國 立 政 治 大 學 應 用 數 學 系

數 學 教 學 碩 士 在 職 專 班

王 恩 誠 碩 士 學 位 論 文

上學通勤時間對於學生學習表現之
模糊相關分析

Fuzzy correlation analysis with student's commuting time and academic performance

碩專班學生：王恩誠 撰

指導教授：吳柏林 博士

中華民國 102 年 8 月 23 日

中文摘要

配合十二年國教的上路，教育部近年來廣推社區高中，目的是希望透過社區高中的發展，學生能夠就讀所在地附近的社區高中。其中部分因素是可以漸少通勤時間的浪費，避免因通勤時間過長而影響學生學習力及學習表現。本論文目的是欲了解通勤時間過長對學生的學習是否有影響？影響層面如何？本論文，應用模糊理論的概念，以模糊問卷為工具，調查某高中高一學生，將模糊問卷調查值反模糊化，透過模糊相關係數的方式，探討分析「通勤時間的長短」對於「學生學習狀態及學習表現」的相關，最後，採用無母數檢定「長通勤時間與短通勤時間的學生」在「學習狀態及學習表現」是否有顯著差異。

研究結果：一、通勤時間長短對於學生第一節上課精神、上課專注度及學生成績表現呈低度相關。二、檢定結果，長通勤時間學生與短通勤時間學生在學習專注度、上課精神狀態及學習成績表現並無顯著差異。

關鍵字：反模糊化轉換、模糊統計分析、模糊相關係數、模糊檢定

ABSTRACT

To implement 12-year compulsory education, Ministry of Education has been promoting the policy of community high school and encourages students to study at a school in their neighborhood. One of the objectives of this policy is to reduce students' long commuting time so that they may have better concentration and academic performance. The objective of this study is to see whether long commuting time has an impact on students' learning and how is it affected? The study aims to investigate the correlation between students' commuting time and their concentration and academic performance, applying Fuzzy Theory. The participants are first graders of a senior high school in Taipei. Fuzzy questionnaires are employed as instruments in the study. Counter-fuzzy transformation, fuzzy correlation coefficient, and the fuzzy nonparametric statistics test are employed in the statistical analysis.

The study indicates a low correlation between commuting time and students' concentration and academic performance in the first class period (8 a.m.~9 a.m.). Besides, the impact of commuting time on students' concentration and academic performance is not significant.

Key words: *counter-fuzzy transformation, fuzzy statistical analysis, testing hypothesis, fuzzy correlation coefficient*

目錄

1 前言

政府近年來推動社區化高中，希望學生能就讀所在地附近的高中，其中一部分原因，是希望減少學生上學通勤時間，以避免影響學生學習表現。然而，在學生學習表現上，通勤時間的長短會有影響力嗎？其影響的程度為何？本研究提出以模糊相關係數的方式，應用於「上學通勤時間的長短，對於學生第一節上課精神狀態、專注度之相關及對於學生學習表現之相關」。藉由相關係數的計算，了解到上學通勤時間的長短對於學生學習表現的相關性。此外，本研究透過模糊檢定，分析「長通勤時間的學生與短通勤時間的學生在學習狀態及學習表現上是否有顯著差異」，期能更明確精準地探討通勤時間對於學生學習的影響。提供教育單位、學校教師或家長，作為日後孩子們對於就近就讀社區高中的參考。

人類思維及主觀意識的複雜，造就人類對於環境及研判事情的角度多元、曖昧與不確定現象。自模糊理論 Zadeh (1965)的提出，強調個人喜好程度的不同、不須具備非常清晰的數值精確。對於人類而言，模糊模式比限定的單一值，更適合評估物體間的多元與相關性。

在傳統的統計學上，我們想了解兩個現象之間的關係程度，最常用的方法就是皮爾森相關係數(Pearson’s Coefficient)來表示兩個隨機變數之間線性相關的強度與方向。然而此方法處理的資料皆是明確的實數值，當資料為模糊數時，並不適用來計算模糊相關係數。目前對於模糊資料的統計分析並不多見，尤其對於模糊相關係數也很缺乏，見吳柏林(2011)，而模糊數的反模糊化一直是研究模糊理論的一個熱門問題，通常都以重心到原點的距離(歐基里德距離)為主，但是此種方法無法辨識區間的擴散度。故本研究將提出一個更合適的反模糊化方法，並應用區間效應的觀念對模糊相關做一個左或右的貢獻度參考。

最後，本研究將採用模糊無母數統計檢定方法模型，將來自未知母體分配的模糊資料，提出反模糊化轉換，並應用中位數檢定及變異數檢定，做出更有效的統計分析檢定。

2 思維的模糊性

2.1 模糊理論及隸屬度函數

人類的思維主要是來自於對自然現象和社會現象的認知意識，而人類的知識語言也會因本身的主觀意識、時間、環境和研判事情的角度不同而具備模糊性。模糊理論(吳柏林，2005)的產生即是參考人類思維方式對環境所用的模糊測度與分類原理，給予較穩健的描述方式。因為人類思維本身就具有不確定性，故模糊理論是以模糊集合為基礎，而已處理概念模糊不確定的事物為目標，以對不確定的事物做決策。

隸屬度函數是模糊理論最基本的概念，它不僅可以描述模糊集合的性質，更可以對模糊集合進行量化，並且利用精確的數學方法，來分析和處理人類模糊性的資訊。然而，要建立一個足以表達模糊概念的隸屬度函數，並不是一件容易的事。其原因在於隸屬度函數仍舊脫離不了個人的主觀意識，故沒有通用的定理或公式。一般而言，解決的辦法是根據經驗法則，或是利用以往的統計資料來輔助加以確定，很難像客觀事物一樣有很強的說服力。因此，隸屬度函數的建立經常最具有爭議性的，也沒有一種隸屬度函數是可以被廣泛接受而使用。隸屬度函數可分為離散型(discrete type)與連續型(continuous type)兩種。離散型的隸屬度函數是直接給予有限模糊集合內每個元素的隸屬度，並以向量的形式表現出來；而連續型隸屬度函數則有幾種常用的函數形式(S-函數、Z-函數、Π-函數、三角形函數、梯形函數、高斯(鐘形)函數)來描述模糊集合。函數定義的表現，可以是無限模糊集合的元素及其隸屬度之間的關係，也可以是有限模糊集合的元素及其隸屬度之間的關係。

定義 2.1 隸屬度函數 (吳柏林，2005)

設在論域 U 上給定映射 μ ，即 $u:U\to[0,1]$ ，則說 $u:U\to[0,1]$ 確定 U 上一個模糊集合 A，μ_A 稱為 A 的隸屬度函數，$\mu_A(u)$ 稱為 u 對 A 的隸屬度，它表示 u 隸屬 A 的程度。

2.2 模糊數

定義 2.2 模糊數 (吳柏林，2005)

設 U 為一論域，令 $\{A_1, A_2, \cdots A_n\}$ 為論域 U 的因子集。u 為一對應到 $[0,1]$ 間的實數函數，即 $u: U \to [0,1]$。假若佈於論域 U 之一敘述句 X 其相對於因子集的隸屬度函數以 $\{\mu_1(X), \mu_2(X), ..., \mu_n(X)\}$ 表示，則在離散(discrete)的情形下，述句 X 的模糊數可表示成：

$$\mu_U(X) = \frac{\mu_1(X)}{A_1} + \frac{\mu_2(X)}{A_2} + ... + \frac{\mu_n(X)}{A_n}$$

其中+是或的意思，$\frac{u_i(X)}{A_i}$ 表示敘述句 X 隸屬於因子集 A_i 的程度。當 U 為連續時，敘述句 X 的模糊數可表示成：$\mu(X) = \int_{x \in X} \frac{u_i(X)}{A_i}$ 。

定義 2.3 梯形模糊數之隸屬函數 (吳柏林，2005)

若 X=[a ,b ,c ,d]是一組梯形模糊數（圖 2.1）而這組梯形模糊數所對應的隸屬函數定義如下：

$$\mu_x(x) = \begin{cases} (x-a)/(b-a) & a \le x \le b \\ 1 & b \le x \le c \\ (x-d)/(c-d) & c \le x \le d \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

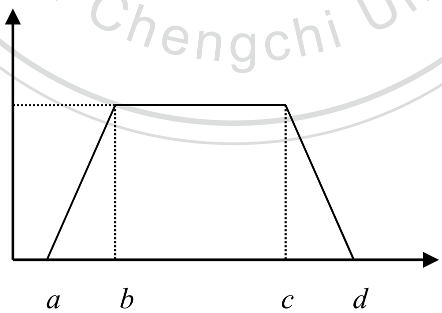


圖 2.1　梯形模糊數

當 b=c　　，X 為一三角形模糊數。

當 a=b，c=d，X 為一實數區間模糊數。

例 2.1：離散型模糊數表達法

假設 X 為「學生一星期來學校購買早餐的天數」，以模糊數表示為 $\mu_n\left(X\right)$，論域 U 可視為整數論域，即購買早餐的天數。假設論域 U={0,1,2,3,4,5}。則隨機抽樣 10 位學生一星期來學校購買早餐天數的隸屬度函數整理如表 2.1

表 2.1 學生對「一星期來學校購買早餐天數」隸屬度函數

購買天數	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
學生 1	0	0.5	0.3	0.2	0	0
學生 2	0	0.1	0.3	0.4	0.1	0.1
學生 3	0.9	0.1	0	0	0	0
學生 4	0	0.5	0.3	0.2	0	0
學生 5	0	0.3	0.5	0.1	0.1	0
學生 6	1	0	0	0	0	0
學生 7	1	0	0	0	0	0
學生 8	0	0	0	0	0.9	0.1
學生 9	0	0	0	0.2	0.2	0.6
學生 10	1	0	0	0	0	0

其中學生 4「一星期來學校購買早餐的天數」隸屬度函數為

$$\{\ \mu_0\left(X\right)=0\,,\mu_1\left(X\right)=0.3\,,\mu_2\left(X\right)=0.5\,,\mu_3\left(X\right)=0.1\,,\mu_4\left(X\right)=0.1\,,\mu_5\left(X\right)=0\ \}$$

亦可以模糊數表示為

$$\mu_U\left(X\right)=\frac{0}{0}+\frac{0.3}{1}+\frac{0.5}{2}+\frac{0.1}{3}+\frac{0.1}{4}+\frac{0}{5}$$

以直角坐標圖表示如圖 2.2

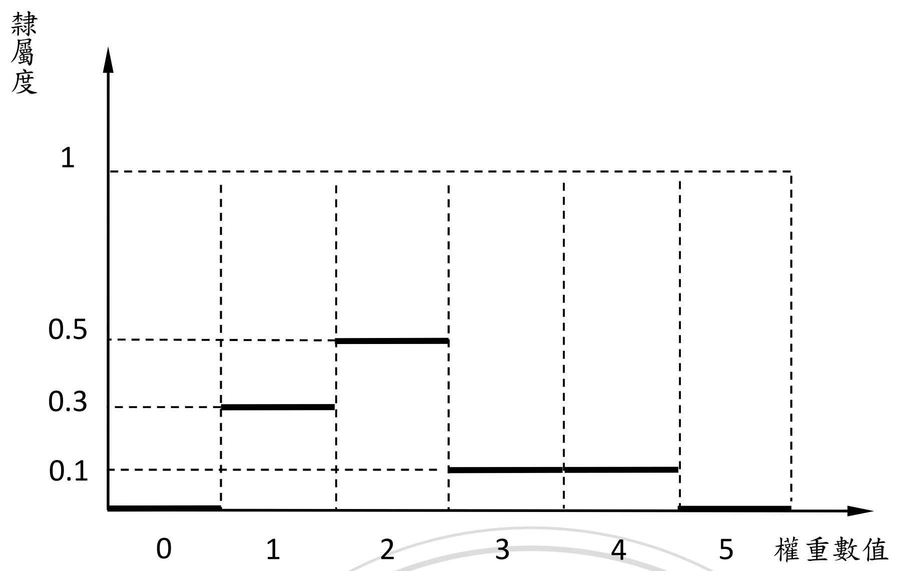


圖 2.2 學生 4「一星期來學校購買早餐的天」隸屬度函數

例 2.2：連續型模糊數表達法

學生因通勤時間過長以至於要早起搭車，調查學生晚上睡眠時間。

(1) 如果學生一天晚上睡眠時間約晚上 7~8 小時，我們可得到一組實數區間模糊數（圖 2.3），記為[7, 8]。

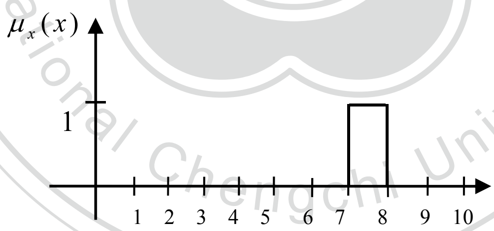


圖 2.3 一組區間模糊數

且對應的隸屬函數關係如下:

$$\mu_x(x) = \begin{cases} 1 & 7 \leqq x \leqq 8 \\ 0 & x < 7;\ x > 8 \end{cases}$$

(2) 如果學生一天睡眠時間約 7 小時且不少於 6 小時，不多於 8 小時，則我們可得到一組三角形模糊數（圖 2.4），記為[6, 7, 8]。

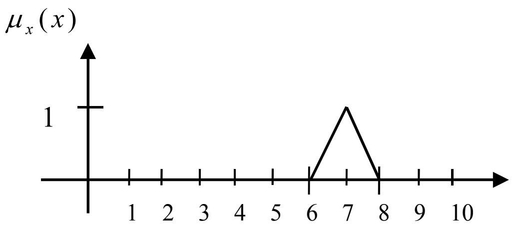


圖 2.4 一組三角形模糊數

且對應的隸屬函數關係如下:

$$\mu_x(x)=\begin{cases}\dfrac{x-6}{7-6} & 6\le x\le 7\\ 1 & x=7\\ \dfrac{8-x}{8-7} & 7\le x\le 8\end{cases}$$

(3)如果學生一天睡眠時間通常約為 6～8 小時且不少於 4 小時，不多餘 9 小時，則我們可得到組一梯形模糊數（圖 2.5），記為：[4, 6, 8, 9]

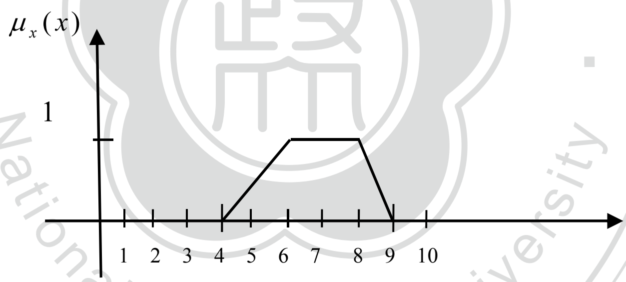


圖 2.5 一組梯形模糊數

且對應的隸屬函數關係如下:

$$\mu_x(x)=\begin{cases}\dfrac{x-4}{6-4} & 4\le x\le 6\\ 1 & 6\le x\le 8\\ \dfrac{9-x}{9-8} & 8\le x\le 9\end{cases}$$

(4)在(1)中之實數區間模糊數及(2)中之三角形模糊數可視為梯形模糊數之特例，可分別標記為[7, 7, 8, 8]及[6, 7, 7, 8]。

例 2.3：離散型問卷調查

因為學校位置關係，以致於大部分學生上學通勤時間過長，而在通勤過程中，學生們往往都在做什麼？是休息補眠？還是聽音樂、玩手機？會利用時間看書嗎？若以傳統的問卷調查形式，也就是規定每位受訪者只能勾選一個項目，研究調查結果會捨去許多額外資訊。因此採用模糊問卷，更貼近實際情形及較為合理。本調查抽樣班上 10 位同學，得到 10 組離散型模糊數，並將結果整理如下表：

表 2.2 學生上學通勤時間都在做什麼之隸屬度

	唸書	使用 3C 產品	休息	其他(發呆、聊天)
學生 1	0.1	0.5	0.2	0.2
學生 2	0.1	0.4	0.2	0.3
學生 3	0.1	0.5	0.3	0.1
學生 4	0	0.2	0.1	0.7
學生 5	0.2	0.5	0.1	0.2
學生 6	0.2	0.4	0.1	0.3
學生 7	0	0	0.9	0.1
學生 8	0.1	0.3	0.5	0.1
學生 9	0.5	0	0.2	0.3
學生 10	0.1	0.4	0.2	0.3
總計	1.4	3.2	2.8	2.6

例 2.4：連續型模糊問卷：學生上第一節上課的精神狀態

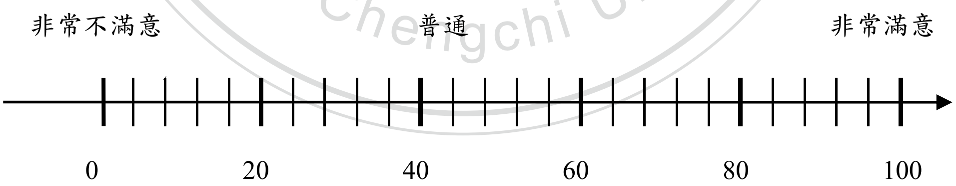


圖 2.6 自我評估第一節上課專注度滿意程度

定義 2.4 語言變數之偏好權重 (吳柏林，2005)

設 U 為一論域，令 $L=\{L_1, L_2, \cdots, L_k\}$ 為佈於論域 U 上的 k 個語言變數，對應各語言變數，分別賦予語言變數之偏好權重為 $r=\{r_1, r_2, \cdots, r_k\}$ ，若偏好權重 $r=\{r_1, r_2, \cdots, r_k\}$ 為一有序序列，且 $0 \le r_1 < r_2 < \cdots < r_k \le 1$，則定義 $r=\{r_1, r_2, \cdots, r_k\}$ 為偏好遞增序列；反之，若 $1 \ge r_1 > r_2 > \cdots > r_k \ge 0$ ，則定義 $r=\{r_1, r_2, \cdots, r_k\}$ 為偏好遞減序列。

例 2.5： 學生對學校合作社的滿意程度之語言偏好序列

經調查，五位學生對學校合作社滿意程度的隸屬度之看法整理如表 2.3：

表 2.3 學生對學校合作社滿意度之看法隸屬度

學生	非常不滿意	不滿意	普通	滿意	非常滿意
A			0.5	0.5	
B		0.2	0.8		
C				0.4	0.6
D		0.7	0.3		
E			0.6	0.4	

我們分別賦予五個語言變數的好壞程度權重為

非常不滿意= 0，不滿意= 0.25，普通= 0.5，滿意= 0.75，非常滿意= 1

此為一偏好遞增序列。

2.3 反模糊化轉換

定義 2.5 離散模糊數的反模糊化值 (吳柏林，2005)

設 U 為一論域，令 $L=\{L_1, L_2, ..., L_k\}$ 為佈於 U 上的 k 個語言變數

$\{x_i=\frac{m_{i1}}{L_1}+\frac{m_{i2}}{L_2}+...+\frac{m_{ik}}{L_k}, i=1,2,...,n\}$ 為一組模糊樣本（$\sum_{j=1}^{k} m_{ij}=1$）。，其中 m_{ij} 為第 i 個樣本相對於語言上變數 L_j 之隸屬度。則第 i 個樣本離散型反模糊化值 df_i:

$$df_i = c_i + \frac{\sum_{j=1}^{k} m_{ij}\left|L_j - c_i\right|}{k-1}，c_i=\sum_{j=1}^{k} m_{ij}L_j$$

例 2.6：求離散型模糊數之反模糊化值

學生因通勤時間的關係，來學校合作社購買早餐一星期的次數的反模糊化值。X 為學生一星期來學校購買早餐的天數，其論域 $U=\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$，學生 4 的隸屬度函數為$\{\mu_0(X)=0, \mu_1(X)=0.3, \mu_2(X)=0.5, \mu_3(X)=0.1, \mu_4(X)=0.1, \mu_5(X)=0\}$，則學生一星期來學校購買早餐天數的反模糊化值為：

$$0\times 0 + 1\times 0.3 + 2\times 0.5 + 3\times 0.1 + 4\times 0.1 + 5\times 0 = 2$$

$$\frac{1}{5}\left(0\times|0-2|+0.3\times|1-2|+0.5\times|2-2|+0.1\times|3-2|+0.1\times|4-2|+0\times|5-2|\right)=0.12$$

反模糊化值為 $2 + 0.12 = 2.12$(天)

定義 2.6 離散型模糊數的模糊標準差 (吳柏林，2005)

設 U 為一論域，令 $L=\{L_1, L_2, ..., L_k\}$ 為佈於 U 上的 k 個語言變數

$\{x_i=\frac{m_{i1}}{L_1}+\frac{m_{i2}}{L_2}+...+\frac{m_{ik}}{L_k}, i=1,2,...,n\}$ 為一組模糊樣本（$\sum_{j=1}^{k} m_{ij}=1$）。，其中 m_{ij} 為第 i 個樣本相對於語言上變數 L_j 之隸屬度。

根據定義 2.5，模糊數 x_i 的反模糊化值 $df_i = c_i + \frac{\sum_{j=1}^{k} m_{ij}\left|L_j - c_i\right|}{k-1}$，$c_i=\sum_{j=1}^{k} m_{ij}L_j$，則模糊數之模糊標準差定義為：

$$F\sigma = \sqrt{\sum_{j=1}^{k} m_{ij}\left(L_i - df_i\right)^2}$$

例 2.7：求離散型模糊數之模糊標準差

由例 2.6 得知，學生一星期來學校購買早餐天數的反模糊化值為 2.12(天)；則學生一星期來學校購買早餐天數的模糊標準差為：

$$F\sigma = \sqrt{0.3(1-2.12)^2 + 0.5(2-2.12)^2 + 0.1(3-2.12)^2 + 0.1(4-2.12)^2} = 0.90$$

定義 2.7 梯形模糊數在實數線上之反模糊化轉換 (吳柏林，2011)

令 $A=[a, b, c, d]$ 是在論域 U 上的一組梯形模糊數，而這組梯形模糊數的重心座標為 $cx = \dfrac{\int x u_A(x)dx}{\int u_A(x)dx}$。則模糊數 $A=[a, b, c, d]$在實數線上的反模糊化值 RA 定義為

$$RA = cx + \frac{\|A\|}{2\ln(e+\|A\|)}$$；其中 $\|A\|$表梯形面積。

其中，為了方便起見，我們將

$$cx = \frac{a+b+c+d}{4}$$，當 A 為梯形；

$$cx = \frac{a+b+c}{3}$$，當 A 為三角形；

$$cx = \frac{b+c}{2}$$，當 A 為實數區間。

例 2.8：考慮 A_i，$i=1,2,\ldots,6$，等 6 組模糊數，其中, $A_1=[2,2,3,3]$(實數區間), $A_2=[1,1,4,4]$ (實數區間), $A_3=[1,2.5,2.5,4]$ (三角形), $A_4=[1,2.5,2.5,8]$(三角形), $A_5=[1,2,3,4]$(梯形), $A_6=[1,2,3,8]$(梯形) ，則其反模糊化轉換為：

表 2.4　梯形模糊樣本之反模糊化值

Fuzzy data	*cx*	$\frac{\|A\|}{2\ln(e+\|A\|)}$	*RA*
$A_1=[2,2,3,3]$	2.5	0.38	2.88
$A_2=[1,1,4,4]$	2.5	0.86	3.36
$A_3=[1,2.5,2.5,4]$	2.5	0.52	3.02
$A_4=[1,2.5,2.5,8]$	3.83	0.96	4.79
$A_5=[1,2,3,4]$	2.5	0.64	3.14
$A_6=[1,2,3,8]$	3.79	1.05	4.55

定義 2.8 兩梯形模糊樣本之距離 (吳柏林，2011)

令 $A_i=[a_i, b_i, c_i, d_i]$ 是在論域 U 上的一組梯形模糊數，而這組梯形模糊數的重心座標為 $cx=\dfrac{\int xu_A(x)dx}{\int u_A(x)dx}$。則梯形模糊數 A_i 和 A_j 之間的距離定義為

$$d(A_i, A_j)=\left|cx_i-cx_j\right|+\left|\frac{\|A_i\|}{\ln(e+|cx_i|)}-\frac{\|A_j\|}{\ln(e+|cx_j|)}\right|$$

例 2.9：考慮 A_i，$i=1, 2, \ldots, 6$，等 6 個模糊數，其中 $A_1=[2,2,3,3]$, $A_2=[1,1,4,4]$, $A_3=[1,2.5,2.5,4]$, $A_4=[1,2.5,2.5,8]$, $A_5=[1,2,3,4]$, $A_6=[1,2,3,8]$. ，則：各模糊數之間之距離 $d(A_i, A_j)$，$i, j=1, 2, \ldots, 6$，如下（表 2.5）：

表 2.5　兩梯形模糊樣本之距離

$d(A_i, A_j)$	$A_1=[2,2,3,3]$	$A_2=[1,1,4,4]$	$A_3=[1,2.5,2.5,4]$	$A_4=[1,2.5,2.5,8]$	$A_5=[1,2,3,4]$	$A_6=[1,2,3,8]$
$A_1=[2,2,3,3]$	0	0.6	0.15	1.98	0.3	2.08
$A_2=[1,1,4,4]$		0	0.45	1.38	0.3	1.48
$A_3=[1,2.5,2.5,4]$			0	1.83	0.15	1.93
$A_4=[1,2.5,2.5,8]$				0	1.68	0.18
$A_5=[1,2,3,4]$					0	1.78
$A_6=[1,2,3,8]$						0

3.模糊相關與檢定

3.1 模糊相關

如果我們想了解 X 與 Y 兩個現象之間的關係程度，最直接的方法就是先把(X, Y)的資料散布圖畫出來。到底 X 與 Y 這兩變數之間呈現何種程度的關係，由資料散布圖，我們可約略看出它們之間的相關性。事實上，任兩個變數之間必定有關係存在，包括正相關、負相關、或統計無關。因此測量關係程度的大小，才是我們所感興趣的。

傳統的線性相關係數， 一般以 ρ 表示，代表兩個變數 X 及 Y 的相關程度。它的定義為

$$\text{相關係數 } \rho = \frac{\sigma_{X,Y}}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{Cov(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$$

當 $\rho > 0$ 時，我們稱 X 與 Y 之間為直線正相關；當 $\rho < 0$ ，則稱 X 與 Y 之間為直線負相關；若是 $\rho = 0$ ，則稱 X 與 Y 為之間沒有線性相關存在，或說統計相關。不過要求相關係數，必須要得知它們的變異數 $\sigma_X{}^2$ 、 $\sigma_Y{}^2$ 和它們之間的共變異數 $Cov(X,Y)$ 。但是在實務應用上，常常不容易得到。因此，我們用樣本相關係數 r_{xy} 來估計，即 ρ

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}} \qquad \text{(公式 1)}$$

其中 $(x_{i,} y_i)$ 為第 i 對觀察值， $i = 1, 2, \cdots, n$ ； $\bar{x}$ 及 $\bar{y}$ 分別為其樣本平均數。

區間模糊數的概念在日常生活中是常見的，因為在某些情況下現有資訊無法使我們確定真正的值為何，我們考慮區間模糊數如下:

區間型糊模數為一具有均勻隸屬度函數的模糊數，以閉區間的符號” [ ]”來表示。若 $a, b \in R$ 且 $a < b$，則 $[a,b]$ 表一區間型模糊數，a 稱為 $[a,b]$ 的下界，b

稱為$[a,b]$的上界；若$a = b$，則$[a,b]=[a,a]=[b,b]=a=b$表一實數a (或) b。同樣的，一實數k亦可表示為$[k,k]$。若$[a,b]$為一區間型模糊數，設$c_0 = \frac{a+b}{2}$，$s_0 = \frac{b-a}{2}$分別表示其中心及半徑，我們也可將一區間型模糊數表示成：

$[c_0;s_0] \Rightarrow [c_0 - s_0, c_0 + s_0] = [a,b]$。

而$\ell = b - a$，代表該區間的長度。

區間型模糊數常見於日常生活中，例如，每年六、七月研究生畢業，都會有一波求職潮。而每位畢業生對薪資期望都有所不同，例如某畢業生對於薪資期望大約在3萬元，但是若價錢再低一點也可接受，所以要求薪資不是確切數字，而是一個範圍，此畢業生希望薪資在[2.6, 3.5]區間內，考慮[2.6, 3.5]這個區間，會比考慮某一價錢更加明確，更可以提供急需求才的公司主管們參考。除薪資之外，許多新鮮人也會想知道每天的上班時數，老闆可能也無法明確告知一個確切的數字，而是依據工作份量的需求，而需要彈性加班，老闆可能會告知申請工作的畢業生，期盼員工上班的時數為[8, 10]的區間內，而這個區間也可以提供申請工作者對於工時一個較為明確指標。

然而，薪資[2.6, 3.5]為一個區間型模糊數，工時[8, 10]也是一個區間型模糊數，若是研究者想要知道薪資的高低和工作時數的相關係數，應該要如何計算呢?這類的區間型模糊數，無法使用傳統的皮爾森相關係數公式來進行分析，而本研究的主要目的，則針對區間型模糊數，提出一個通用的公式。

首先，考慮(x_i, y_i)為第i對樣本值，i=1 ,2 ,3 ,..., n；x_i與y_i均為區間模糊數; $\bar{x}$及$\bar{y}$分別為其樣本平均數。當處理的兩變數均為模糊數時，分別對兩變數取得模糊區間Ix_λ與Iy_λ，如圖 3.1。

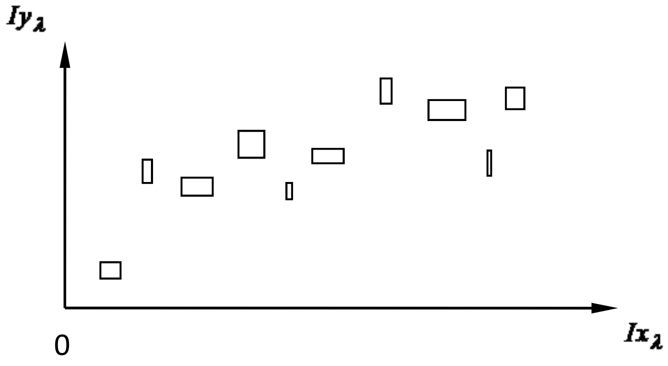


圖 3.1 x_i與y_i均為區間模糊數之資料分布圖

將區間型模糊數 (區間內均勻分配)，分別對兩變數 X,Y 本區間中心點 x_i 、y_i 為代表值。當模糊數為區間型模糊數，用公式 1 別對兩變數 X,Y 取各樣本，得模糊數的重心值 x_i , y_i 當作代表值。得到相關係數值 r_{xy} 後，再考慮連續區間模糊數長度不一樣，或區間隸屬度不同，因此必須考慮區間之相關效應。但是若將兩種相關係數等重相加，所得結果之相關係數可能會有一邊出現大於 1 或小於-1 情況。而且區間長度相關效應也不應該重於中心點相關效應。因此為了修正更合理的相關區間，本研究用公式 2 來調整。得到更具合理性模糊相關係數(區間)。我們考慮取以 e 為底的自然對數 ln 函數進行轉換。令連續區間樣本 x_i 的長度 l_{x_i} 連續區間樣本 y_i 的長度 l_{y_i} 則修正長度相關係數為

$$\delta = 1 - \frac{\ln(1+|r_l|)}{|r_l|}；\text{其中}\quad r_l = \frac{\sum_{i=1}^{n}(l_{x_i}-\bar{l}_x)(l_{y_i}-\bar{l}_y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(l_{x_i}-\bar{l}_x)^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(l_{y_i}-\bar{l}_y)^2}} \quad (\text{公式 } 2)$$

因為 $0 < r_l < 1$ ，所以 δ 的範圍為 $0 < \delta < 0.3069$。

定義 3.1 模糊相關區間(取區間中心點與長度的方法) (吳柏林，2011)

設 c_{x_i}, c_{y_i} 為來自 X,Y 母體之模糊樣本區間中心點, l_{x_i}, l_{y_i} 為區間長度。r 中心點相關係數，δ 為修正長度相關係數。則相關區間定義為:

(i) $r \geq 0,\ r_l \geq 0,\ (r;\ \min(1, r+\delta))$

(ii) $r \geq 0,\ r_l < 0,\ (r-\delta,\ r)$

(iii) $r < 0,\ r_l \geq 0,\ (r;\ r+\delta)$

(iv) $r < 0,\ r_l < 0,\ (\max(-1, r-\delta),\ r)$

對於梯形的模糊數，我們考慮推廣面積的相關代替間的相關，也就是說其相關係數的效應以面積 $\|x\|$ 作為更合適的模糊相關。例如令($X_i = [a_i, b_i, c_i, d_i]$, $Y_i = [e_i, f_i, g_i, h_i]$; i=1 ,2 ,3 ,…, n) 是一組序列配對中心為 (cx_i, cy_i) ；配對梯形面積為 $\|x_i\| = area(x_i)$ ，$\|y_i\| = area(y_i)$ 的人口模糊梯形樣本。則

$$cr_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(cx_i - \overline{cx})(cy_i - \overline{cy})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(cx_i - \overline{cx})^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(cy_i - \overline{cy})^2}}$$

$$\lambda ar_{xy} = 1 - \frac{\ln(1+|ar_{xy}|)}{|ar_{xy}|} \ ;$$

其中 $$ar_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\|x_i\| - \|\bar{x}_i\|)(\|y_i\| - \|\bar{y}_i\|)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(\|x_i\| - \|\bar{x}_i\|)^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(\|y_i\| - \|\bar{y}_i\|)^2}}$$

定義 3.2 模糊相關區間(取區間中心點與面積的方法) (吳柏林，2011)

設 c_{x_i}, c_{y_i} 為來自 X, Y 母體之模糊樣本區間中心點，$\|x_i\| = area(x_i), \|y_i\| = area(y_i)$ 為區間面積。cr_{xy} 中心點相關係數，λar_{xy} 為修正面積相關係數。則相關區間定義為:

(v) $cr_{xy} \geq 0$, $ar_{xy} \geq 0$, $(cr_{xy}, \min(1, cr_{xy} + \lambda ar_{xy}))$

(vi) $cr_{xy} \geq 0$, $ar_{xy} < 0$, $(cr_{xy} - \lambda ar_{xy}, cr_{xy})$

(vii) $cr_{xy} < 0$, $ar_{xy} \geq 0$, $(cr_{xy}, cr_{xy} + \lambda ar_{xy})$

(viii) $cr_{xy} < 0$, $ar_{xy} < 0$, $(\max(-1, cr_{xy} - \lambda ar_{xy}), cr_{xy})$

3.2 中位數檢定

當樣本數不多、或資料為序位資料、或資料的測量值不穩定但大小關係仍存在時，我們可以中位數取代平均值來探討母群體的集中趨勢。無母數統計法經常探討具有這類特性之母群體的中位數關係。當樣本為模糊數而非精確數時，我們可推廣傳統的中位數為模糊中位數。模糊中位數和傳統中位數相同，不會受到樣本極端值影響，故為一具穩健性的集中趨勢估計量。

以下我們分別就離散型與連續型兩類模糊中位數做探討。而連續型模糊中位數較離散型複雜，其隸數度函數常以區間均勻分配或不對稱梯形分配兩種情形表達。而區間分配可視為不對稱梯形分配之特例，故在本文中僅以不對稱梯形分配做說明。

定義 3.3　離散型模糊中位數 (吳柏林，2005)

設 U 為一論域，令 $L=\{L_1, L_2, L_3,\ldots, L_n\}$ 為佈於論域 U 上的 k 個有序變數，$\{X_i = \frac{m_{i_1}}{L_1}+\frac{m_{i_2}}{L_2}+\ldots+\frac{m_{i_n}}{L_n}$，$i=1,2,3,\ldots,n\}$，$\sum_{j=1}^{k} m_{ij}=1$，為自論域中抽出的一組模糊樣本，$X_{if}$ 為對應模糊樣本 X_i 之反模糊化值。令 $X_{(if)}$ 為 X_{if} 排序後而得到的有序樣本值，則定義離散型模糊樣本中位數為：

$$
\text{Fmedian(X)}=\begin{cases} X_{(\frac{n}{2})f} & \text{，若 } n \text{ 為奇數} \\ (X_{(\frac{n}{2})f}+X_{[(\frac{n}{2})+1]f})/2 & \text{，若 } n \text{ 為偶數} \end{cases}
$$

例 3.1：離散型模糊中位數應用一週至學校合作社購買早餐天數調查

由於研究對象學生平均上學通勤時間約為 40 分鐘，想要了解學生一星期至學校合作社購買早餐天數，以提供學校及家長了解孩子早上購買早餐的情況。以下（表 3.1）是 7 位同學以離散型模糊問卷所得之一週至合作社購買早餐天數的隸屬度選擇

表 3.1 一週至合作社購買早餐天數模糊數及反模糊化值

一週購買天數 / 編號	0	1	2	3	4	5	反模糊化值
1		0.5	0.5				1.6
2	1						0
3		0.1	0.2	0.3	0.4		3.16
4				0.3	0.7		3.784
5			0.1	0.4	0.3	0.2	3.76
6						1	5
7		0.3	0.5	0.1	0.1		2.12

由於樣本數 $n = 7$ 為奇數，根據定義 3.3，故模糊樣本中位數為

$$x_{(4)} = \frac{0}{0} + \frac{0.1}{1} + \frac{0.2}{2} + \frac{0.3}{3} + \frac{0.4}{4} + \frac{0}{5}$$

值得注意的是離散型模糊樣本之中位數仍為離散型模糊數，不應以諸反模糊化值之中位數為離散型模糊樣本之中位數。

定義 3.4　連續型模糊樣本中位數 (吳柏林，2005)

令 $A_i = [a_i, b_i, c_i, d_i]$，i =1, 2,…, n，是一組梯形模糊數。根據在實數線上的反模糊化值定義，計算出 $A_i = [a_i, b_i, c_i, d_i]$ 之反模糊化值 RA_i，令 $RA_{(i)}$ 為將 RA_i 排序後而得到的有序樣本值，則定義梯形模糊樣本中位數為：

$$\text{Fmedian}(A)= \begin{cases} RA_{(\frac{n}{2})} & \text{，若 } n \text{ 為奇數} \\ (RA_{(\frac{n}{2})} + RA_{(\frac{n}{2})+1})/2 & \text{，若 } n \text{ 為偶數} \end{cases}$$

例 3.2　：連續型模糊樣本中位數應用於學生上學通勤時間的探討

因學校地理位置關係，學生上下學交通不算方便，今以連續型模糊問卷調查學生上學通勤時間為何？得 10 組梯形模糊數，並計算出其反模糊化值，如表 3.2。

表 3.2.　10 位學生上學通勤時間梯形模糊數及反模糊化值

	a_i	b_i	c_i	d_i	RA_i
1	30	40	45	50	41.79
2	60	80	90	90	80.01
3	55	60	65	75	64.79
4	40	45	50	60	49.79
5	30	40	45	50	41.79
6	10	15	15	20	15.64
7	50	60	70	80	65.85
8	25	30	35	45	34.79
9	45	50	60	70	57.26
10	40	45	50	60	49.79

由於樣本數 $n=10$ 為奇數，根據定義 3.4，故模糊梯形中位數為

$$\frac{X_5+X_6}{2}=\frac{49.79+49.79}{2}=49.79$$

可知這 10 位學生所代表的母體的上學通勤時間為 49.79 分鐘。

當研究時取樣之母體非為常態分配、其分配型態未知、或樣本數少時，若採用傳統統計檢定法，將導致過多推論，使結論變得不可信。此時可採用無母數統計方法。無母數統計常以中位數代表資料的集中趨勢，也特別適用於資料為序列變項時的處理。無母數統計之中位數檢定，有多種方法。而由 Mood 所提出之中位數檢定法，採用卡方檢定法之統計量，可用於檢定兩組獨立樣本所來自的母體是否具有相同的中位數，應用甚為廣泛。模糊數之中位數檢定，不論是離散型還是連續型模糊數，以各模糊數之反模糊化值為之。此檢定方法是將兩組獨立樣本混合後，找出共同中位數，再分別算出兩組樣本大於或小於共同中位數的個別次數，製成一 2×2 聯立表（表 3.3）：

表 3.3　比較中位數次數的 2×2 聯立表

樣本	樣本Ⅰ	樣本Ⅱ	和
大於共同中位數次數	a	b	$a+b$
小於共同中位數次數	c	d	$c+d$
和	$a+c=n_1$	$b+d=n_2$	n

統計量 $\chi^2=\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\frac{(o_{ij}-e_{ij})^2}{e_{ij}}$。當組數為 2，統計量 χ^2 應校正為 $\chi^2=\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\frac{(\left|o_{ij}-e_{ij}\right|-\frac{1}{2})^2}{e_{ij}}$

，可簡化為 $=\frac{(\left|ad-bc\right|-\frac{n}{2})^2\times n}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$。

檢定的假設型式為：

雙尾檢定：
$$\begin{cases} H_0:\ \text{兩組樣本所來自的母體的中位數相等，當}\ \chi^2<\chi^2_{(\alpha,1)} \\ H_1:\ \text{兩組樣本所來自的母體的中位數不相等，當}\ \chi^2\geq\chi^2_{(\alpha,1)} \end{cases}$$

本檢定法的理論基礎為：當兩組樣本所來自之母體具有相同的中位數，則依共同中位數畫分之大於或小於共同中位數的實際次數，必與單純因機率所造成之大於或小於共同中位數的理論次數相去不遠。因此卡方值不應踰越臨界值。故當卡方值大於臨界值時，應拒絕 H_0。

例 3.3：檢定上學通勤時間長與短學生一週至合作社購買早餐天數是否相等

今有 *A*、*B* 兩組各 10 位同學，以平均通勤時間 40 分為基準，*A* 組為通勤時間 40 分鐘以上，*B* 組為通勤時間 40 分鐘以下。得一週至合作社購買早餐天數之模糊數，並根據定義 2.5 計算其反模糊化值，整理於表 3.4、3.5.及 3.6，以檢定 *A*、B 兩組學生一週購買早餐天數是否相等。

表 3.4　*A* 組一週至合作社購買早餐天數之模糊數及反模糊化值

一週購買天數 編號	0	1	2	3	4	5	反模糊化值
1	1						0
2	1						0
3	1						0
4	1						0
5		0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	3.24
6				0.2	0.2	0.6	4.544
7		0.1	0.3	0.4	0.1	0.1	2.968
8		0.5	0.3	0.2			1.84
9		0.5	0.3	0.4	0.1		2.962
10		0.2	0.4	0.3	0.1		2.452

表 3.5　*B* 組一週至合作社購買早餐天數之模糊數及反模糊化值

一週購買天數 編號	0	1	2	3	4	5	反模糊化值
1	1						0
2		0.2				0.8	4.456
3	1						0
4		0.5	0.5				1.6
5	1						0
6		0.1	0.2	0.3	0.4		3.16
7				0.3	0.7		3.784
8			0.1	0.4	0.3	0.2	3.76
9						1	5
10		0.3	0.5	0.1	0.1		2.12

表 3.6　*A*、*B* 兩組的反模糊化值由小到大排列

A 組	0、0、0、0、1.84、2.452、2.962、2.968、3.24、4.544
B 組	0、0、0、1.6、2.12、3.16、3.76、3.784、4.456、5

現以 $\alpha=0.05$，檢定檢定 *A*、*B* 兩組學生一週至合作社購買早餐天數之中位數是否相等？

【做法】

假設為 $\begin{cases} H_0\text{:兩組每週至合作社購買早餐天數之中位數相等} \\ H_1\text{:兩組每週至合作社購買早餐天數之中位數不相等} \end{cases}$

混合後共同中位數為：$\dfrac{2.12+2.452}{2}=2.286$，整理得聯立表（表 3.7）如下：

表 3.7　比較每週至合作社購買早餐天數的中位數天數的 2×2 聯立表

至合作社購買早餐天數	*A* 組	*B* 組	和
大於共同中位數次數	5	5	10
小於共同中位數次數	5	5	10
和	10	10	20

以中位數次數聯立表（表 3.7），計算統計量

$$\chi^2=\frac{(|5\times5-5\times5|-\frac{20}{2})^2\times20}{10\times10\times10\times10}=\frac{10^2\times20}{10\times10\times10\times10}=0.2$$

$\alpha=0.05$，$v=(2-1)(2-1)=1$，臨界值 $\chi^2_{(0.05,1)}=3.84>0.2$

即差異不顯著，故接受 H_0。

表示 A、B 兩組學生一週至合作社購買早餐天數之中位數無顯著差異。

3.3 變異數檢定

此檢定法由 Mood 所提出，用於檢定兩個具有相同平均水準之母體是否具有相同的變異數。採用此法檢定須有以下的假定：

(1) 兩個獨立樣本的抽取皆為隨機的。

(2) 資料的尺度至少為序列尺度。

(3) 兩母體除了變異程度外，其他性狀皆一致。

Mood 變異數檢定法的假設型式可為雙尾檢定，亦可為單尾檢定。雙尾檢定的假設型式為：

$$\begin{cases} H_0 & : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \text{ 即第一組之變異與第二組無不同} \\ H_1 & : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \text{ 即第一組之變異與第二組不同} \end{cases}$$

其中，σ不僅指母體的標準差，而泛指離勢量數。

以下僅就雙尾檢定做說明，單尾檢定之原理類同。

Mood 變異數檢定之統計量為： $\mathrm{M} = \sum_{i=1}^{n_1} (r_i - \frac{n_1 + n_2 + 1}{2})^2$

其中，n_1 為樣本數小的樣本數；n_2 為樣本數大的樣本數，即 $n_1 \leq n_2$；r_i 為 X、Y 混合排列後之第 i 個 X 值的等級，$\frac{(n_1 + n_2 + 1)}{2}$ 是 X、Y 之各觀測值等級的平均數。

M 值求得後，查表得兩臨界值 M' 或 M''。雙尾檢定時，當 M 居於兩臨界值之間，即 $M' < M < M''$ 時，應接受 H_0；否則拒絕 H_0，接受 H_1。

本檢定的理論基礎為：若兩母體的變異程度不同，則由變異程度大的母體抽取之樣本，在混合排列後會趨向兩端，使等級太大或太小，並使統計量 M 太大或太小。故當檢定統計量 M 大於等於大的臨界值 M'' 或小於等於小的臨界值 M' 時，應拒絕 H_0。

例 3.4：檢定檢定上學通勤時間長與短學生一週至合作社購買早餐天數變異數是否相等

從例 3.3，以平均通勤時間 40 分為基準，*A* 組為通勤時間 40 分鐘以上，*B* 組為通勤時間 40 分鐘以下，得 *A*、*B* 兩組一週至合作社購買早餐天數中位數無顯著差異，今欲檢定 *A*、*B* 兩組學生一週購買早餐天數變異數是否相等。

【做法】

統計假設為 $\begin{cases} H_0：A（通勤時間 40 分鐘以上）一週至合作社購買早餐天數之變異 \\ \quad 和 B（通勤時間 40 分鐘以下）並無不同。\\ H_1：A（通勤時間 40 分鐘以上）一週至合作社購買早餐天數之變異 \\ \quad 和 B（通勤時間 40 分鐘以下）並不同。\end{cases}$

表 3.8　*A* 組、*B* 組一週至合作社購買早餐天數反模糊化值整理各觀測值等級

觀測值	0、0、0、0、0、0、0、1.6、1.84、2.12
組別	*A*、*A*、*A*、*A*、*B*、*B*、*B*、*B*、*A*、*B*
等級	4、4、4、4、4、4、4、8、9、10
觀測值	2.452、2.962、2.968、3.16、3.24、3.76、3.784、4.456、4.544、5
組別	*A*、*A*、*A*、*B*、*A*、*B*、*B*、*B*、*A*、*B*
等級	11、12、13、14、15、16、17、18、19、20

以排序後之資料（表 3.8）求統計量

在 α=0.05 顯著水準下，$(n_1+n_2+1)/2=(10+10+1)/2=10.5$

$M=(4-10.5)^2+(4-10.5)^2+(4-10.5)^2+(4-10.5)^2+(9-10.5)^2+(11-10.5)^2+$
$(12-10.5)^2+(13-10.5)^2+(15-10.5)^2+(19-10.5)^2=272.5$

以 α=0.05，$n_1=10$，$n_2=10$，查表得臨界值 $M'=198.50$，$M''=464.50$，

而 $198.50<272.5<464.50$，即 $M'<M<M''$，

故接受 H_0。

表示上學通勤時間長與短學生一週至合作社購買早餐天數變異數無顯著差異。

4 實證分析

教育部希望學生能就近就讀所在社區高中，部分原因是希望學生能夠減少上學通勤時間，為何希望要減少上學通勤時間？因為若通勤時間過長，對學生們來說，就必須要早起搭乘交通工具，而早起搭交通工具，就不免要減少學生晚上睡眠時間，睡眠時間的減少，最直接的就是會影響學生上課學習表現。藉此，本研究透過收集高一 41 位同學，透過調查問卷的資料，進行探討上學通勤時間的長短，對於學生上課學習表現之模糊相關，分別對以下四個子題做模糊相關係數評估：

(1)學生上學通勤時間與上課精神狀態的相關性

(2)學生上學通勤時間與上課專注度的相關性

(3)學生上學通勤時間與學生學習成績的相關性

(4)學生上課精神狀態與學生學習成績的相關性

最後進行模糊檢定顯著差異性的交叉分析包括以下三個子題：

(5)長通勤時間與短通勤時間的學生之上課專注滿意度的差異性

(6)長通勤時間與短通勤時間的學生之上課精神狀態的差異性

(7)長通勤時間與短通勤時間的學生之學習表現成績的差異性

我們希望可以藉由相關係數的計算，了解到上學通勤時間的長短對於學生學習狀況及學習表現的相關性；此外，透過模糊檢定，分析通勤時間長的學生學習表現與通勤時間短的學生學習表現上是否有所顯著差異。所得研究結果，提供教育單位、學校教師或家長作為日後孩子們對於就近就讀社區高中參考。

本研究討論上學通勤時間對於學生上課學習表現的影響，所以，探討內容皆以上學通勤時間與各項學生學習狀態、表現作為分析。在教學現場中，以某高中一年級為實例，調查班上 41 位學生上學通勤時間，分別就最短搭車時間、平均搭車時間、最長搭車時間來進行調查。根據定義 2.3，將調查結果如表 4.1 呈現：

表 4.1 四十一位高中一年級學生上學通勤時間資料表

編號	最短搭車時間(分鐘)	平均搭車時間(分鐘)	最長搭車時間(分鐘)	梯形模糊數	cx 梯形重心	$\lVert x_i \rVert$ 梯形面積
1	30	40~45	50	〔30,40,45,50〕	41.25	12.50
2	60	80~90	90	〔60,80,90,90〕	76.67	20.00
3	55	60~65	75	〔55,60,65,75〕	63.75	12.50
4	40	45~50	60	〔40,45,50,60〕	48.75	12.50
5	30	40~45	50	〔30,40,45,50〕	41.25	12.50
6	10	15~15	20	〔10,15,15,20〕	15.00	5.00
7	50	60~70	80	〔50,60,70,80〕	65.00	20.00
8	25	30~35	45	〔25,30,35,45〕	33.75	12.50
9	45	50~60	70	〔45,50,60,70〕	56.25	17.50
10	40	45~50	60	〔40,45,50,60〕	48.75	12.50
11	8	10~10	12	〔8,10,10,12〕	10.00	2.00
12	10	15~20	30	〔10,15,20,30〕	18.75	12.50
13	40	40~50	60	〔40,40,50,60〕	50.00	15.00
14	20	30~40	50	〔20,30,40,50〕	35.00	20.00
15	20	30~30	50	〔20,30,30,50〕	33.33	15.00
16	45	50~60	80	〔45,50,60,80〕	58.75	22.50
17	30	40~50	65	〔30,40,50,65〕	46.25	22.50
18	35	40~50	60	〔35,40,50,60〕	46.25	17.50
19	5	20~30	40	〔5,20,30,40〕	23.75	22.50
20	40	45~50	60	〔40,45,50,60〕	48.75	12.50

表 4.1 四十一位高中一年級學生上學通勤時間資料表

編號	最短搭車時間 (分鐘)	平均搭車時間 (分鐘)	最長搭車時間 (分鐘)	梯形模糊數	cx 梯形重心	$\lVert x_i \rVert$ 梯形面積
21	5	5~10	10	〔5,5,10,10〕	7.50	5.00
22	40	45~45	50	〔40,45,45,50〕	45.00	5.00
23	30	30~40	45	〔30,30,40,45〕	38.33	12.50
24	45	48~53	60	〔45,48,53,60〕	51.50	10.00
25	25	30~35	40	〔25,30,35,40〕	32.50	10.00
26	25	25~30	35	〔25,25,30,35〕	30.00	7.50
27	35	40~55	60	〔35,40,55,60〕	47.50	20.00
28	20	25~35	40	〔20,25,35,40〕	30.00	15.00
29	30	30~35	40	〔30,30,35,40〕	35.00	7.50
30	30	30~30	35	〔30,30,30,35〕	32.50	2.50
31	45	50~60	70	〔45,50,60,70〕	56.25	17.50
32	35	40~45	70	〔35,40,45,70〕	47.50	20.00
33	45	60~70	75	〔45,60,70,75〕	62.50	20.00
34	5	10~10	15	〔5,10,10,15〕	10.00	5.00
35	40	50~60	100	〔40,50,60,100〕	62.50	35.00
36	50	60~60	70	〔50,60,60,70〕	60.00	10.00
37	3	16~16	32	〔3,16,16,32〕	17.00	14.50
38	30	35~38	40	〔30,35,38,40〕	35.75	6.50
39	20	20~30	30	〔20,20,30,30〕	25.00	10.00
40	20	20~30	30	〔20,20,30,30〕	25.00	10.00
41	20	30~40	60	〔20,30,40,60〕	37.50	25.00

4.1 學生上學通勤時間與上課精神狀態的相關性

以某校一個班的學生樣本 41 位做模糊問卷調查，先根據下步驟計算學生對於第一節上課精神狀態語意量表之模糊區間，並與其通勤時間資料做模糊相關。

步驟 1：模糊問卷抽樣調查

表 4.2 學生樣本 *A* 之第一節上課精神狀態

偏好序列 / 論域名稱	非常不好	不好	普通	好	非常好
精神狀態	0	0	0.1	0.45	0.45

步驟 1：賦予語言變數權重

根據定義 2.4，賦予五個語言變數的權重分別為：

非常好= 1，好= 0.75，普通= 0.5，不好= 0.25，非常不好= 0

步驟 2：根據語言變數權重，求反模糊化值

根據定義 2.5，可求得學生樣本 A 精神狀態的反模糊化值(小數點後第二位)為：

$$1\times 0.45+0.75\times 0.45+0.5\times 0.1=0.8375$$

$$\frac{1}{4}\begin{pmatrix} 0\times|0-0.8375|+0\times|0.25-0.8375|+0.1\times|0.5-0.8375| \\ +0.45\times|0.75-0.8375|+0.45\times|1-0.8375| \end{pmatrix}=0.037$$

故反模糊化值為 df_i=0.8375+0.037=0.8745

步驟 3：依據語言變數權重，求模糊標準差

根據定義 2.6，可求得學生樣本 *A* 精神狀態的標準差為：

$$F_{\sigma A\text{精神狀態}}=\sqrt{0.45\times(1-0.8745)^2+0.45\times(0.75-0.8745)^2+0.1\times(0.5-0.8745)^2}=0.17$$

步驟 4：決定 λ 值，取得離散模糊數之模糊區間

取 λ =0.1，可得學生樣本 *A* 精神狀態模糊數之模糊區間：(小數點後第二位)

$$I_{A\text{精神狀態},0.1}=[0.87-0.1\times 0.17,0.87+0.1\times 0.17]=[0.86,0.89]$$

表 4.3 $\lambda = 0.1$ 時學生上課精神狀態及反模糊化值

編號	精神狀態之模糊區間	cx 梯形重心	$\lVert x_i \rVert$ 梯形面積
1	〔0.43 ,0.48〕	0.46	0.05
2	〔0.86 ,0.89〕	0.87	0.03
3	〔0.18 ,0.23〕	0.21	0.05
4	〔0.39 ,0.42〕	0.41	0.03
5	〔0.53 ,0.56〕	0.55	0.03
6	〔0.45 ,0.52〕	0.49	0.06
7	〔0.62 ,0.65〕	0.64	0.03
8	〔0.59 ,0.63〕	0.61	0.04
9	〔0.49 ,0.53〕	0.51	0.04
10	〔0.26 ,0.31〕	0.29	0.05
11	〔0.43 ,0.47〕	0.45	0.05
12	〔0.63 ,0.67〕	0.65	0.05
13	〔0.49 ,0.53〕	0.51	0.04
14	〔0.23 ,0.28〕	0.25	0.05
15	〔0.89 ,0.92〕	0.91	0.03
16	〔0.30 ,0.35〕	0.32	0.05
17	〔0.05 ,0.08〕	0.06	0.03
18	〔0.52 ,0.58〕	0.55	0.05
19	〔0.62 ,0.64〕	0.63	0.03
20	〔0.38 ,0.42〕	0.40	0.05
21	〔0.38 ,0.42〕	0.40	0.05
22	〔0.58 ,0.63〕	0.60	0.05
23	〔0.32 ,0.35〕	0.34	0.04
24	〔0.35 ,0.40〕	0.37	0.05
25	〔0.43 ,0.47〕	0.45	0.05
26	〔0.17 ,0.22〕	0.20	0.04
27	〔0.54 ,0.58〕	0.56	0.04
28	〔0.42 ,0.45〕	0.44	0.03
29	〔0.50 ,0.55〕	0.52	0.05
30	〔0.69 ,0.71〕	0.70	0.02
31	〔0.38 ,0.42〕	0.40	0.05
32	〔0.40 ,0.45〕	0.43	0.05
33	〔0.27 ,0.33〕	0.30	0.05

34	〔0.27 ,0.31〕	0.29	0.04
35	〔0.50 ,0.56〕	0.53	0.06
36	〔0.48 ,0.51〕	0.50	0.03
37	〔0.58 ,0.63〕	0.60	0.05
38	〔0.42 ,0.47〕	0.45	0.04
39	〔0.24 ,0.28〕	0.26	0.04
40	〔0.65 ,0.68〕	0.66	0.03
41	〔0.38 ,0.43〕	0.41	0.05

透過表 4.1 學生上學通勤時間表及表 4.3 學生上課精神狀態，根據定義 3.2，計算上學通勤時間與上課精神狀態模糊相關區間，如表 4.4：

表 4.4 上學通勤時間與上課精神狀態模糊相關區間

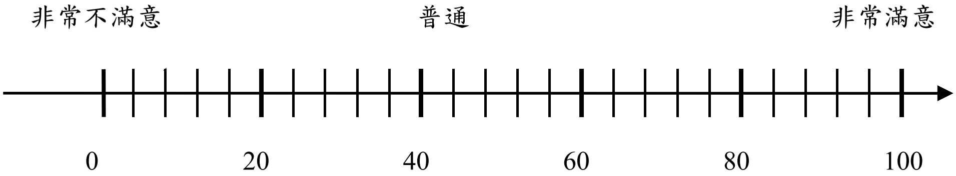
中心點相關係數 cr_{xy}	0.01
修正面積相關係數 λar_{xy}	0.03
相關區間 (cr_{xy} , $min(1, \ cr_{xy} + \lambda ar_{xy}$))	$[0.01, 0.04]$

從表 4.4 中得知，「上學通勤時間」與「上課精神狀態」呈現低度相關。故上學通勤時間對於上課精神狀態的影響，並非影響學生上課精神狀態的主因。

4.2 學生上學通勤時間與上課專注度的相關性

採用連續型模糊語意量表（圖 4.1）以某校一個班學生樣本 41 位做調查的結果，以梯形模糊數 $[a,b,c,d]$ 整理於表 4.5 ，並與其通勤時間資料做模糊相關。

圖 4.1 自我評估第一節上課專注度滿意程度



最差給分：___， 平均給分：____，最滿意給分：____

表 4.5 學生自我評估第一節上課專注度滿意程度及反模糊化值

編號	a_i	b_i	c_i	d_i	cx 梯形重心	$\|x_i\|$ 梯形面積
1	40	70	75	90	68.75	27.50
2	0	90	100	100	95.00	55.00
3	0	52	60	80	48.00	44.00
4	36	60	70	85	62.75	29.50
5	50	65	75	83	68.25	21.50
6	30	50	75	90	61.25	42.50
7	65	70	80	95	77.50	20.00
8	50	60	70	80	65.00	20.00
9	30	60	80	85	63.75	37.50
10	20	40	50	80	47.50	35.00
11	30	50	60	90	57.50	35.00
12	20	68	76	96	65.00	42.00
13	25	60	70	80	58.75	32.50
14	16	48	60	80	51.00	38.00
15	60	75	85	100	80.00	25.00
16	30	40	60	80	52.50	35.00
17	53	70	80	88	72.75	22.50
18	60	80	80	100	80.00	20.00
19	40	60	70	85	63.75	27.50
20	25	65	80	90	65.00	40.00
21	60	60	70	70	65.00	10.00

22	40	60	60	90	63.33	25.00
23	10	60	60	95	55.00	42.50
24	12	45	45	68	41.67	28.00
25	30	60	80	90	65.00	40.00
26	30	40	60	70	50.00	30.00
27	49	65	65	90	68.00	20.50
28	20	40	60	80	50.00	40.00
29	28	60	76	80	61.00	34.00
30	40	60	80	94	68.50	37.00
31	55	70	70	85	70.00	15.00
32	0	40	50	80	42.50	45.00
33	40	70	80	93	70.75	31.50
34	20	40	44	60	41.00	22.00
35	0	60	70	80	52.50	45.00
36	40	60	60	80	60.00	20.00
37	8	56	68	96	57.00	50.00
38	30	70	80	95	68.75	37.50
39	50	65	85	90	72.50	30.00
40	50	60	80	90	70.00	30.00
41	40	50	70	80	60.00	30.00

透過表 4.1 學生上學通勤時間表及表 4.5 學生第一節上課專注度，根據定義 3.2，計算上學通勤時間與第一節上課專注度相關區間，如表 4.6：

表 4.6 上學通勤時間與上課精神狀態模糊相關區間

中心點相關係數 cr_{xy}	0.19
修正面積相關係數 λar_{xy}	0.06
相關區間 (cr_{xy} , $min(1,\ cr_{xy}+\lambda ar_{xy})$)	$[0.19, 0.25]$

從表 4.6 中得知，「上學通勤時間」與「第一節上課專注度」呈現低度相關，故上學通勤時間對於第一節上課專注度的影響就如同「上課精神狀態」一樣，不是影響的重要因素。藉此發現，可以從其他方面去探討研究影響「學生上課精神狀態」及「第一節上課專注度」的因素為何。

4.3 學生上學通勤時間與學生學習成績的相關性

以某校一個班的學生樣本 41 位，在高一第 1 次及第 2 次數學段考分數，作為學生學習成績表現整理於表 4.7，並與其通勤時間資料做模糊相關。

表 4.7 學生學習成績表現及其反模糊化值

編號	第 1 次段考	第 2 次段考	cx 梯形重心	$\lVert x_i \rVert$ 梯形面積
1	66	42	54	24
2	71	37	54	34
3	87	71	79	16
4	88	63	75.5	25
5	41	38	39.5	3
6	100	91	95.5	9
7	95	95	95	0
8	86	67	76.5	19
9	60	46	53	14
10	71	63	67	8
11	94	88	91	6
12	71	86	78.5	15
13	91	62	76.5	29
14	69	46	57.5	23
15	76	50	63	26
16	96	82	89	14
17	94	48	71	46
18	71	39	55	32
19	53	28	40.5	25
20	72	60	66	12
21	36	53	44.5	17
22	88	60	74	28
23	94	67	80.5	27
24	88	56	72	32
25	76	65	70.5	11
26	94	54	74	40
27	80	66	73	14

28	85	65	75	20
29	56	75	65.5	19
30	71	39	55	32
31	99	90	94.5	9
32	93	60	76.5	33
33	92	65	78.5	27
34	60	19	39.5	41
35	57	29	43	28
36	83	40	61.5	43
37	71	44	57.5	27
38	73	77	75	4
39	76	52	64	24
40	77	18	47.5	59
41	80	69	74.5	11

透過表 4.1 學生上學通勤時間表及表 4.7 學生學習成績表現，根據定義 3.2，計算上學通勤時間與學生學習表現相關區間，如表 4.8：

表 4.8 上學通勤時間與學生學習表現模糊相關區間

中心點相關係數 cr_{xy}	0.1422
修正面積相關係數 λar_{xy}	0.0037
相關區間 (cr_{xy} , $\min(1,\ cr_{xy} + \lambda ar_{xy})$)	$[0.1422, 0.1459]$

從表 4.8 中得知，「上學通勤時間」與「學生成績表現」呈現低度相關，故上學通勤時間對於學生成績表現不是影響的重要因素之一。

4.4 學生上課精神狀態與學生學習成績的相關性

由於上學通勤時間分別與學生上課精神狀態及學生成績表現皆呈現低度相關，表示通勤時間對於上課精神狀態及成績表現的影響不是重要因素之一。因此，本研究調查上課精神狀態及學生成績表現的相關性為何？是高度相關還是低度相關，以了解上課精神狀態對於成績表現的影響為何。

根據表 4.3 學生上課精神狀態及表 4.7 學生成績表現，將其整理於表 4.9，並求其模糊相關區間。

表 4.9 學生上課精神狀態及學生成績表現反模糊化值

編號	上課精神狀態		學生成績表現	
	cx 梯形重心	$\|x_i\|$ 梯形面積	cy 梯形重心	$\|y_i\|$ 梯形面積
1	0.46	0.05	54	24
2	0.87	0.03	54	34
3	0.21	0.05	79	16
4	0.41	0.03	75.5	25
5	0.55	0.03	39.5	3
6	0.49	0.06	95.5	9
7	0.64	0.03	95	0
8	0.61	0.04	76.5	19
9	0.51	0.04	53	14
10	0.29	0.05	67	8
11	0.45	0.05	91	6
12	0.65	0.05	78.5	15
13	0.51	0.04	76.5	29
14	0.25	0.05	57.5	23
15	0.91	0.03	63	26
16	0.32	0.05	89	14
17	0.06	0.03	71	46
18	0.55	0.05	55	32
19	0.63	0.03	40.5	25
20	0.40	0.05	66	12
21	0.40	0.05	44.5	17

22	0.60	0.05	74	28
23	0.34	0.04	80.5	27
24	0.37	0.05	72	32
25	0.45	0.05	70.5	11
26	0.20	0.04	74	40
27	0.56	0.04	73	14
28	0.44	0.03	75	20
29	0.52	0.05	65.5	19
30	0.70	0.02	55	32
31	0.40	0.05	94.5	9
32	0.43	0.05	76.5	33
33	0.30	0.05	78.5	27
34	0.29	0.04	39.5	41
35	0.53	0.06	43	28
36	0.50	0.03	61.5	43
37	0.60	0.05	57.5	27
38	0.45	0.04	75	4
39	0.26	0.04	64	24
40	0.66	0.03	47.5	59
41	0.41	0.05	74.5	11

透過表 4.9「學生上課精神狀態」及「學生成績表現」反模糊化值，根據定義 3.2，計算「上學生上課精神狀態」及「學生成績表現」相關區間，如表 4.10：

表 4.10 學生上課精神狀態及學生成績表現模糊相關區間

中心點相關係數 cr_{xy}	0.22
修正面積相關係數 λar_{xy}	0.14
相關區間 (cr_{xy} , min(1, $cr_{xy} + \lambda ar_{xy}$))	$[0.22, 0.36]$

從表 4.10 中得知，「上學生上課精神狀態」及「學生成績表現」，相較於學生通勤時間來說，「上課精神狀態」對於「學生成績表現」的相關性較大。故可以發現，影響「學生成績表現」的因素中，「上課精神狀態」相較於「通勤時間長短」的影響來的重要。

4.5 檢定長通勤時間與短通勤時間的學生上課專注滿意度之差異性

本研究對象為台北市某公立高中，研究調查顯示，學生平均上學通勤時間為 40 分鐘。故以平均通勤時間 40 分鐘為分界點，隨機各抽取 10 位同學，透過模糊檢定分析通勤時間 40 分鐘以上與 40 分鐘以下，上課專注度是否一致。

透過表 4.1 學生上學通勤時間資料表，以通勤時間 40 分鐘為區分點，對通勤時間 40 分鐘以上(A 組)及 40 分鐘以下(B 組)隨機各取 10 名，採用連續型模糊語意量表（圖 4.2），以梯形模糊數 $[a,b\ ,c\ ,d]$ 整理調查上課專注度，整理於表 4.11、4.12 及 4.13：

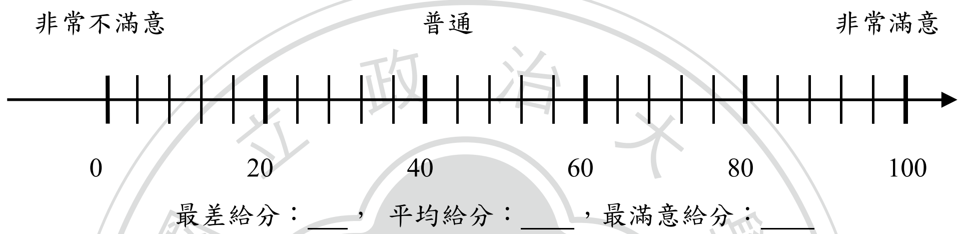


圖 4.2 自我評估第一節上課專注度滿意程度

表 4.11 A 組 (通勤時間 40 分鐘以上)上課專注度的模糊數及反模糊化值

A 組 (通勤時間 40 分鐘以上)	梯形模糊數 $[a_i,\ b_i,\ c_i,\ d_i]$				反模糊化值 (四捨五入至小數第 2 位)
1	0	90	100	100	67.29
2	36	60	70	85	63.14
3	30	60	80	85	63.68
4	20	40	50	80	48.99
5	30	40	60	80	53.75
6	25	65	80	90	64.34
7	40	60	60	90	64.20
8	12	45	45	68	42.55
9	55	70	70	85	70.82
10	0	60	70	80	50.17

表 4.12　*B* 組 (通勤時間 40 分鐘以下)上課專注度的模糊數及反模糊化值

B 組 (通勤時間 40 分鐘以下)	梯形模糊數 $[a_i,\ b_i,\ c_i,\ d_i]$				反模糊化值 (四捨五入至小數第 2 位)
1	30	50	75	90	61.99
2	30	50	60	90	58.99
3	20	68	76	96	64.02
4	60	60	70	70	65.76
5	30	40	60	70	50.89
6	20	40	60	80	50.91
7	20	40	44	60	41.58
8	8	56	68	96	56.65
9	50	65	85	90	73.11
10	50	60	80	90	70.89

表 4.13　*A*、*B* 組上課專注度的反模糊化值由小到大排列

A 組(通勤時間 40 分鐘以上)	42.55、48.99、50.17、53.75、63.14、63.68、64.20、64.34、67.29、70.82
B 組(通勤時間 40 分鐘以下)	41.58、50.89、50.91、56.65、58.99、61.99、64.02、65.76、70.89、73.11

(檢定一）中位數檢定：檢定兩母體是否具有相同的平均水準（即具有相同之中位數）

統計假設為
$$\begin{cases} H_0：A\text{（通勤時間 40 分鐘以上）、}B\text{（通勤時間 40 分鐘以下）兩組} \\ \quad\text{上課專注度滿意程度的中位數相等} \\ H_1：A\text{（通勤時間 40 分鐘以上）、}B\text{（通勤時間 40 分鐘以下）兩組} \\ \quad\text{上課專注度滿意程度的中位數不相等} \end{cases}$$

混合後共同中位數為 $\dfrac{61.99+63.14}{2}=62.56$：，故聯立表為：

表 4.14　*A*（40 分鐘以上）、*B*（40 分鐘以下）兩組上課專注度的中位數次數聯立表

上課專注滿意程度	*A* 組（通勤時間 40 分鐘以上）	*B* 組（通勤時間 40 分鐘以下）	和
大於共同中位數次數	6	4	10
小於共同中位數次數	4	6	10
和	10	10	20

以中位數次數聯立表（表 4.14），求其統計量

$$x^2=\frac{(|4\times4-6\times6|-\frac{20}{2})^2\times20}{10\times10\times10\times10}=\frac{10^2\times20}{10\times10\times10\times10}=0.2$$

α＝0.05，v=（2－1）（2－1）＝1，臨界值 $x^2_{(0.05,\ 1)}$＝3.84＞0.2

即差異不顯著，故接受 H_0。

表示 A 組（通勤時間 40 分鐘以上）、B 組（通勤時間 40 分鐘以下），兩組上課專注度滿意度的中位數無顯著差異。

（檢定二）變異數檢定：檢定兩母體是否具有相同的變異數。

統計假設為 $\begin{cases} H_0：A（通勤時間 40 分鐘以上）上課專注度滿意程度之變異和 B（通勤時間 40 分鐘以下）並無不同。 \\ H_1：A（通勤時間 40 分鐘以上）上課專注度滿意程度之變異和 B（通勤時間 40 分鐘以下）並不同。 \end{cases}$

表 4.15　A 組、B 組上課專注度反模糊化值整理各觀測值等級

觀測值	41.58	42.55	48.99	50.17	50.89	50.91	53.75	56.65	58.99	61.99
組別	*B*	*A*	*A*	*A*	*B*	*B*	*A*	*B*	*B*	*B*
等級	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
觀測值	63.14	63.68	64.02	64.20	64.34	65.76	67.29	70.82	70.89	73.11
組別	*A*	*A*	*B*	*A*	*A*	*B*	*A*	*A*	*B*	*B*
等級	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

以排序後之資料（表 4.15）求統計量

在 α=0.05 顯著水準下， $(n_1+n_2+1)/2=(10+10+1)/2=10.5$

$M=(2-10.5)^2+(3-10.5)^2+(4-10.5)^2+(7-10.5)^2+(11-10.5)^2+(12-10.5)^2+(14-10.5)^2+(15-10.5)^2+(17-10.5)^2+(18-10.5)^2=304.25$

以 α=0.05， n_1 =10，n_2 =10，查表得臨界值 M'=198.50 ，M''= 464.50，

而 198.50 ＜ 304.25＜464.50，即 $M'<M<M''$，

故接受 H_0。

研究結果發現，上學通勤時間的過長(40 分鐘以上)或過短(40 分鐘以下)對於上課專注程滿意度的變異是相近的，意味著上學通勤時間的長短並對於學生上課專注程度的影響並無顯著差異。

4.6 檢定長通勤時間與短通勤時間的學生上課精神狀態之差異性

由於上學通勤時間長短(以平均通勤時間 40 分鐘區隔)檢定上課專注滿意成度並無明顯差異。基於此，更進一步檢定分析通勤時間 40 分鐘以上與通勤時間 40 分鐘以下的學生，對於上課精神狀態是否有所差異。

透過表 4.1 學生上學通勤時間資料表，以通勤時間 40 分鐘為分界點，對通勤時間 40 分鐘以上(*A* 組)及 40 分鐘以下(*B* 組)隨機各取 10 名，採用離散型模糊語意量表（表 4.16），進行調查。依定義 2.4、定義 2.5 可算出各受訪者綜合的上課精神狀態之反模糊化值，整理於表 4.17、4.18 及 4.19：

表 4.16 學生樣本 *A* 之第一節上課精神狀態

偏好序列 / 論域名稱	非常不好	不好	普通	好	非常好
精神狀態					

表 4.17　*A* 組 (通勤時間 40 分鐘以上)上課精神狀態的模糊數及反模糊化值

A 組 (通勤時間 40 分鐘以上)	非常不好	不好	普通	好	非常好	反模糊化值
1	0	0	0.1	0.45	0.45	0.87
2	0	0.5	0.5	0	0	0.41
3	0	0.3	0.5	0.2	0	0.51
4	0.3	0.5	0.1	0.1	0	0.29
5	0.3	0.4	0.2	0.1	0	0.32
6	0.2	0.3	0.4	0.1	0	0.40
7	0.1	0.1	0.4	0.3	0.1	0.60
8	0.2	0.4	0.3	0.1	0	0.37
9	0.2	0.3	0.4	0.1	0	0.40
10	0.1	0.3	0.3	0.2	0.1	0.53

表 4.18　*B* 組 (通勤時間 40 分鐘以下)上課精神狀態的模糊數及反模糊化值

B 組 (通勤時間 40 分鐘以下)	非常不好	不好	普通	好	非常好	反模糊化值
1	0.2	0.2	0.4	0.1	0.1	0.49
2	0.1	0.4	0.3	0.2	0	0.45
3	0	0.2	0.3	0.4	0.1	0.65
4	0.2	0.3	0.4	0.1	0	0.40
5	0.6	0.2	0.2	0	0	0.20
6	0	0.5	0.4	0.1	0	0.44
7	0.3	0.4	0.3	0	0	0.29
8	0.1	0.1	0.4	0.3	0.1	0.60
9	0.3	0.5	0.2	0	0	0.26
10	0	0.1	0.3	0.6	0	0.66

表 4.19　*A*、*B* 組上課精神狀態的反模糊化值由小到大排列

A 組(通勤時間 40 分鐘以上)	0.29 、0.32 、0.37 、0.40 、0.40 、0.41 、0.51 、0.53 、0.60 、0.87
B 組(通勤時間 40 分鐘以下)	0.20 、0.26 、0.29 、0.40 、0.44 、0.45 、0.49 、0.60 、0.65 、0.66

(檢定一）中位數檢定：檢定兩母體是否具有相同的平均水準（即具有相同之中位數）

統計假設為
H_0：*A*（通勤時間 40 分鐘以上）、*B*（通勤時間 40 分鐘以下）兩組上課精神狀態的中位數相等
H_1：*A*（通勤時間 40 分鐘以上）、*B*（通勤時間 40 分鐘以下）兩組上課精神狀態的中位數不相等

混合後共同中位數為 $\dfrac{0.41+0.44}{2}=0.425$：，故聯立表為：

表 4.20　*A*（40 分鐘以上）、*B*（40 分鐘以下）兩組上精神狀態的中位數次數聯立表

上課精神狀態	*A* 組（通勤時間 40 分鐘以上）	*B* 組（通勤時間 40 分鐘以下）	和
大於共同中位數次數	4	6	10
小於共同中位數次數	6	4	10
和	10	10	20

以中位數次數聯立表（表 4.20），求其統計量

$$x^2 = \frac{(|6\times6-4\times4|-\frac{20}{2})^2\times20}{10\times10\times10\times10} = \frac{10^2\times20}{10\times10\times10\times10} = 0.2$$

$\alpha=0.05$，$v=(2-1)(2-1)=1$，臨界值 $x^2_{(0.05,\ 1)}=3.84>0.2$

即差異不顯著，故接受 H_0。

表示 A 組（通勤時間 40 分鐘以上）、B 組（通勤時間 40 分鐘以下），兩組上課精神狀態的中位數無顯著差異。

（檢定二）變異數檢定：檢定兩母體是否具有相同的變異數。

統計假設為
H_0：A（通勤時間 40 分鐘以上）上課精神狀態之變異和 B（通勤時間 40 分鐘以下）並無不同。
H_1：A（通勤時間 40 分鐘以上）上課精神狀態之變異和 B（通勤時間 40 分鐘以下）並不同。

表 4.21　A 組、B 組兩組上課精神狀態反模糊化值整理各觀測值等級

觀測值	0.20、0.26、0.29 、0.29、0.32 、0.37 、0.40 、0.40 、0.40 、0.41
組別	B 、B 、 A 、B 、 A 、 A 、A 、 A 、 B 、A
等級	1 、 2 、 3.5 、 3.5 、 5 、 6 、 8 、 8 、 8 、10
觀測值	0.44、0.45、0.49、0.51 、0.53 、0.60 、0.60 、0.65 、0.66 、0.87
組別	B 、B 、 B 、A 、 A 、 A 、B 、 B 、 B 、A
等級	11、 12 、 13 、 14 、 15 、 16.5 、16.5、 18 、 19 、 20

以排序後之資料（表 4.21）求統計量

在 $\alpha=0.05$ 顯著水準下，$(n_1+n_2+1)/2=(10+10+1)/2=10.5$

$M=(3.5-10.5)^2+(5-10.5)^2+(6-10.5)^2+(8-10.5)^2+(8-10.5)^2+(10-10.5)^2+(14-10.5)^2+(15-10.5)^2+(16.5-10.5)^2+(20-10.5)^2=271$

以 $\alpha=0.05$，$n_1=10$，$n_2=10$，查表得臨界值 $M'=198.50$，$M''=464.50$，

而 $198.50<271<464.50$，即 $M'<M<M''$，

故接受 H_0。

研究結果得知，上學通勤時間的過長(40 分鐘以上)或過短(40 分鐘以下)對於上課精神狀態的變異是相近的，表示長通勤時間與短通勤時間的學生上課精神狀態的影響並無顯著差異。

4.7 檢定長通勤時間與短通勤時間的學生學習成績表現之差異性

長通勤時間與短同勤時間，對於學生上課專注度及精神狀態的表現，透過檢定得知，並無明顯差異，代表通勤時間並不足以對於學生上課狀態有重要影響。因此，本研究想進一步了解長通勤時間與短通勤時間對於學生學習成績表現是否有所差異，以了解通勤時間對於成績表現是否有一定影響。

透過表 4.1 學生上學通勤時間資料表，以通勤時間 40 分鐘為分界點，對通勤時間 40 分鐘以上(*A* 組)及 40 分鐘以下(*B* 組)隨機各取 10 名，並依其學習成績表現，整理於表 4.22 及 4.23，並進行分析檢定。

表 4.22　*A*、*B* 組學生學習成績表現

A 組（通勤時間 40 分鐘以上）		*B* 組（通勤時間 40 分鐘以下）	
編號	成績表現	編號	成績表現
1	54	1	95.5
2	75.5	2	91
3	53	3	78.5
4	67	4	44.5
5	89	5	74
6	66	6	75
7	74	7	39.5
8	72	8	75
9	94.5	9	47.5
10	43	10	74.5

表 4.23　*A*、*B* 組學生學習成績表現由小到大排列

A 組(通勤時間 40 分鐘以上)	43、53、54、66、67、72、74、75.5、89、94.5
B 組(通勤時間 40 分鐘以下)	39.5、44.5、47.5、74、74.5、75、75、78.5、91、95.5

(檢定一）中位數檢定：檢定兩母體是否具有相同的平均水準（即具有相同之中位數）

統計假設為 $\begin{cases} H_0：A（通勤時間 40 分鐘以上）、B（通勤時間 40 分鐘以下）兩組 \\ \quad 學生成績表現的中位數相等 \\ H_1：A（通勤時間 40 分鐘以上）、B（通勤時間 40 分鐘以下）兩組 \\ \quad 學生成績表現的中位數不相等 \end{cases}$

混合後共同中位數為 $\dfrac{74+74}{2}=74$：，故聯立表為：

表 4.24 *A*（40 分鐘以上）、*B*（40 分鐘以下）兩組上精神狀態的中位數次數聯立表

學生成績表現	*A* 組（通勤時間 40 分鐘以上）	*B* 組（通勤時間 40 分鐘以下）	和
大於共同中位數次數	3	6	9
小於共同中位數次數	6	3	9
和	9	9	18

以中位數次數聯立表（表 4.24），求其統計量

$$\chi^2=\frac{\left(\left|3\times3-6\times6\right|-\frac{18}{2}\right)^2\times18}{9\times9\times9\times9}=\frac{18^2\times18}{9\times9\times9\times9}=0.89$$

$\alpha=0.05$，$v=(2-1)(2-1)=1$，臨界值 $\chi^2_{(0.05,\ 1)}=3.84>0.89$

即差異不顯著，故接受 H_0。

表示 *A* 組（通勤時間 40 分鐘以上）、*B* 組（通勤時間 40 分鐘以下），兩組學生學習表現的中位數無顯著差異。

（檢定二）變異數檢定：檢定兩母體是否具有相同的變異數。

統計假設為 $\begin{cases} H_0：A（通勤時間 40 分鐘以上）學生學習表現之變異和 B（通勤時 \\ \quad 間 40 分鐘以下）並無不同。 \\ H_1：A（通勤時間 40 分鐘以上）學生學習表現之變異和 B（通勤時 \\ \quad 間 40 分鐘以下）並不同。 \end{cases}$

表 4.25　A 組（40 分鐘以上）、B 組（40 分鐘以下）兩組學習表現整理各觀測值等級

觀測值	39.5、43、44.5、47.5、53、54、66、67、72、74
組別	B、A、B、B、A、A、A、A、A、A
等級	1、2、3、4、5、6、7、8、9、10.5
觀測值	74、74.5、75、75、75.5、78.5、89、91、94.5、95.5
組別	B、B、B、B、A、B、A、B、A、B
等級	10.5、12、13.5、13.5、15、16、17、18、19、20

以排序後之資料（表 4.25）求統計量

在 α=0.05 顯著水準下，$(n_1+n_2+1)/2 = (10+10+1)/2 = 10.5$

$M=(2-10.5)^2+(5-10.5)^2+(6-10.5)^2+(7-10.5)^2+(8-10.5)^2+(9-10.5)^2+(10.5-10.5)^2+(15-10.5)^2+(17-10.5)^2+(19-10.5)^2=278.25$

以 α=0.05，$n_1=10$，$n_2=10$，查表得臨界值 $M'=198.50$，$M''=464.50$，

而 $198.50 < 278.25 < 464.50$，即 $M' < M < M''$，

故接受 H_0。

檢定結果得知，通勤時間 40 分鐘以上與 40 分鐘以下其變異性並無不同；故表示長通勤時間與短通勤時間的學生，對於學習成績表現並無明顯差異，故通勤時間長短並不是影響學生學習表現的原因之一。

5 結論

十二年國教開辦後，將來的國中生透過在校成績及會考成績表現，直接申請上就近的社區高中。社區化高中的成立，其中一部分原因是可以減少學生上學通勤時間的浪費。一般都認為，上學通勤的時間越長，學生必須要早起搭車，睡眠時間就會不足，以致於對學生上課學習表現有很大的影響。因此，為了瞭解此影響面及影響程度，本研究主題，想要透過以模糊相關係數的方式應用於上學通勤時間的長短對於學生上課精神狀態、第一節上課專注度之相關及對於學生學習成績表現之相關分析。最後，在透過反模糊化值進行檢定，以研究對象平均通勤時間 40 分鐘為分界點，檢定長通勤時間(40 分鐘以上)的學生與短通勤時間(40 分鐘以下)的學生在學習專注度、上課精神狀態及學習成績表現是否有所顯著差異。

本論文研究結果發現，上學通勤時間的長短，對於學生上課精神狀態、第一節上課專注度及學生成績表現呈<u>低度相關</u>，代表著上學通勤時間對於學生學習表現的影響不是重要的因素之一；此外，模糊數檢定分析得知，長通勤時間學生與短通勤時間學生在學習專注度、上課精神狀態及學習成績表現<u>並無顯著差異</u>。由於本論文研究因樣本人數受限，研究結果顯示也和我們過往認知有所差異，故建議有更進一步研究分析及探討的必要性。

6 參考文獻：

1. 吳柏林（2005）。模糊統計導論方法與應用。台北：五南書局。

2. 阮亨中、吳柏林（2000）。模糊數學與統計應用。台北：俊傑書局。

3. 吳柏林（1999）。現代統計學。台北：五南書局。

4. 顏月珠（1992）。無母數統計方法。台北 ： 三民書局。

5. 王文俊（2007）。認識 Fuzzy。台北：全華書局。

6. 劉應明、任平（1994）。模糊數學。台北 ： 凡異書局。

7. 趙淑倫 (2011)。模糊無母數統計檢定及其在高齡化社會調查之應用。

8. 吳柏林, 謝名娟 (2010). 現代教育與心理統計學. Airiti Press, Taipei.

9. Nguyen, H.T. and Wu, B. (2006) *Fundamentals of Statistics with Fuzzy Data.*

10. Zadeh, L. A. (1965) Fuzzy Sets. *Information and Control, 8*, 338-353.

7 附錄

問卷調查表　　班級：___ 座號：__姓名：__________

各位同學您好：

因地理位置關係，學生上下學通車時間較長，而住在離學校較遠的同學就必須早起搭車上學，以至於本研究想了解上學通勤時間的長短是否會影響的上課狀況，所以下列問題想麻煩各位同學填寫。感謝你的協助。

一、上學狀況調查

1.上學時間：

範例：小明上學時間平均大約花 40~50 分鐘，且最少花費 35 分鐘，最長花費時間不超過 60 分鐘，所以小明上學時間表填寫內容如下。

上學花費時間：

最少時間	平均時間	最多時間
35	40~50	60

☞同學您的花費時間：

最少時間	平均時間	最多時間

2.就寢時間：

範例：小明因家離學校較遠，所需要車程較長，所以小明晚上就寢時間就不能太晚睡，通常最早 9 點就睡(因補習到 8 點)，平均大概 10~11 點就寢，最晚不超過 12 點。以免爬不起來。所以小明就寢時間表填寫如下：

就寢時間表：

最早就寢時間	平均就寢時間	最晚就寢時間
9	10~11	12

☞同學您的就寢時間：

最早就寢時間	平均就寢時間	最晚就寢時間

3.通車時，同學都在做什麼：

範例：小明通車過程中，有時在念書、有時在使用手機、隨身聽而且因為通車時太吵而沒辦法休息。小明依自己通車過程中，對於自己通車各種狀況所做的權重填入下表。

唸書	使用 3C 產品	休息	其他(發呆、聊天)
0.3	0.6		0.1

☞通車時，同學您都在做什麼：

唸書	使用 3C 產品	休息	其他(發呆、聊天)

4.一星期購買學校早餐次數：

範例：小明一星期購買早餐次數大約 2~3 次，有時候沒買、有時候會每次都買，

所以小明依自己購買方式以權重方式填寫下表。

一星期購買早餐次數

購買次數	1	2	3	4	5
比例權重	0.1	0.3	0.4		0.1

☞同學您一星期購買早餐次數

購買次數	1	2	3	4	5
比例權重					

二、在學校第一節上課狀況調查

1.精神狀態

範例：小明來學校後第一節上課的精神狀況，透過自己來評估下表每個狀況所佔的比重分別為多少。

非常不好	不好	普通	好	非常好
0.4	0.3	0.2	0.1	0

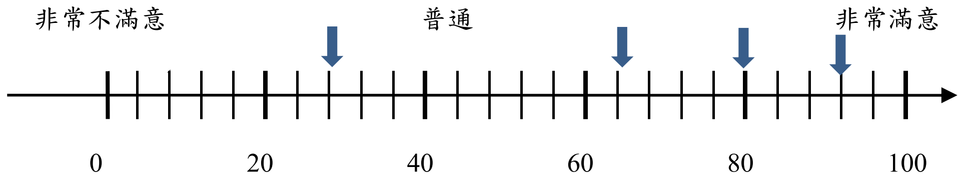
☞同學您早上的精神狀來的比重為何呢？

非常不好	不好	普通	好	非常好

2.專注度

範例：小明對於自己上課的專注度給予自我評分的方式，如下表

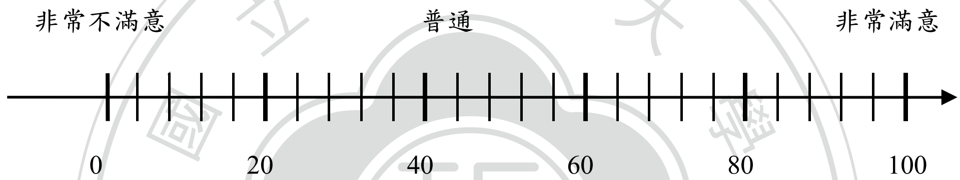
自我評估第一節上課專注度滿意度



最差給分：24， 平均給分：64~80 ，最滿意給分：92

☞同學您對於自己專注度滿意程度的自我評分

自我評估第一節上課專注度滿意度



最差給分：___， 平均給分：____，最滿意給分：____

以上問卷，感謝同學您的填寫及幫助，祝福您學業順利。