦稱為「幾何區」或「幾何視窗」)，這裡是真正顯示所有幾何圖形的地方。

貳、下載GeoGebra：

依據GNU General Public License條約，您可以免費使用並散佈GeoGebra。

(1)安裝單一工作站：

建議您使用GeoGebra WebStart，保證您可在此下載最新的GeoGebra版本，以減少複雜的安裝程序及更新。

註：您也可以離線使用GeoGebra WebStart。

GeoGebra WebStart：

http://www.geogebra.org/cms/index.php?option=com_content&task=blogcategory&id=70&Itemid=57

(2)下載GeoGebra：

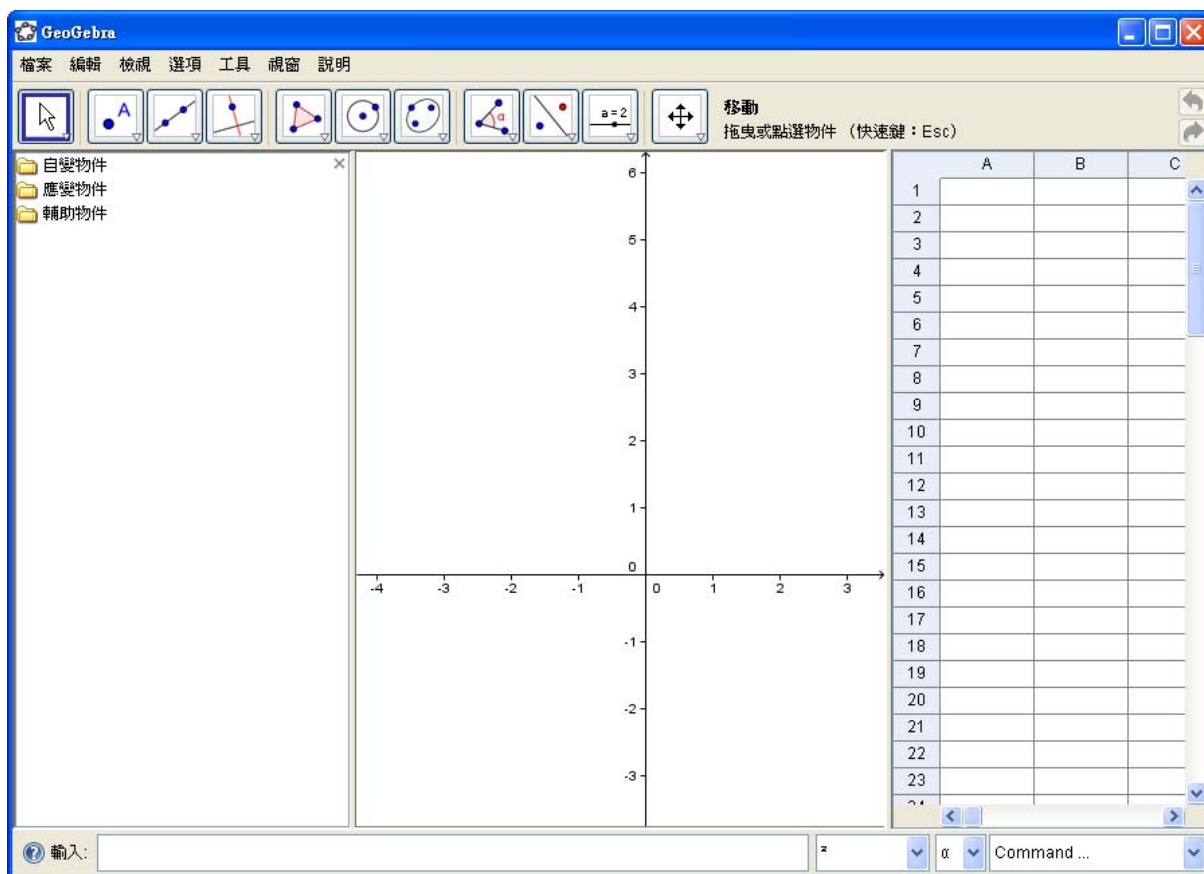
<http://www.geogebra.org/download/install.htm>

網路電腦安裝：

若您電腦的網路伺服器已經安裝Java 1.4.2或更新的版本，您可直接使用GeoGebra WebStart，您的網路伺服器管理員可協助您安裝Java。

參、幾何輸入：

在本章我們將說明如何在GeoGebra中使用滑鼠新增或修改物件。



一般須知：

幾何視窗中(右方)顯示點、向量、線段、多邊形、函數、曲線、直線及圓錐曲線的圖形，當滑鼠移到一物件的上方就會出現該物件的說明。

註：有時幾何視窗亦可稱為繪圖區。

有幾種模組可以告訴GeoGebra如何在幾何視窗中輸入物件。例如：按下繪圖區可新增一點，相交的物件，或新增一圓。

註：在幾何視窗中對物體按兩下滑鼠以編輯屬性。

1. 滑鼠右鍵功能表：

對著物件按滑鼠右鍵會出現滑鼠右鍵功能表，例如：您可選擇點坐標的表現方式(極坐標或直角坐標)、方程式的表現方式(方程式或參數式)，改名、重新定義或刪除。在滑鼠右鍵功能表中選擇屬性，您可改變一些像是物件的顏色、大小、線寬、線的式樣、質地等。

2. 顯示與隱藏：

幾何物件可被顯示或隱藏，使用顯示或隱藏物件或滑鼠右鍵功能表來改變其狀態。小圖示(隱藏或顯示)讓我們得知代數視窗中的每一物件最新的顯示狀態。

3. 痕跡：

我們可以設定讓幾何物件在移動時留下痕跡，您可使用滑鼠右鍵功能表來開/關痕跡的顯示與否。

註：如果您不要這些痕跡，您可以點選檢視功能表中的清除所有痕跡。

4. 放大縮小繪圖區：

在繪圖區按滑鼠右鍵後，即出現讓您可以放大或縮小繪圖區的功能表。

註：在繪圖區按滑鼠右鍵並移動滑鼠滾輪，可直接放大繪圖區到你指定的大小。

5. 坐標軸比例：

在繪圖工作區按滑鼠右鍵，並選擇屬性、改變x軸與y軸間的比例、各別隱藏/顯示坐

標軸、修改坐標軸的樣式(例如：線寬、顏色、線的類型)。

6. 作圖過程：

檢視功能表中的作圖過程可顯示所有作圖的步驟，在此視窗內，您可利用下方的前進後退(或鍵盤上下鍵)一步一步地觀察整個作圖過程，也可以插入並改變步驟順序。註：在「作圖過程」視窗中的「檢視」功能表中，利用暫停點欄位，您可將一些特定的作圖步驟設定為「暫停點」。當您使用前進後退觀察作圖過程時，它會從前一個暫停點直接跳到下一個暫停點，而省略中間的作圖過程。

7. 「前進後退」按鈕：

GeoGebra提供「前進後退」按鈕，讓你可以一步一步播放作圖過程。請在檢視功能表中選擇顯示前進後退按鈕以顯示這些按鈕。

8. 重新定義：

您可使用物件的滑鼠右鍵功能表來重新定義物件，如果你在作圖後才想到要改變某些物件的定義時，這個功能非常有用，您亦可選擇移動，並在代數視窗中的自變物件上按兩下滑鼠，開啓重新定義的對話方塊。

範例：

欲將一自由點 A 放到一直線 h 上，選擇對點 A 重新定義，並在出現的對話方塊指令列中輸入 $\text{Point}[h]$ (或點 $[h]$)。欲將點 A 從直線 h 上移除而再變回自由點，可重新將點 A 定義為自由坐標。

將通過兩點 A, B 的直線 h 轉換為線段。選擇重新定義並在顯示的對話方塊中欄位中輸入 $\text{Segment}[A,B]$ (或線段 $[A,B]$)。

重新定義物件是改變作圖時很實用的一種工具，請注意這樣很可能會在作圖過程中改變作圖步驟的順序。

9. 屬性對話方塊：

屬性對話方塊可供您修改物件的屬性(例如：顏色、線的樣式)，您可對著物件按滑鼠右鍵打開對話方塊並選擇屬性，或在編輯功能表中選擇屬性。

物件在屬性對話方塊中以類型分類(例如：點、直線、圓)，方便處理許多的物件。您可在右邊頁籤中修改選取物件的屬性，完成修改後按下套用。

肆、範例：

想大致瞭解GeoGebra的用途，可從以下的範例中窺知。

1. 三角形：

首先，在工具列中選擇新點，並在繪圖區中按三次作出三角形的三個頂點 A, B, C 。然後，選擇多邊形，並按下點 A, B, C ，再次按下點 A 圍出三角形 P ，三角形的面積即顯示在代數視窗中。

欲得知三角形的所有角度，可於工具列中選擇測量角度，然後按一下三角形。

現在選擇移動，並拖曳頂點來調整三角形。如您不需要代數視窗及坐標軸，可用檢視功能表來隱藏之。

2. 線性方程式 $y = mx + b$ ：

我們可嘗試以不同的值代入 m 和 b ，來看看 m 和 b 在等式 $y = mx + b$ 中所代表的不同意義。我們可以在螢幕底端的指令列中輸入以下的直線，並在每一行的最後按下 Enter 。

$a=1$

$b=2$

$y=a x+b$ ($a x$ 中間以空白區隔表示乘法)

現在我們可以在指令列中改變 a 和 b ，或直接在代數視窗中的一個數按滑鼠右鍵，並選擇編輯，試試代入以下 a 和 b 的值。

a=2
a=-3
b=0
b=-1

相同地，您可用以下方式輕易地改變 a 和 b 的值。

滑桿：對 a 和 b 按滑鼠右鍵並選擇顯示/隱藏物件。

同樣的方式，我們也可檢驗圓錐曲線的方程式，例如：

橢圓： $x^2/a^2+y^2/b^2=1$

雙曲線： $b^2x^2-a^2y^2=a^2b^2$

圓： $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$

3. 三點 A, B, C 重心：

我們現在來作三點的重心，例如：

$A=(-2,1)$

$B=(5,0)$

$C=(0,5)$

$M_a=\text{Midpoint}[B,C]$

$M_b=\text{Midpoint}[A,C]$

$s_a=\text{Line}[A,M_a]$

$s_b=\text{Line}[B,M_b]$

$S=\text{Intersect}[s_a,s_b]$

另外，我們可直接算出重心為 $S1 = (A + B + C)/3$ ，並用指令 $\text{Relation}[S,S1]$ 來比較所產生的結果。

接著我們再測試 A, B, C 在其他位置時， $S = S1$ 是否亦為真點 A 。我們用滑鼠點選移動，並拖動點。

4. 將線段以 7:3 的比例分割：

正如 GeoGebra 可讓我們計算向量，這也一樣地簡單容易。例如：

$A=(-2,1)$

$B=(3,3)$

$s=\text{Segment}[A,B]$

$T=A+7/10(B-A)$

也可換成另一種方式：

$A=(-2,1)$

$B=(3,3)$

$s=\text{Segment}[A,B]$

$v=\text{Vector}[A,B]$

$T=A+7/10v$

下一步我們將引入數值 t ，例如：使用滑桿並重新定義點 T 為 $T = A + tv$ ，改變 t 時您會看見點 T 沿著一直線移動，此直線可用參數式輸入： $g: X=T+sv$ 。

5. 二元線性方程組：

以 x 和 y 為變數的二元線性方程式可解釋為兩條直線，代數的解為此兩條直線的交點，例如：

$g: 3x+4y=12$

$h: y=2x-8$

$S=\text{Intersect}[g,h]$

您可對著它們按滑鼠右鍵並選擇編輯來修改方程式，您可用移動用滑鼠拖動這些直線或用轉動以一點為中心旋轉直線。

6. x 函數的切線：

GeoGebra 提供一指令來做函數 $f(x)$ 在 $x = a$ 的切線，例如：

$$a=3$$

$$f(x)=2\sin(x)$$

$$t=\text{Tangent}[a,f]$$

沿圖形 f 的切線斜率來描繪方程式 f 圖形的切線斜率。

另一種方法可求出方程式 f 在特定點 T 的切線。

$$a=3$$

$$f(x)=2\sin(x)$$

$$T=(a,f(a))$$

$$t:X=T+s(1,f'(a))$$

由此可知點 T 在 f 圖形上，其中切線 t 是以參數式表示。

您也可以幾何方式做出函數的切線：

選擇 **新點** 並按下函數 f 的圖形以得到新的點 A 並落在函數 f 的圖形上。選擇 **切線** 並連續按下函數 f 和點 A 。現在，選擇 **移動** 並用滑鼠沿著函數來拖曳點 A ，您會發現切線亦隨之改變。

7. 探討多項式函數：

您可用GeoGebra來探討多項式函數的根、極值、和轉曲點。例如：

$$f(x)=x^3-3x^2+1$$

$$R=\text{Root}[f]$$

$$E=\text{Extremum}[f]$$

$$I=\text{InflectionPoint}[f]$$

在 **移動** 下，您可用滑鼠來拖曳函數 f 。例如：

$$\text{Derivative}[f]$$

$$\text{Derivative}[f,2]$$

8. 積分：

介紹積分時，GeoGebra用矩形來呈現函數的上、下積分和。例如：

$$f(x)=x^2/4+2$$

$$a=0$$

$$b=2$$

$$n=5$$

$$L=\text{LowerSum}[f,a,b,n]$$

$$U=\text{UpperSum}[f,a,b,n]$$

透過修改 a, b 或 n ，您可看見這些參數對上和和下和的影響。如果要改變 n 的遞增值為1，您可對數值 n 按下滑鼠右鍵並選擇屬性。

有限積分可使用指令 $\text{Integral}[f,a,b]$ 來呈現，其中不定積分 F 是以 $F=\text{Integral}[f]$ 作出。

伍、LaTeX公式：

在GeoGebra您亦可寫數學式，在文字模組的對話方塊中勾選 **LaTeX數學式**，並以LaTeX語法輸入您的數學式，若不勾選擇表示文字純文字。指令間不需空白分開，指令與文字間則需空白分隔。

重要的LaTeX指令：

LaTeX 輸入	結果	快取選單
$a \cdot b$	$a \cdot b$	
$\frac{a}{b}$	$\frac{a}{b}$	有
\sqrt{x}	\sqrt{x}	
$\sqrt[n]{x}$	$\sqrt[n]{x}$	有
\vec{v}	\vec{v}	有
\overline{AB}	\overline{AB}	有

$x^{\{2\}}$	x^2	
$x_{\{1\}}$	x_1	
$\sin\alpha+\cos\beta$	$\sin \alpha + \cos \beta$	
$\int_a^b x dx$	$\int_a^b x dx$	有
$\sum_{k=1}^n k^2$	$\sum_{k=1}^n k^2$	有

陸、圖片的屬性：

1. 您可以將圖片設定背景圖，背景圖會放在坐標軸的後面，且無法用滑鼠或其他來點選。欲改變圖片的背景圖成爲圖片，從編輯中選擇屬性。
2. 您可以設定圖片的填色(0%到100%)(也就是透明度)，讓在它後面的物件或坐標軸可以看得。
3. 圖片的位置可能是是螢幕上的絕對位置，或相對於坐標系，後者可透過指定最多三個頂點來完成，這可提供您更彈性地縮放、旋轉、甚至扭曲圖片。其中頂點1表圖片的左下角位置、頂點2表圖片的右下角位置、頂點4表圖片的左上角位置。

柒、輸入代數式：

1. 一般須知：

代表數值、坐標、自變物件或應變物件的代數式都會顯示在左邊的代數視窗中。自變物件並不是由其他物件所建構出來的，所以可被直接更改。

您可在 GeoGebra 中，使用視窗底部的指令列直接輸入代數式。

註：當您在指令列中輸入物件的定義後，一定要按下 Enter。
2. 改變代表值：

自變物件可直接作改變，應變物件則否。您可以修改物件值，在指令列中輸入新值以覆寫舊值。

範例：若您想改變數值 $a=3$ ，在指令列輸入 $a=5$ ，並按下 Enter。

註：您亦可在代數視窗中的任一個物件上按滑鼠右鍵功能表，然後編輯。
3. 動畫：

選擇移動，再點選數值或角度，然後按下+或-鍵，就可連續改變數值或角度，讓您可作出動畫。

範例：若點的坐標是利用數值 k 所算出來的，就像 $P=(2k,k)$ ，則當 k 連續改變時，點就會沿著直線移動。

您選擇移動，然後用方向鍵移動任何自變物件。

註：您可使用物件的屬性調整遞增值。

快捷法：

 - (1) Ctrl+方向鍵：可讓您一次跳10個單位。
 - (2) Alt+方向鍵：可讓您一次跳100個單位。

註：您也可使用+或-鍵移動直線上的點。

捌、直接輸入：

GeoGebra可以處理數值、角、點、向量、線段、直線、圓錐曲線、函數、和參數曲線，我們將說明如何利用「指定列」再搭配坐標或方程式輸入這些物件。

註：您亦可在物件名稱中使用「下標」。

例如：輸入 A_1 或 $s_{\{AB\}}$ 可以得到 A_1 或 \overline{AB} 。

1. 數值和角度：

範例：輸入 $r=5.32$ ，您會得到 r 。

註：如果要用到某些數學常數，如圓周率 π 或尤拉數 e ，您可利用指令列右邊的下拉

式選單。

角可用「°」或「rad」輸入，常數 π 弧度值很好用，也可以用pi輸入。

範例：角 α 可用度數($\alpha=60^\circ$)或弧度($\alpha=\pi/3$)輸入。

註：GeoGebra用弧度作所有的內部運算，「°」這個符號只是代表「 $\pi/180$ 」這個常數的常用符號而已。

2. 滑桿和方向鍵：

一個「數值」或「角度」的自變物件可在幾何視窗中以「滑桿」來表示，您亦可使用方向鍵在幾何視窗中改變「數值」與「角度」物件。

3. 限制數值範圍：

你可以指定一個「數值」或「角度」的自變物件的數值範圍。此區間亦可用於滑桿。如果某「角度」是一個應變物件，則您可指定它是否可以變成「優角」(大於180度的角)。

4. 點和向量：

點和向量可以用直角坐標或極坐標來輸入。

註：英文「大寫」名稱代表「點」，「小寫」名稱代表「向量」。

範例：

若用直角坐標，請以 $P=(1,0)$ 或 $v=(0,5)$ 輸入點 P 或向量 v 。

若用極坐標，請輸入 $P=(1;0^\circ)$ 或 $v=(5;90^\circ)$ 。

5. 直線：

直線可以用「方程式」或「參數式」來輸入。在這兩種情況下，事先定義過的變數皆可使用(例如：數值、點、向量)。

註：直線名稱後面須加上「冒號」(:)。

範例：

輸入 $g:3x+4y=2$ ，可以得到直線 g 。

先定義參數 t (如： $t=3$)，再輸入 $g:X=(-5,5)+t(4,-3)$ 。

★注意：上式中， t 和 $(4,-3)$ 之間有一個「空白」不可省略，否則會出現錯誤訊息。另外，變數名只能用「 X 」，使用其他變數名，GeoGebra只會幫你算出另外一個「點」或「向量」。

先定義參數 $m=2$ 和 $b=-1$ ，然後輸入 $g:y=mx+b$ 。

★注意：上式中， m 和 x 之間有一個「空白」不可省略。

6. 坐標軸的指令名：

在使用指令時，兩坐標軸的名稱分別為 x Axis和 y Axis。

範例：在指令列中輸入 $\text{Perpendicular}[A,xAxis]$ 可作出通過點 A 並垂直於 x 軸的垂直線。

7. 圓錐曲線：

圓錐曲線可以用 x 和 y 的二元二次方程式來輸入，方程式裡面也可以使用事先定義過的變數名稱(例如：數值、點、向量)。輸入圓錐曲線的方程式時，你可同時指定它的名稱，只要你使用「名稱：方程式」這樣個格式就可以。

範例：

(1). 橢圓 a : $a:9x^2+16y^2=144$

(2). 雙曲線 b : $b:9x^2-16y^2=144$

(3). 拋物線 c : $c:y^2=4x$

(4). 圓 d : $d:x^2+y^2=25$

(5). 圓 e : $e:(x-5)^2+(y+2)^2=25$

註：若您事先定義兩參數「 $a=4$ 且 $b=3$ 」，您可輸入橢圓為「 $a:b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$ 」。

8. x 的函數：

您可以用已有的變數或函數來輸入一個新的函數。

範例：

- (1). 函數 $f: f(x)=3x^3-x^2$
- (2). 函數 $g: g(x)=\tan(f(x))$
- (3). 未命名之函數: $\sin(3x)+\tan(x)$

在「數學運算」這一章節中，有所有內建函數(例如： \sin, \cos, \tan)的詳細說明。

在GeoGebra中您可用指令求出函數的積分和微分。

您可用 $f'(x)$ 或 $f''(x), \dots$ 求出 $f(x)$ 的一次微分與二次微分。

範例：首先定義函數 $f(x)=3x^3-x^2$ ，然後您可輸入 $g(x)=\cos(f'(x+2))$ 定義新的函數 g 。
更進一步地，函數可用一向量來作平移，而且如果一個函數是自變物件的話，您也可用滑鼠來移動它。

9. 限制函數區間：

如果要限制函數的定義域，請使用指令 **Function**。

10. 物件集合：

大括號可以用來定義包含一些物件的集合(例如：點、線段、圓)。

範例：

- (1). $L=\{A,B,C\}$ 為包含三點 A, B, C 的集合。
- (2). $L=\{(0,0),(1,1),(2,2)\}$ 為包含三個未命名點的集合。

11. 數學運算：

欲輸入數值、坐標或等式，您可以用算數表示法及括號，以下各種的運算：

運算	結果
度	°
平方	^或 ²
次方	³
圓周率	π
開平方根	$\text{sqrt}(x)$
開立方根	$\text{cbrt}(x)$
絕對值函數	$\text{abs}(x)$
符號函數	$\text{sgn}(x)$
對數(自然)函數	$\ln(x)$ 或 $\log(x)$
以 10 為底的對數函數	$\lg(x)$
正弦函數	$\sin(x)$
反正弦函數	$\text{asin}(x)$
雙曲正弦函數	$\sinh(x)$
小於或等於 x 的最大整數	$\text{floor}(x)$
大於或等於 x 的最小整數	$\text{ceil}(x)$
四捨五入函數	$\text{round}(x)$
0 與 1 之間的隨機亂數	$\text{random}(x)$
等於(數值、點、直線、圓錐曲線)	$a=b$ 或 $a==b$
不等於(數值、點、直線、圓錐曲線)	$a\neq b$ 或 $a!=b$
小於(數值)	$a<b$
大於(數值)	$a>b$
小或等於(數值)	$a\leq b$ 或 $a<=b$
大或等於(數值)	$a\geq b$ 或 $a>=b$

非(布林變數)	\neg 或!
且(布林變數)	$a \square b$
或(布林變數)	$a \sqcup b$
平行於(直線)	$a \parallel b$
垂直於(直線)	$a \perp b$
加法	+
減法	-
乘法	*或空白
除法	/
階乘	!
括號	()
x 坐標	x()
y 坐標	y()
指數函數	exp(x)或 \square^x
以 2 為底的對數函數	ld(x)
Gamma 函數	gamma(x)
反雙曲正弦函數	asinh(x)
餘弦函數	cos(x)
反餘弦函數	acos(x)
雙曲餘弦函數	cosh(x)
反雙曲餘弦函數	acosh(x)
正切函數	tan(x)
反正切函數	atan(x)
雙曲正切函數	tanh(x)
反雙曲正切函數	atanh(x)

範例：

(1). A 和 B 中點 M 可以如此輸入： $M=(A+B)/2$ 。

(2). 向量 v 的長度可用 $\text{sqrt}(v*v)$ 來計算。

註：在 GeoGebra 中，點和向量也可以直接用來計算。

12. 布林變數：

在 GeoGebra 中您可使用布林變數“true”與“false”。

範例：在指令列中輸入 $a=true$ 或 $b=false$ 並按下 Enter 鍵。

13. 核選方塊及方向鍵：

自由的布林變數在繪圖區中，用「核選方塊」的方式來呈現，利用方向鍵您亦可在繪圖區中改變布林變數。

14. 布林運算：

您可在 GeoGebra 中使用布林運算：

	運算	範例	ab 的類型
等於	\square or $==$	$a \square b$ 或 $a == b$	數值、點、直線、圓錐曲線
不等於	\neq or $!=$	$a \neq b$ 或 $a != b$	數值、點、直線、圓錐曲線
小於	$<$	$a < b$	數值
大於	$>$	$a > b$	數值
小或等於	\leq or $<=$	$a \leq b$ 或 $a <= b$	數值
大或等於	\geq or $>=$	$a \geq b$ 或 $a >= b$	數值

	運算	範例	ab 的類型
且	\square	$a \square b$	布林變數
或	\square	$a \square b$	布林變數
非	\neg or !	$\neg a$ 或 !a	布林變數
平行於	\parallel	$a \parallel b$	直線
垂直於	\perp	$a \perp b$	直線

玖、列印和輸出：

1. 繪圖區：

您可在File功能表中發現繪圖區的選項，您可在此指定名稱、作者、日期和列印刻度大小(以公分表示)。

註：作任何改變之後按下Enter鍵以更新預覽視窗。

2. 作圖過程：

首先您必須開啓作圖過程(檢視功能表)來開啓作圖過程的預覽列印，您可在顯現視窗的檔案功能表中找到預覽列印選項。

註：您可在作圖過程+檢視中開/關作圖過程中欄位名稱、定義、指令、代數、中斷點等。

在作圖過程+預覽列印視窗，您可在列印前輸入標題、作者、日期。

在作圖過程視窗的底部有一個操控列，可讓您一步步地操作控制作圖。

註：使用column Breakpoint(檢視功能表)您可定義特定的作圖步驟為中斷點，以供您作物件群組，當您用控制列在作圖區四處移動時，群組物件就會同時出現。

3. 繪圖區以圖檔輸出：

您可在檔案功能表中找到繪圖區，您可指定輸出檔案的大小(cm)及解析度(dpi)，輸出圖形的真實大小顯示於視窗下方。

當您以圖形輸出繪圖區時，您可從下列格式輸出：

PNG–Portable Network Graphics

這是一種畫素的圖形格式，解析度愈高(dpi)，品質愈好(300dpi一般就夠好了)，避免對PNG圖形作縮放而降低影像品質。

PNG圖形檔案適合用於網頁(html)及Microsoft Word。

註：無論您是否在Word文件中使用PNG圖形檔(檔案中的圖形，插入功能表)請確認大小設定為100%，否則給定的大小(以cm)將被改變。

EPS–Encapsulated Postscript

這是一個向量圖形格式。EPS圖片縮放後可保持原有品質。EPS

圖形檔很適合用在向量圖形程式例如：CorelDraw,和專業的文字處理軟體如LATEX。EPS圖形的解析度都是72dpi，此數值只用在以公分計算圖形的真實大小，且不影響圖形的品質。

註：使用EPS在多邊形和圓錐曲線區內質地的透明度是無效的。

4. 繪圖區複製到剪貼簿：

您可在檔案清單中找到輸出的選項繪圖工作區到剪貼簿，即可將繪圖工作區的資料複製到您系統的剪貼簿上成 PNG 圖形，此圖形可任意貼到其他程式中(例如：Microsoft Word 文件)。

註：為指定作圖的特定大小(以 cm)，請使用檔案清單中輸出選項的繪圖區輸出為圖形。

5. 作圖過程以網頁輸出：

為開啓輸出作圖過程視窗，首先您必須從檢視功能表中開啓Construction protocol，您可在檔案清單中找到以網頁輸出的選項。

註：您可在以網頁輸出之前開/關作圖過程中的不同欄位。

在輸出作圖過程的視窗中，您可輸入標題，作者和日期，以及您是否要以圖檔輸出繪圖區，以及作圖過程的代數視窗。

註：您可用任何瀏覽器檢視輸出的HTML檔案(例如：Mozilla,Internet Explorer)，且許多的文字處理軟體都可作編輯(例如：Frontpage,Word)。

6. 動態工作底稿以網頁輸出：

在檔案清單中,您可找到動態工作底稿以網頁輸出(html)。

在輸出的視窗的上方您可為您的動態工作底稿輸入標題、作者、日期。

Tab General 可讓您作圖過程的上、下加入一些文字(例如：作圖過程和一些工作的描述)，作圖過程的本身也可直接置於網頁或以按鈕來開啓。

Tab Advanced 可讓您改變動態作圖的功能(例如：重設圖示鍵、按兩下滑鼠以開啓 application 視窗)，修改使用者介面也是一樣(例如：顯示工具列、修改高度及寬度)。

註:動態建構的長度和寬度不要太大,在瀏覽器中才能夠完全顯示。

輸出動態工作底稿時會產生三種檔案：

(1).html 檔案，(例如：circle.html)–此檔案會包括工作底稿本身。

(2).ggb 檔案，(例如：z.B.circle.ggb)–此檔案會包括您的 GeoGebra 作圖。

(3).geogebra.jar(一些檔案)–此檔案會包括 GeoGebra 並使您的工作底稿更為互動式。

所有三種檔案(例如：circle.html、circle_worksheet.ggb 及 geogebra.jarfiles)–必須要放在同一個檔案夾(目錄)，動態的建構才會有效。當然，您也可以拷貝所有三種檔案到另一個檔案夾中。

註:輸出的 HTMLfile(例如：circle.html)–可用瀏覽器觀看(例如:Mozilla,Internet Explorer)。為使動態的作圖有效運作，您必須安裝 Java。您可到 <http://www.java.com> 找到免費的 Java。若您想在學校網路的電腦上使用您的工作底稿，請要求您學校的電腦網路管理員在電腦上安裝 Java。

註:大多數的文字編輯器都可用來開啓輸出的 HTML 檔案來修改工作底稿的文字(例如：Frontpage,Word)。

壹拾、 選項：

Global選項可在選項功能表中修改，欲改變物件設定,請使用Contextmenu。

1. 點的吸附功能：決定開/關或點被吸附於格子點。

2. 角度單位：決定決定角度是否以度數或($^{\circ}$)或徑度(rad)顯示。

註：輸入時兩種方式皆可(度數或徑度)。

3. 小數位數：可供您調整小數點位數從0到5。

4. 連續性：GeoGebra可讓您在選項功能表中開/關。

註：預設heuristic為關閉，對於使用者自訂工具連續性也都是關閉狀態。

5. 點的類型：決定點是否以或 x 來顯示。

6. 直角的類型：決定直角是否以矩形、點、或就像其他所有的角來顯示。

7. 坐標軸：決定點坐標是否以 $A=(x,y)$ 或 $A(x|y)$ 的形式表示。

8. Labelling：您可指定新增物件的label是否該顯示與否。

註：當開啓代數視窗並新增物件時，自動設定可顯示labels。

9. 字體大小：決定labels字體大小及文字inpoints(pt).

10. 語言：GeoGebra使用多種與語言，在此您可以改變現有的語言設定，如此會改變所有的輸入和輸出的指令名稱。

11. 繪圖區：開啓繪圖區屬性的對話窗(例如：坐標軸格子點、軸及、背景顏色)。

12. 儲存設定：若您在選項功能表中選擇了儲存設定，GeoGebra會記憶您(在選項功能表、目前工具列及繪圖區的設定)的偏好設定。

壹拾壹、 工具與工具列：

1. 使用者自訂工具：

根據已有的作圖您可在GeoGebra中製作您要的工具，當準備好建構您的工具後，在工具功能表中選擇新增工具，在出現的交談窗中指定工具的輸入及輸出物件，並選擇工具列之圖示鍵的名稱與指令。

範例：正方形-工具

由兩點 A, B 開始作出正方形，用Polygon工具作出其他頂點並連接起來產生正方形 poly1。

在工具功能表中選擇新增工具。

指定輸出物件：按下正方形或在下拉清單中選取之。

指定輸入物件：GeoGebra自動地為您指定輸入物件(在此是：點 A, B)，您也可以在下拉清單中修改已選取的輸入物件，或在您的作圖上直接按下它們。

為您的新工具指定工具名稱及指令名稱，工具名稱將顯示在GeoGebra的工具列，指令名稱可用於GeoGebra的指令列。

您亦可選擇圖形作為工具列的圖示鍵，GeoGebra會自動幫您調整圖形大小成適合工具列上的按鈕。

註：您的工具可使用滑鼠或在指令列中以指令輸入，所有工具都自動存成“ggb”建構檔。

使用管理工具交談窗(工具功能表)您可刪除工具或修改其名稱或圖示鍵，您也可儲存選取工具到一個GeoGebra工具檔(“ggt”)，此檔案可留待以後使用(檔案功能表，開啓)來下載工具到另一個作圖。

註：開啓“ggt”檔不會改變您目前的作圖，但開啓“ggb”時則會改變。

2. 自訂工具列：

您可在工具功能表中選取自訂工具列，即可在GeoGebra的工具列中自訂工具列。這對dynamic worksheets特別好用，當您只想限制一些工具出現在工具列中時。

註：目前的工具列設定以“ggb”的檔案與您的作圖一起儲存。

壹拾貳、 工具與工具列：

JavaScript介面：

註：那些有網頁編寫經驗的使用者會對GeoGebra的Java Script介面感興趣。

為提升dynamic worksheets並增加其互動性，GeoGebra applets提供Java Script介面，例如：您可新增一按鈕來隨機性地產生動態作圖的新架構。

請參見GeoGebra Appletsand Java Script文件，看看更多範例及如何使用Java Script with GeoGebra applets的資訊。

壹拾參、 模組：

下列的模組可由工具列或幾何功能表來啓動，按下工具按鈕右下角的小箭頭，你會看到其他模組工具。

註：在所有的作圖模組中，只要您在繪圖區上按滑鼠一下，都會自動產生新的點。

(1). 一般模組：



(1). 移動：您可利用此模組以滑鼠來拖曳自變物件，若您選取物件並按下**移動**，您可以：

(a). 按下 **Del** 鍵來刪除之。

(b). 使用方向鍵來移動之。

註：按下 **Esc** 鍵亦可啓動移動模組。

按住 **Ctrl** 鍵您可同時選取數個物件。另一種同時選取數個物件的方式，是按住**滑**

鼠左鍵以指定選取的矩形區，您可用滑鼠拖曳其中某個物件來移動整個被選取的物件群組。

選取的矩形區亦可用來指定要列印、輸出圖檔、或輸出動態網頁的部分。



- (2). 轉動：首先選取旋轉的中心點，然後您可以此點為中心，用滑鼠拖曳自變物件來轉動它。

- (2). 點：



- (1). 新點：按下繪圖區以新增點：

- (a). 按下一線段、直線、多邊形、圓錐曲線、函數、或曲線，您便在這些物件上新增一點。

- (b). 按下兩物件的相交處便新增此交點。



- (2). 交點：兩物件的交點可由兩種方式產生：

- (a). 點選兩物件：(盡可能)產生所有交點。

- (b). 按下兩物件的交點：只產生此一交點。

對於線段、射線、或弧，您可指定是否要落在外部的交點，這可用於作出落在某物件的延伸處的交點，例如：線段或射線的延伸就是一條直線。



- (3). 中心點：按下：

- (a). 兩點以找出其中點。

- (b). 一線段以找出其中點。

- (c). 一圓錐曲線以找出其中心。

- (3). 線段：



- (1). 直線(過兩點)：點選兩點 A 和 B ，並調整此線使其通過 A 和 B 點，此線的方向向量即為射線 AB 。



- (2). 線段(過兩點)：點選兩點 A 和 B ，並調整線段 AB 長度，即可在代數視窗中顯示線段。



- (3). 線段(指定起點、長度)：按下線段的起點 A ，在出現的視窗中指定想要的長度。註：此模組作出長度 a 且端點 B 的線段，並可以**移動**沿著起點 A 而旋轉。



- (4). 射線(過兩點)：點選兩點 A 和 B ，作出起點從 A 到 B 的射線，在代數視窗中您即可看到相關直線的方程式。

- (4). 向量：



- (1). 向量(過兩點)：點選向量的起點和終點。



- (2). 向量(指定起點、向量)：點選點 A 及一向量 v 以作出點 $B = A + v$ ，可以做出從 A 到 B 的向量。

- (5). 多邊形：



- (1). 多邊形：標出至少三個點當作多邊形的頂點，然後再按下第一個點以圍成一多邊形，在代數視窗中您可看見多邊形的面積。



- (2). 正多邊形：點選兩點 A 和 B 並在出現的對話方塊中輸入一整數 n ，您即得到一個有 n 個頂點的正多邊形(包括點 A 和 B)。

- (6). 直線：



- (1). 垂直線：點選出一線 g 和一點 A ，產生一直線通過 A 且垂直於 g ，此線的方向向量即等於 g 之法向量。



- (2). 平行線：點選出一線 g 和一點 A ，可畫出一線通過 A 且平行於 g ，此線的方向向量即為直線 g 的方向向量。



- (3). 中垂線：中垂線指的是通過一線段 s 或兩點 A 和 B 的中點並垂直於此線段的直線，此線的方向即等於線段 s 或 AB 的法向量。



- (4). 角平分線：有兩種方式可定義角平分線：
 (a). 點選出三點 A, B, C ，並作出此三點圍成之角的角平分線，其中 B 為頂點。
 (b). 點選出兩條線，並作出其兩角平分線。
 註：所有的角平分線的方向向量長度都為 1。



- (5). 切線：一圓錐曲線的切線可由兩種方式產生：
 (a). 點選出一點 A 及一圓錐曲線 c ，並作出通過 A 且切於 c 的所有切線。
 (b). 點選出一線 g 及一圓錐曲線 c ，並作出平行於 g 且切於 c 的所有切線。
 (c). 點選出一點 A 及一函數 f ，可作出 f 在 $x = x(A)$ 的切線 (A 點可以不用在函數圖形上)。



- (6). 極線或徑線：此模組作出一圓錐曲線的極線或徑線，您可用：
 (a). 點選一點及一圓錐曲線以作出極線。

(b). 點選直線或一向量及一圓錐曲線以作出徑線。

(7). 圓錐曲線：



- (1). 圓(指定圓心與一點)：點選出一點 M 和一點 P ，可畫出一圓心為 M 且通過點 P 的圓，此圓的半徑即為 MP 的距離。



- (2). 圓(指定圓心與半徑)：點選圓心後，在出現的視窗中輸入半徑。



- (3). 圓(過三點)：點選出三點 A, B, C ，可畫出通過此三點的圓。若這三點落在一直線上，此圓即退化為直線。

(8). 圓弧與扇形：



- (1). 半圓(過兩點)：點選兩點 A 和 B ，在線段 AB 上作出一個半圓。



- (2). 圓弧(指定圓心與兩點)：點選三點 M, A 和 B ，作出圓心為 M ，起點為 A 終點為 B 的圓弧。

註：點 B 可以在圓弧外。



- (3). 圓弧(過三點)：點選三點作出通過此三點的圓弧。



- (4). 扇形(指定圓心與兩點)：點選三點 M, A 和 B ，作出圓心為 M ，起點為 A 終點為 B 的扇形。

註：點 B 可以落在扇形外。



- (5). 扇形(過三點)：點選三點作出通過此三點的扇形。



- (6). 圓錐曲線(過五點)：點選五個點，作出通過此五點的圓錐曲線。若無其中四點或五點呈一直線時，即可定義出一圓錐曲線。

(9). 數值與角度：



- (1). 測量角度：此模組可作出：

- 三點間的角度。
- 兩線段間的角度。
- 兩直線間的角度。
- 兩向量間的角度。
- 多邊形的所有內角。

所有的角度範圍都限於 0° 到 180° ，但您可以在角度的「屬性」視窗中設定允許優角(大於 180° 的角)。



- (2). 畫指定角：點選兩點 A, B ，並於對話方塊中輸入角度的大小，此模組作出點 C 及角度 α ，其中 α 為角 ABC 。



- (3). 測量距離：此模組可測量出兩點、兩直線、或一點與一直線間的距離，亦可求出線段的長度及圓周。



- (4). 測量面積：此模組可求出多邊形、圓、或橢圓的面積，並顯示於幾何視窗中。



- (5). 斜率：此模組可求出直線的斜率，並顯示於幾何視窗中。



- (6). 滑桿：按下繪圖區的任意位置作出一數值或角度的滑桿，在它的屬性視窗中，您可以指定其名稱、數值或角度的範圍區間[極小值，極大值]，以及滑桿的寬度(以點畫素為單位)。

註：

- (a). 在 GeoGebra 中滑桿只是一種數值或角度的圖示法。
- (b). 您可為任意數值或角度作出滑桿。
- (c). 滑桿的位置可為螢幕的絕對位置或相對於坐標軸。

- (10). 顯示與隱藏物件群組：



- (1). 物件群組隱藏顯示鈕：在繪圖區按一下滑鼠，就會作出一個可以顯示或隱藏許多物件的核選方塊。請您在對話方塊中指定在此群組內的物件。

- (11). 軌跡：



- (1). 軌跡：請點選一個會隨著點 A 而變的點 B ，然後點選 A ，就會畫出 B 的軌跡。

註：點 A 應為一線型物件上之一點(例如：直線、線段、圓)。

範例：

在指令列中輸入 $f(x)=x^2-2x-1$ ，

在 x 軸上加一個新的點 A ，

作 $B=(x(A),f(x(A)))$ ，

選擇軌跡，並依序點選 B 和 A ，

沿著 x 軸拖曳點 A ，請觀察點 B 沿著其軌跡線而動的方式。

- (12). 幾何變換：下列的幾何變換適用於點、直線、圓錐曲線、多邊形與圖片。



- (1). 點對稱：首先點選要作對稱的物件，然後點選對稱中心。



- (2). 線對稱：首先點選要作對稱的物件，然後點選對稱軸。



- (3). 旋轉：首先點選要作旋轉的物件，再點選旋轉中心，隨後您可在對話方塊中指定旋轉角。



- (4). 平移：首先點選要作平移的物件，然後點選平移向量。



- (5). 伸縮：首先點選要作縮放的物件，再點選縮放中心，隨後您可在對話方塊中指定縮放倍率。

(13). 文字：



- (1). 插入文字：您可以用此模式在幾何視窗中產生靜態文字、動態文字、或Latex數學式。

在繪圖區中按一下滑鼠，即可新增文字方塊。

點選某點，即可在此點上新增文字方塊。

然後您可在隨後顯示的對話方塊中輸入文字。

註：您可以用物件名稱來產生動態文字。

輸入	輸出結果
“這是靜態文字”	這是靜態文字
“A 點坐標=”+A	A 點坐標=(3.05,2.54)
“線段 a=”+a+”cm”	線段 a=5.87cm

文字的位置可能是螢幕的絕對值，或相對於坐標系。

(14). 圖片：



- (1). 插入圖片：此模組可供您於作圖時加入圖片。

在繪圖區上按一下，此點會成為圖片的左下角。

點選某點，以指定此點為圖片的左下角。

然後出現檔案開啓的對話方塊，您在此選擇要插入的圖檔。



- (2). 判斷物件關係：點選兩物件以得知其關係。



- (3). 移動繪圖區：以滑鼠拖曳繪圖區來移動坐標系統的原點。

註：您亦可按 **[Shift]** 鍵移動繪圖區 (**[Ctrl]** 鍵也可以) 並以滑鼠拖曳。

您亦可以此模組拖曳坐標軸，來改變坐標軸的刻度比例。

註：您也可使用其他模組改變坐標軸的刻度比例，只要你拖曳坐標軸時，一面按住 **[Shift]** 鍵 (**[Ctrl]** 鍵也可以) 不放即可。



- (4). 放大：在繪圖區中任意處按下滑鼠以拉近檢視窗。



- (5). 縮小：在繪圖區中任意處按下滑鼠以拉遠檢視窗。



- (6). 顯示或隱藏物件：對著物件按一下以顯示或隱藏之。

註：請先點選要切換隱藏狀態的物件，一旦您轉換到工具列其他任何模組時，您所作的修改就會被套用。



- (7). 顯示或隱藏標籤：按下物件以顯示或隱藏其標籤。



- (8). 複製格式：此模組可讓您由一物件複製其樣式(例如：顏色、大小、線的樣式)到數個其他的物件。首先選取您想複製其樣式的物件，然後再點選其他物件。



- (9). 刪除：按下任意您欲刪除的物件。

壹拾肆、指令：

藉由指令我們可以產生新物件或改變一物件。

1. 一般指令：

- (1) Relation[物件 a , 物件 b]：

顯示一訊息框讓我們得知 a 和 b 之間的關係。

註：此指令讓我們得知是否一點在一直線上(或一圓錐曲線上)、一直線是否切於一圓錐曲線、一直線是否與一圓錐曲線相交、兩物件是否相等、兩物件是否相交等。

- (2) Delete[物件 a]：刪除一物件 a 及所有由它產生的子物件。

- (3) Element[集合 L , 數值 n]： L 集合中的第 n 個元件。

2. 布林指令：

- (1) If[條件式, a , b]：若條件式為真時得 a ，為假時可得 b 。

- (2) If[條件式, a]：若條件式為真時得 a ，為假時視為未定義物件。

3. 數值指令：

- (1) 長度：

(a). Length[向量 v]：向量 v 的長度。

(b). Length[點 A]： A 與原點的距離。

(c). Length[函數 f , 數值 x_1 , 數值 x_2]： f 函數圖形從 x_1 到 x_2 之間的長度。

(d). Length[函數 f , 點 A , 點 B]： f 函數圖形從圖形上的點 A 到點 B 之間的長度。

(e). Length[曲線 c , 數值 t_1 , 數值 t_2]：曲線 c 從數值 t_1 到 t_2 之間的長度。

(f). Length[曲線 c , 點 A , 點 B]：曲線 c 從曲線上的點 A 到點 B 之間的長度。

(g). Length[集合 L]： L 集合的長度(集合的元素個數)。

- (2) 面積：

(a). Area[點 A , 點 B , 點 C , ...]：點 A, B, C, \dots 所圍成的多邊形面積。

(b). Area[圓錐曲線 c]：圓錐曲線 c 的面積(圓或橢圓)。

- (3) 距離：
- (a). Distance[點 A , 點 B]： A 和 B 點間的距離。
 - (b). Distance[點 A , 直線 g]：點 A 到直線 g 的距離。
 - (c). Distance[直線 g , 直線 h]：直線 g 和 h 間的距離。
注意：相交的線間的距離為 0。
- (4) 模數：
- (a). Mod[數值 a , 數值 b]： a 除以 b 的餘數。
- (5) 整數除法：
- (a). Div[數值 a , 數值 b]： a 除以 b 的商數(整數)。
- (6) 斜率：
- (a). Slope[直線 g]：直線 g 的斜率。
註：此指令會同時畫出一個「斜率三角形」。
- (7) 曲率：
- (a). Curvature[點 A , 函數 f]：函數 f 在點 A 的曲率。
 - (b). Curvature[點 A , 曲線 c]：曲線 c 在點 A 的曲率。
- (8) 半徑：
- (a). Radius[圓 c]：圓 c 的半徑。
- (9) 周長：
- (a). Circumference[圓錐曲線 c]：圓錐曲線 c 的周長(圓或橢圓)。
 - (b). Perimeter[多邊形 p]：多邊形 p 的周長。
- (10) 參數：
- (a). Parameter[拋物線 p]：拋物線 p 的參數(準線和焦點間的距離)。
- (11) 主軸長度：
- (a). FirstAxisLength[圓錐曲線 c]：圓錐曲線 c 的長軸半長或實軸半長。
- (12) 次軸長度：
- (a). SecondAxisLength[圓錐曲線 c]：圓錐曲線 c 的短軸半長或共軛軸半長。
- (13) 偏心率：
- (a). Excentricity[圓錐曲線 c]：圓錐曲線 c 的偏心率。
註：Excentricity 是個錯字，正確的拼字應為 Eccentricity。
- (14) 積分：
- (a). Integral[函數 f , 數值 a , 數值 b]：計算 $f(x)$ 從 a 到 b 的面積(積分)。
註：此指令會同時畫出函數與 x 軸間的面積。
 - (b). Integral[函數 f , 函數 g , 數值 a , 數值 b]：計算從 a 到 b 之間， $f(x)$ 與 $g(x)$ 所夾的面積。
註：此指令也可畫出 f 和 g 函數之間的面積。
 - (c). LowerSum[函數 f , 數值 a , 數值 b , 數值 n]：函數 f 在 $[a, b]$ 區間以 n 個長條區求出的面積下和。
註：此指令會同時繪出這些下和的長方形。
 - (d). UpperSum[函數 f , 數值 a , 數值 b , 數值 n]：函數 f 在 $[a, b]$ 區間以 n 個長條區求出的面積上和。
註：此指令亦可繪出這些上和的長方形。
- (15) 迭代：
- (a). Iteration[函數 f , 數值 x_0 , 數值 n]：將 x_0 重複代入 f 函數 n 次，也就是計算 $f(f(f(\dots f(x_0))))$ 。
範例：在定義 $f(x) = x^2$ 之後，Iteration[f , 3, 2] 指令的結果為 $(3^2)^2 = 81$ 。

- (16) 最大最小值：
- (a). Min[數值 a , 數值 b]：指 a 和 b 中較小者。
 - (b). Max[數值 a , 數值 b]：指 a 和 b 中較大者。
- (17) 分點比：
- (a). AffineRatio[點 A , 點 B , 點 C]：指共線三點 A, B, C 的，若以 A 為 0 ， B 為 1 ，則 C 點所在位置的坐標。(C 點不一定要在線段 AB 內)
- (18) 交比：
- (a). CrossRatio[點 A , 點 B , 點 C , 點 D]：指共線四點 A, B, C, D 的交比 λ ，其中 $\lambda = \text{AffineRatio}[B, C, D] / \text{AffineRatio}[A, C, D]$ 。

4. 角度：

(1) 角：

- (a). Angle[向量 v_1 , 向量 v_2]： v_1 和 v_2 兩向量間的夾角(介於 0° 到 360°)。
- (b). Angle[直線 g , 直線 h]：兩直線之方向向量間的夾角(介於 0° 到 360°)。
- (c). Angle[點 A , 點 B , 點 C]： BA 和 BC 間的夾角(介於 0° 到 360°)， B 為頂點。
- (d). Angle[點 A , 點 B , 角度 t]：以線段 AB 為始邊，畫出大小為 t 的角。
註：它會同時畫出由 B 點轉動出來的另一個點。
- (e). Angle[圓錐曲線 c]：圓錐曲線 c 主軸的轉角。
- (f). Angle[向量 v]： x 軸到向量 v 之間的夾角。
- (g). Angle[點 A]： x 軸到點 A 的夾角。
- (h). Angle[數值 n]：將一數值 n (弧度)轉換成度(結果介於 0° 到 360° 之間)。
- (i). Angle[多邊形 p]：畫出多邊形 p 的所有內角。

5. 點：

(1) 點：

- (a). Point[直線 g (或圓錐曲線 c (圓、橢圓、雙曲線)、函數 f 、多邊形 p 、向量 v)]：畫出直線 g (或圓錐曲線 c (圓、橢圓、雙曲線)、函數 f 、多邊形 p 、向量 v) 上一點。
- (b). Point[點 P , 向量 v]：畫出從點 P 平移向量 v 之後的點。

(2) 中點或中心：

- (a). Midpoint[點 A , 點 B]： A 和 B 的中點。
- (b). Midpoint[線段 s]：線段 s 的中點。
- (c). Center[圓錐曲線 c]：圓錐曲線 c 的中心(例如：圓、橢圓、雙曲線)。

(3) 焦點：

- (a). Focus[圓錐曲線 c]：圓錐曲線 c 的焦點。

(4) 頂點：

- (a). Vertex[圓錐曲線 c]：圓錐曲線 c 的頂點。

(5) 重心：

- (a). Centroid[多邊形 p]：多邊形 p 的重心。

(6) 交點：

- (a). Intersect[直線 g , 直線 h]：直線 g 和 h 的交點。
- (b). Intersect[直線 g , 圓錐曲線 c]：直線 g 和圓錐曲線 c 的所有交點(最多 2 個)。
- (c). Intersect[直線 g , 圓錐曲線 c , 數值 n]：直線 g 和圓錐曲線 c 的第 n 個交點。
- (d). Intersect[圓錐曲線 c , 圓錐曲線 d]：兩圓錐曲線 c 和 d 的所有交點(最多 4 個)。
- (e). Intersect[圓錐曲線 c_1 , 圓錐曲線 c_2 , 數值 n]：兩圓錐曲線 c_1 和 c_2 的第 n 個交點。

- (f). Intersect[多項式 f_1 , 多項式 f_2] : 多項式 f_1 和多項式 f_2 的所有交點。
 - (g). Intersect[多項式 f_1 , 多項式 f_2 , 數值 n] : 多項式 f_1 和多項式 f_2 的第 n 個交點。
 - (h). Intersect[多項式 f , 直線 g] : 多項式 f 和直線 g 的所有交點。
 - (i). Intersect[多項式 f , 直線 g , 數值 n] : 多項式 f 和直線 g 的第 n 個交點。
 - (j). Intersect[函數 f , 函數 g , 點 A] : 函數 f 和 g 在起始點 A 的所有交點(牛頓法)。
 - (k). Intersect[函數 f , 直線 g , 點 A] : 函數 f 和直線 g 在起始點 A 的所有交點(牛頓法)。
- (7) 求根 :
- (a). Root[多項式 f] : 多項式 f 的所有根。
 - (b). Root[函數 f , 數值 a] : 函數 f 在起始值 a 的一個根(牛頓法)。
 - (c). Root[函數 f , 數值 a , 數值 b] : 函數 f 在 $[a, b]$ 區間的根。(使用「錯位法」 : FalsePositionMethod)。
- (8) 極值 :
- (a). Extremum[多項式 f] : 多項式 f 的所有局部極值(點)。
- (9) 反曲點 :
- (a). InflectionPoint[多項式 f] : 多項式 f 的所有反曲點。
6. 向量 :
- (1) 向量 :
- (a). Vector[點 A , 點 B] : 從點 A 到點 B 的向量。
 - (b). Vector[點 A] : 點 A 的位置向量。
- (2) 方向向量 :
- (a). Direction[直線 g] : 直線 g 的方向向量。
- (3) 單位向量 :
- (a). UnitVector[直線 g (或向量 v)] : 直線 g (或向量 v) 之單位方向向量。
- (4) 法向量 :
- (a). PerpendicularVector[直線 g (或向量 v)] : 直線 g (或向量 v) 的法向量。
- (5) 單位法向量 :
- (a). UnitPerpendicularVector[直線 g (或向量 v)] : 直線 g (或向量 v) 的單位法向量。
- (6) 曲率向量 :
- (a). CurvatureVector[點 A , 函數 f (或曲線 c)] : 函數 f (或曲線 c) 在點 A 的曲率向量。
7. 線段 :
- (1) 線段 :
- (a). Segment[點 A , 點 B] : 點 A 和 B 間的線段。
 - (b). Segment[點 A , 數值 t_2] : 以 A 為起點, 線段長為 t_2 的線段。
註 : 會同時產生另一個線段端點。
8. 射線 :
- (1) 射線 :
- (a). Ray[點 A , 點 B] : 起點 A 通過 B 點的射線。
 - (b). Ray[點 A , 向量 v] : 起點 A 且方向向量為 v 的射線。
9. 多邊形 :
- (1) 多邊形 :
- (a). Polygon[點 A , 點 B , 點 C , ...] : 由給定點 A, B, C, \dots 所圍成的多邊形。
 - (b). Polygon[點 A , 點 B , 數值 n] : 有 n 個頂點的正多邊形(包括點 A 和 B)。

10. 直線：
- (1) 直線：
 - (a). Line[點 A , 點 B]：通過 A 點和 B 點的直線。
 - (b). Line[點 A , 直線 g]：通過 A 點且平行於 g 的直線。
 - (c). Line[點 A , 向量 v]：通過點 A 且方向為 v 的直線。
 - (2) 垂直線：
 - (a). Perpendicular[點 A , 直線 g (或向量 v)]：通過點 A 且垂直於直線 g (或向量 v) 的直線。
 - (3) 中垂線：
 - (a). LineBisector[點 A , 點 B]：線段 AB 的平分線。
 - (b). LineBisector[線段 s]： s 線段的平分線。
 - (4) 角平分線：
 - (a). AngularBisector[點 A , 點 B , 點 C]：角 ABC 的平分線。
 - (b). $\angle ABC$ 的角平分線。
 - (c). 註： B 為角的頂點。
 - (d). AngularBisector[直線 g , 直線 h]：直線 g 和 h 的角平分線。
 - (5) 切線：
 - (a). Tangent[點 A , 圓錐曲線 c]：圓錐曲線 c 過點 A 的(所有的)切線。
 - (b). Tangent[直線 g , 圓錐曲線 c]：圓錐曲線 c 的所有平行於直線 g 的切線。
 - (c). Tangent[數值 a , 函數 f]： $f(x)$ 在 $x = a$ 時的切線。
 - (d). Tangent[點 A , 函數 f]： $f(x)$ 在 $x = x(A)$ 時的切線。
 - (e). Tangent[點 A , 曲線 c]：曲線 c 過點 A 的切線。
 - (6) 漸進線：
 - (a). Asymptote[雙曲線 h]：雙曲線 h 的兩漸近線。
 - (7) 準線：
 - (a). Directrix[拋物線 p]：拋物線 p 的準線。
 - (8) 對稱軸：
 - (a). Axes[圓錐曲線 c]：圓錐曲線 c 的對稱軸。
 - (9) 主軸：
 - (a). FirstAxis[圓錐曲線 c]：圓錐曲線 c 的長軸或貫軸。
 - (10) 副軸：
 - (a). SecondAxis[圓錐曲線 c]：圓錐曲線 c 的短軸或共軛軸。
 - (11) 極線：
 - (a). Polar[點 A , 圓錐曲線 c]：點 A 相對於圓錐曲線 c 的極線。
 - (12) 徑線：
 - (a). Diameter[直線 g (或向量 v), 圓錐曲線 c]：圓錐曲線 c 平行於直線 g (或向量 v) 的徑線。
11. 圓錐曲線：
- (1) 圓：
 - (a). Circle[點 M , 數值 r]：圓心 M 且半徑為 r 的圓。
 - (b). Circle[點 M , 線段 s]：圓心 M 且半徑為 s 的長度。
 - (c). Circle[點 M , 點 A]：圓心 M 且通過點 A 的圓。
 - (d). Circle[點 A , 點 B , 點 C]：通過三點 A, B, C 的圓。
 - (2) 密切圓：

- (a). OsculatingCircle[點 A , 函數 f (或曲線 c)] : 函數 f (或曲線 c) 在點 A 的密切圓。
- (3) 橢圓 :
 - (a). Ellipse[點 F , 點 G , 數值 a] : 焦點為 F, G 且長軸半長為 a 的橢圓。
註 : $2a$ 必須大於 FG 的距離。
 - (b). Ellipse[點 F , 點 G , 線段 s] : 焦點為 F, G 且長軸半長等於線段 s 的長度的橢圓。
- (4) 雙曲線 :
 - (a). Hyperbola[點 F , 點 G , 數值 a] : 焦點為 F, G 且長軸半長為 a 的雙曲線。
註 : 條件 : $0 < 2a < FG$ 的距離。
 - (b). Hyperbola[點 F , 點 G , 線段 s] : 焦點為 F, G 且長軸半長為線段 s 長度的雙曲線。
- (5) 拋物線 :
 - (a). Parabola[點 F , 直線 g] : 焦點為 F 且準線為 g 的拋物線。
- (6) 圓錐曲線 :
 - (a). Conic[點 A , 點 B , 點 C , 點 D , 點 E] : 通過五點 A, B, C, D, E 的圓錐曲線。
註 : 任四點不同在一直線上。
- 12. 函數 :
 - (1) 導函數(微分) :
 - (a). Derivative[函數 f] : 函數 $f(x)$ 的微分。
 - (b). Derivative[函數 f , 數值 n] : 函數 $f(x)$ 的 n 次微分。
註 : 您也可用 $f'(x)$ 替代 Derivative[f], 也可用 $f''(x)$ 替代 Derivative[f , 2]。
 - (2) 積分 :
 - (a). Integral[函數 f] : 函數 $f(x)$ 的不定積分。
 - (3) 多項式 :
 - (a). Polynomial[函數 f] : 函數 f 的展開式。
範例 : 多項式 $(x-3)^2$ 產生 $x^2 - 6x + 9$ 。
 - (4) 泰勒展開式 :
 - (a). TaylorPolynomial[函數 f , 數值 a , 數值 n] : 函數 $f(x)$ 對點 $x = a$ 的 n 次泰勒展開式。
 - (5) 函數 :
 - (a). Function[函數 f , 數值 a , 數值 b] : 產生一函數, 將函數 f 的定義域限制於 $[a, b]$ 區間。
 - (6) 條件式函數 :
 - (a). If[條件, 函數 f_1 , 函數 f_2] : 您可使用布林指令 If 來新增函數, 若條件式為真則為函數 f_1 , 若條件式為假, 則為函數 f_2 。
註 : 您可對這些函數使用微分和積分, 並求出與其他函數的交點, 正如一般的函數一樣。
- 13. 參數曲線 :
 - (1) 參數曲線 :
 - (a). Curve[數學式 e_1 , 數學式 e_2 , 參數 t , 數值 a , 數值 b] : 產生坐標為 (e_1, e_2) 的曲線, 其中 e_1, e_2 為參數式(使用參數 $t, a \leq t \leq b$)。
範例 : $c = \text{Curve}[2\cos(t), 2\sin(t), t, 0, 2\pi]$
 - (b). Derivative[曲線 c] : 曲線 c 的微分曲線。
註 : 參數曲線可以像函數一樣使用。

範例：輸入 $c(3)$ 會回傳 $t = 3$ 時的點坐標。

註：您可用 **新點** 在曲線上放一個新點。由於參數 a 和 b 為動態的，您可在
此使用滑桿變數。

14. 圓弧和扇形：

(1) 半圓：

(a). Semicircle[點 A , 點 B]：線段 AB 上的半圓。

(2) 弧：

(a). CircularArc[點 M , 點 A , 點 B]：圓心為 M ，起點為 A 、終點為 B 的圓弧。
註：點 B 不需落在圓弧上。

(b). CircumcircularArc[點 A , 點 B , 點 C]：通過三點 A, B, C 的圓弧。

(c). Arc[圓錐曲線 c , 點 A , 點 B]：介於圓錐曲線 c (圓或橢圓) 上的兩點 A, B 間的
弧。

(d). Arc[圓錐曲線 c , 數值 t_1 , 數值 t_2]：介於圓錐曲線 c 上兩參數 t_1 和 t_2 值間的
弧，圓錐曲線 c 為下列的參數式：

圓： $(r \cos(t), r \sin(t))$ 其中 r 為圓的半徑。

橢圓： $(a \cos(t), b \sin(t))$ 其中 a 和 b 為長軸和短軸半長。

(3) 扇形：

(a). CircularSector[點 M , 點 A , 點 B]：圓心為 M ，起點為 A , 終點為 B 的扇形。
註：點 B 不需落在弧上。

(b). CircumcircularSector[點 A , 點 B , 點 C]：通過三點 A, B, C 的扇形。

(c). Sector[圓錐曲線 c , 點 A , 點 B]：介於圓錐曲線 c (圓或橢圓) 上的兩點 A, B 間的
圓錐曲線扇形區。

(d). Sector[圓錐曲線 c , 數值 t_1 , 數值 t_2]：介於圓錐曲線 c 上兩參數 t_1 和 t_2 值間的
圓錐曲線扇形區，圓錐曲線 c 為下列的參數式：

圓： $(r \cos(t), r \sin(t))$ 其中 r 為圓的半徑。

橢圓： $(a \cos(t), b \sin(t))$ 其中 a 和 b 為長軸和短軸半長。

15. 圖片：

(1) 圖片的頂點：

(a). Corner[圖片 pic , 數值 n]：圖形 pic 的第 n 個頂點。

註： $n = 1$ 表左下角， $n = 2$ 表右下角， $n = 3$ 表右上角， $n = 4$ 表左上角。

16. 軌跡：

(1) 軌跡：

(a). Locus[點 Q , 點 P]：點 Q 的軌跡線 (P 為控制點)。

註：點 P 必須為物件 (如：直線、線段、圓) 上的一點。

17. 序列：

(1) 序列：

(a). Sequence[數學式 e , 變數 i , 數值 a , 數值 b]：將數學式 e 計算出來， $i = a$ 到 b 。
範例： $L = \text{Sequence}[(2i), i, 1, 5]$ 會產生點集合 $\{(2, 1), (2, 2), \dots, (2, 5)\}$

(b). Sequence[數學式 e , 變數 i , 數值 a , 數值 b , 數值 s]：將數學式 e 計算出來， $i = a$
到 b ，且每次遞增 s 。

範例： $L = \text{Sequence}[(2i), i, 1, 5, 0.5]$ 會產生點集合

$\{(2, 1), (2, 1.5), (2, 2), (2, 2.5), \dots, (2, 5)\}$ 。

註：由於參數 a 和 b 可以是變數，您也可使用滑桿變數。

(c). Element[集合 L , 數值 n]： L 集合的第個 n 元素。

(d). Length[集合 L]： L 集合的長度 (元素個數)。

- (e). Min[集合 L] : L 集合的最小元件。
 - (f). Max[集合 L] : L 集合的最大元件。
18. 迭代：
- (1) 迭代：
 - (a). IterationList[函數 f , 數值 x_0 , 數值 n] : 會產生長度為 $n+1$ 的集合，其中元素為 $\{x_0, f(x_0), f(f(x_0)), \dots\}$ 。
 範例：定義函數 $f(x) = x^2$ 之後，輸入指令 $L = \text{IterationList}[f, 3, 2]$ ，您將得到 $L = \{3, 3^2, (3^2)^2\} = \{3, 9, 81\}$ 。
19. 幾何轉換：
- (1) 平移：
 - (a). Translate[點 A (或向量 v 、直線 g 、圓錐曲線 c 、函數 c 、多邊形 p 、圖片 p), 向量 v] : 以向量 v 平移點 A (或向量 v 、直線 g 、圓錐曲線 c 、函數 c 、多邊形 p 、圖片 p)。
 - (2) 旋轉：
 - (a). Rotate[點 A (或向量 v 、直線 g 、圓錐曲線 c 、多邊形 p 、圖片 p), 角度 φ] : 以原點為旋轉中心，將點 A (或向量 v 、直線 g 、圓錐曲線 c 、多邊形 p 、圖片 p) 旋轉 φ 角。
 - (b). Rotate[點 A (或直線 g 、圓錐曲線 c 、多邊形 p 、圖片 pic), 角度 φ , 點 B] : 以 B 為旋轉中心，將點 A (或直線 g 、圓錐曲線 c 、多邊形 p 、圖片 pic) 旋轉角度 φ 。
 - (3) 對稱：
 - (a). Mirror[點 A (或直線 g 、圓錐曲線 c 、多邊形 p 、圖片 p), 點 B] : 以 B 為對稱中心，將點 A (或直線 g 、圓錐曲線 c 、多邊形 p 、圖片 p) 作對稱。
 - (b). Mirror[點 A (或直線 g 、圓錐曲線 c 、多邊形 p 、圖片 p), 直線 h] : 以 h 為對稱軸，將點 A (或直線 g 、圓錐曲線 c 、多邊形 p 、圖片 p) 作對稱。
 - (4) 縮放：
 - (a). Dilate[點 A (或直線 g 、圓錐曲線 c 、多邊形 p 、圖片 p), 數值 f , 點 S] : 以 S 為縮放中心，以 f 的倍率縮放點 A (或直線 g 、圓錐曲線 c 、多邊形 p 、圖片 p)。