

中華民國 第 50 屆中小學科學展覽會
作品說明書

高中組 物理科

佳作

040101

探究肯特管內波漣的成因

學校名稱：國立虎尾高級中學

作者： 高一 黃俊豪 高一 林煒翔 高一 李泓億 高一 蔡豪人	指導老師： 蘇裕年
---	--------------

關鍵詞：駐波、波漣、氣漩

探究肯特管內波漣的成因

摘要

肯特管藉由聲音的干涉產生駐波，並在駐波中的波節與波節之間，產生規則的層次線紋。此週期性結構，類似於光纖光柵的布拉格繞射或是聲子晶體，其成因機制頗值得深入發掘。本研究的目的除了研究肯特管的駐波現象外，主要是探討此週期性線紋的成因。

利用 PASCO 感測器，輸入不同的聲音頻率，由傅立葉轉換我們發現除了基音是造成駐波的主要原因，也找出管中不同位置的波譜，發現保麗龍球跳動較高處的波譜變化較大，波漣的形成，必須聲波強度達到某一個臨界值，造成氣漩。由實驗結果，我們證明波漣形成是肯特管中微小的氣漩變化，造成輕如保麗龍球或細灰等物質，排列成層次分明的波漣狀，類似於聲子晶體的結構，應該可以阻擋在某些聲波頻率通過，造成濾波效果。未來，我們希望將圓柱形肯特管改成方型肯特管，來模擬或探究大自然中細砂的沙丘成因。

壹、研究動機

大自然的波漣(sand ripples)和沙丘(dunes)，如圖 1-1 至圖 1-6，所產生的規則的層次砂紋(沙紋)，其實也可能和肯特管(Kundt's tube)內規則的層次條紋，來自同一個機制和成因。因風在不同的障礙物(山谷，海岸..)吹動，造成氣漩，形成條紋狀的波漣。所謂的波漣是沙丘表面受風的吹拂而起的波狀起伏。



dunes 圖 1-1 (來源：
<http://www.travelblog.org/>)



dunes 圖 1-2
<http://www.flickr.com/photos/helenabragafotopoesias/4257763182/>



dunes 圖 1-3
<http://www.feedmewp.com/?tag=sand+ged=2&pa>



sand ripples 圖 1-4
<http://www.danheller.com/images/California/DeathValley/Dunes/Slideshow/img15.html>



sand ripples 圖 1-5
http://parkerlab.bio.uci.edu/nonscientific_adventures/imperial_sand_dunes.htm



sand ripples 圖 1-6
<http://www.virtualbay.co.nz/nature/index.htm>

從飛機上俯看沙漠時，會看到又長又窄的沙丘帶，整齊地一條條排列著，看起來像很整齊平行的街道。世界上幾乎每個較大的沙丘帶、間隔寬度約為 1 到 3 公里，而且全部南北走向。

湖面散佈的落葉和海面出現的海藻也是帶狀分布，雖然規模小得多，間隔的寬度只有 100 至 200 公尺，而長度最多 500 公尺。

在這些例子裡(圖 1-1 至圖 1-6)，**長條帶的走向是和風平行或垂直?**再者，**帶子的間隔寬度又是如何決定?**

本研究基於此種動機，我們想經由在 1866 年由德國物理學家 August Kundt 所發明的肯特管，利用聲音的干涉產生駐波，並在駐波中的波節與波節之間，產生規則的層次線紋，深入發掘其成因機制，並探討此週期性結構，和聲子晶體類或似於光纖光柵的布拉格繞射的關連性。

貳、原理：

一、肯特管內保麗龍球或細灰排列模樣

其示意圖如圖 2-1 所示。

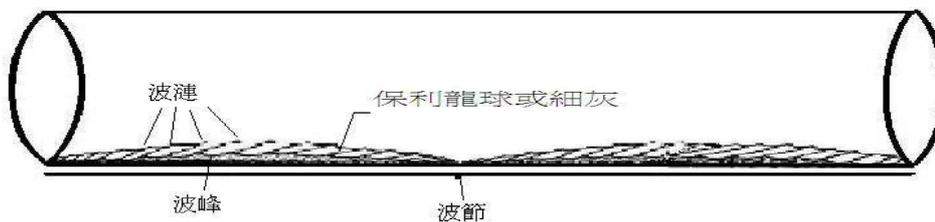


圖 2-1 肯特管內保麗龍球或細灰排列示意圖

二、波漣的成因

倫敦大學的 E. N. Da C Andrade 博士在 1932 年提出說明。**波漣或線紋的形成是因為管內氣體的自由渦流流的分裂所造成**。如圖 2-2 中，那些不參與管柱振動氣體的灰塵能成為渦流流的中心點，因此在某些情況下，會形成波漣或線紋。**在 A 和 B 處的灰塵被掃開，而在渦流 V_0 和 V_1 區造成波漣 S_2** 。同理，在 B 和 C 處的灰塵被掃開，而在渦流 V_2 和 V_3 區造成波漣 S_1 。其他剩下在 A、B、C 處的灰塵會造成次級(二階以上)波漣。

波漣或線紋 S_1 和 S_2 間的距離和渦流大小有關，此距離會隨著和駐波的波節間距離的增加而增加。

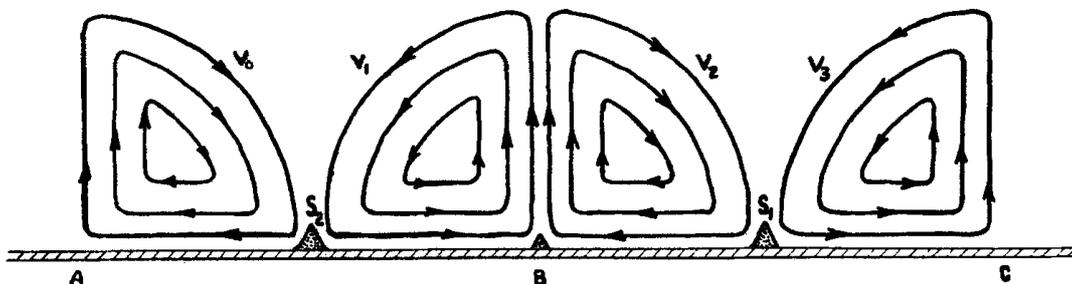


圖 2-2 E. N. Da C Andrade 博士對波漣形成說明圖

Andrade 發現在管內發生兩種運動: (1) **循環(Circulation)**，使氣體分子在波腹和波節間流動; (2) **氣流 (vortex)**，使氣體分子繞著氣流跑,造成波漣。因此,當聲波強度(intensity)夠強時，循環很強，使氣流不易產生；而強度減弱到某一臨界值時，氣流形成，強度再減弱時，氣

漩收縮，循環變差，接著強度再減弱時，氣漩的形狀不一定，最後會停止。因此波漣的形成，必須聲波強度達到某一個臨界值時。

管內兩粒子間的作用力，被氣漩所影響，和距離有關。當粒子在橫向(即和管的中心軸垂直)時，若兩粒子間的距離大約是一個粒子的直徑以內，其間的作用力為吸引，若兩粒子間的距離更大時，其間的作用力為排斥。當粒子在在縱向(即和管的中心軸平行)時，若兩粒子間的距離是小(近)的時候，處於不平衡，粒子會往橫向移，或聚集在一起。若粒子是在兩個氣漩恰恰接觸的平衡點，在稍小(近)的距離處，其間的作用力為排斥，而在在稍大(遠)的距離，其間的作用力為吸引。因此，由於此側向的吸引力和縱向的平衡，造成了波漣，並被氣漩維持在固定的位置上。

當強度很強時，波漣可能只有少數粒子的寬度(波漣看起來很尖很陡)，當強度較弱時，波漣可能由較多數粒子組成，比較寬(波漣看起來較平坦)，當強度減到某一臨界點，波漣消失。

三、E. N. Da C Andrade 博士發現依據圖 2-3 數據推得(1-1)式：

$$S = 0.422 \cos^{0.44} \left(\frac{2\pi y}{\lambda} \right) \quad (1-1)$$

S 是波漣或線紋間的距離(y 軸)，y 是波漣和駐波的波腹的距離， λ 是波長。波漣或線紋間的距離 S 和波長有關。

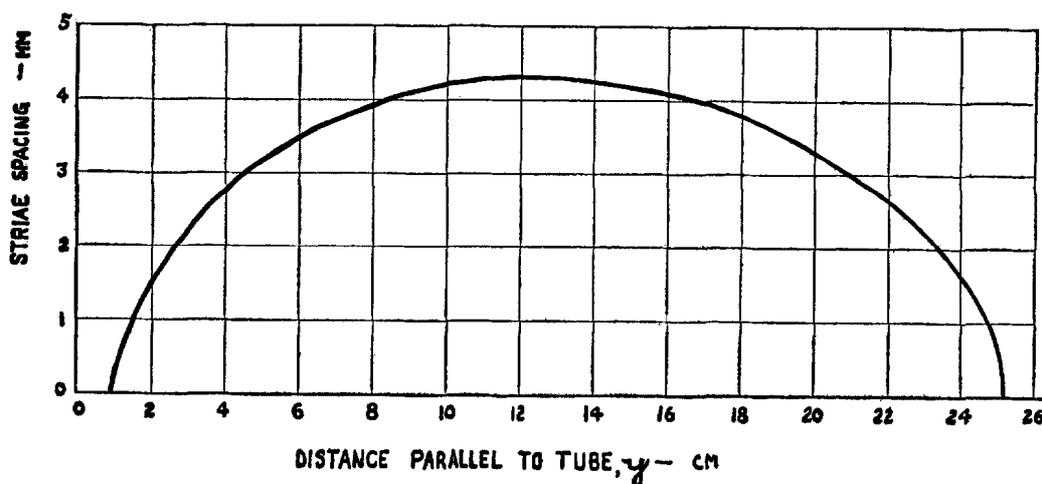


圖 2-3 E. N. Da C Andrade 博士對波漣間距的說明圖

參、研究目的：

- 一、孔特管的材質差異，是否會改變管內保麗龍跳動的高度？
- 二、喇叭的瓦數的改變，對孔特管中保麗龍球跳動高的影響？
- 三、是何種力量使保麗龍產生跳動？
- 四、找出駐波的波長並與理論值做對照
- 五、找出保麗龍球呈波漣狀的間距及與波節的距離。
- 六、找出不同頻率聲波形成的波漣間距是否相同？
- 七、推論肯特管中波漣與沙漠中沙丘是否相關？
- 八、推論肯特管中波漣與聲子晶體的原理是否可比擬？

肆、研究設備及器材：

- 一. DataStudio 介面
- 二. 音頻信號產生器
- 三. 自行改裝聲音感測器
- 四. 筆記型電腦
- 五. 自製肯特管(三支)
(長度 100cm;管直徑 5.60cm)
- 六. 染色的小保麗龍球
- 七. 篩選直徑 2.7mm 保麗龍球
- 八. 音頻擴大器



圖 4-1 自行研發肯特管及其它儀器

伍、研究過程及方法：

- 一. 選用不同材質，自製成實驗所需的肯特管，邊作邊修改。
- 二. 使用粒徑不同的保麗龍球，放入肯特管中觀察跳動情況。
- 三. 篩選出粒徑相同的保麗龍球，為做精準測量作準備。
- 四. 逐步加大或減小音頻產生器的功率，找出最穩定的波漣模態之功率大小。比較不同功率時其波形與振幅的差異。
- 五. 由 $v=f \times \lambda$ 輸入 f 、算出理論值 λ 、實際測量 λ' ，兩者做對照。
- 六. (一)喇叭原音(二)喇叭+肯特管(三)喇叭+肯特管+保麗龍球，分別利用傅立葉轉換，分析其波譜當做參考音訊。
- 七. 選定幾個使保利龍球排列良好的頻率，精細測量，分析其波譜差異。
- 八. 利用改良的聲音探測器，深入管中不同位置，測量波形、波譜的變化。
- 九. 將肯特管內，保麗龍球排列模樣，拍照成有尺度的圖；找出波漣的坐標以利數據分析，並和理論值做對照。
- 十. 製作方形的肯特管，模擬平整地面是否也會形成等長、等間距的波漣？

陸、研究結果：

- 一. 孔特管的材質差異，是否會改變管內保麗龍跳動的高度？

結果:

- (一). 肯特管的固定端，用螺絲鎖緊則保麗龍球跳動較高。
- (二). 玻璃材質管子比壓克力材質管子，保麗龍跳得高。

- 二、喇叭對孔特管中保麗龍球跳動高的影響？

結果:

- (一). 喇叭瓦特數大的保麗龍球跳動越高。
- (二). 把喇叭也用管柱包覆起來並用螺絲固定住，則保麗龍球跳動較高。

- 三、是何種力量使保麗龍產生跳動？

結果:

- (一). 喇叭使管中的氣體形成疏密波的型態，依據波的性質滿足駐波的條件時，保麗龍

球跳動越高。

(二). 波漣或線紋的形成原因不單純，我們將提出新的假設來證明可能有的新的模型。

四、找出駐波的波長並與理論值做對照(表 1)

室溫 23°C 聲速 $v=331+0.6t=344.8(m/s)$

頻率 f	波長 λ $= (344.8 \div f) \times 100(cm)$	節點坐 標 x_1	波峰坐 標 x_2	量測波長 $\lambda = 4(x_2 - x_1)(cm)$	誤差(%)
170Hz	203cm	0.0	50.0	200	1.47
380Hz	91cm	43.5	21	90	1.09
532Hz	65cm	31.0	16.0	60	7.69
711Hz	48cm	23.25	11.0	48	0

表 1 駐波的理论波長並與測量波長對照表。

五、找出不同頻率波形及波譜，推測保麗龍球層疊原因之模型

★(一)音源頻率 $f=170Hz$

1.其共振波形與波譜如圖 6-1-1~圖 6-1-10

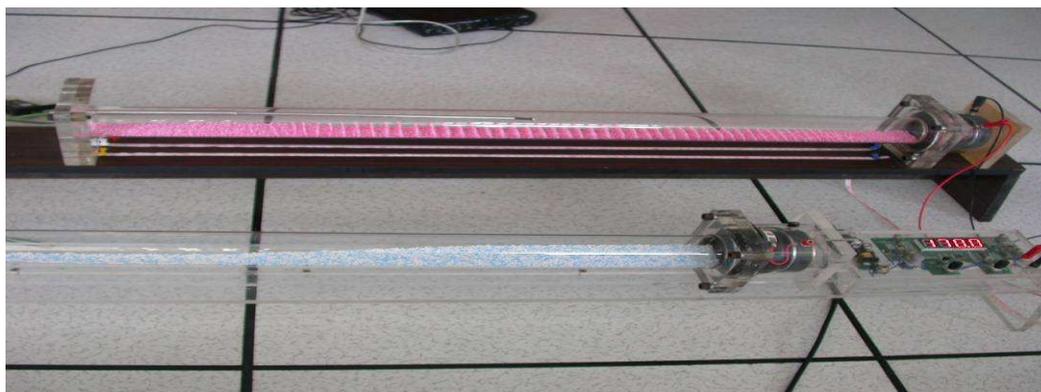


圖 6-1-1 $f=170Hz$ 全照圖

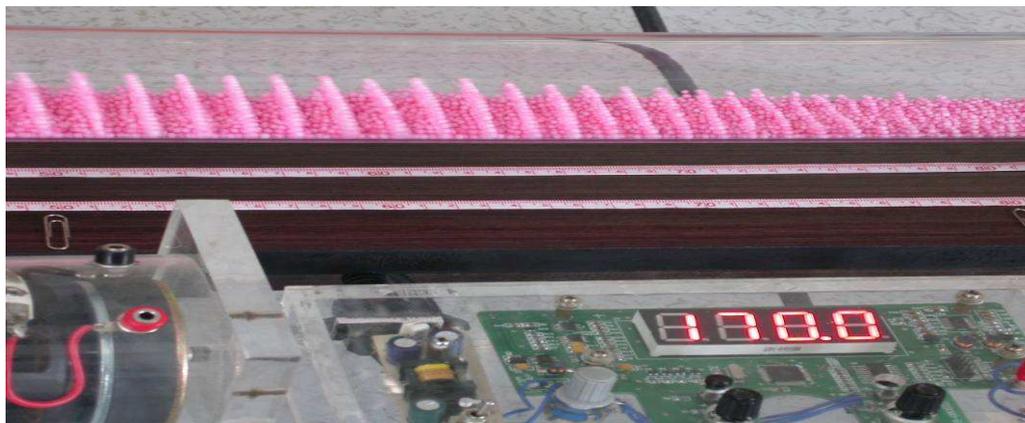


圖 6-1-2 $f=170Hz$ 局部放大圖

左邊圖為示波器呈現之波形，右邊為傅立葉轉換的波譜
 (1).測量節點位置($x=3.0\text{ cm}$)

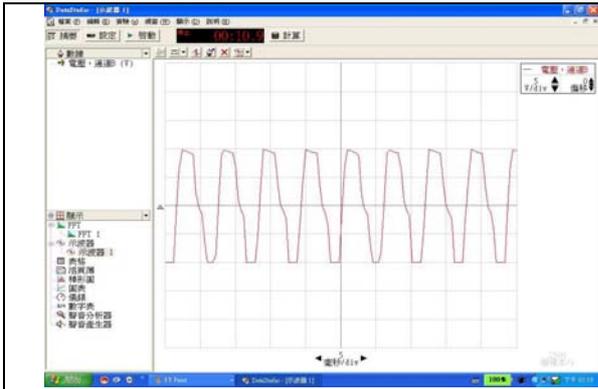


圖 6-1-3 節點波形

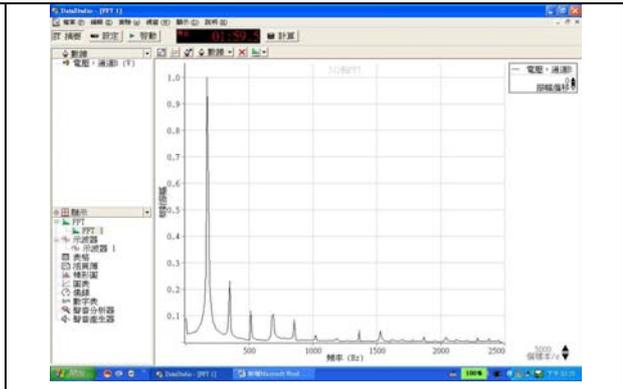


圖 6-1-4 節點波譜

(2).測量波峰位置($x=50.0\text{ cm}$)

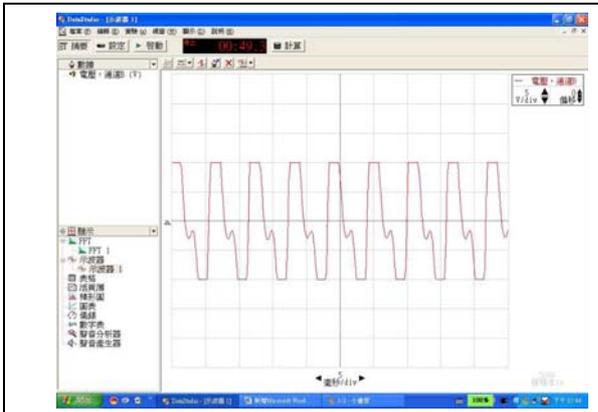


圖 6-1-5 波峰波形

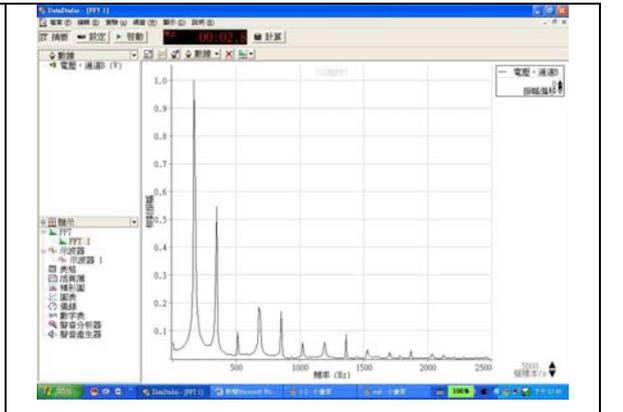


圖 6-1-6 波峰波譜

(3).測量波漣間保麗龍球低點的位置($x=50.8\text{ cm}$)

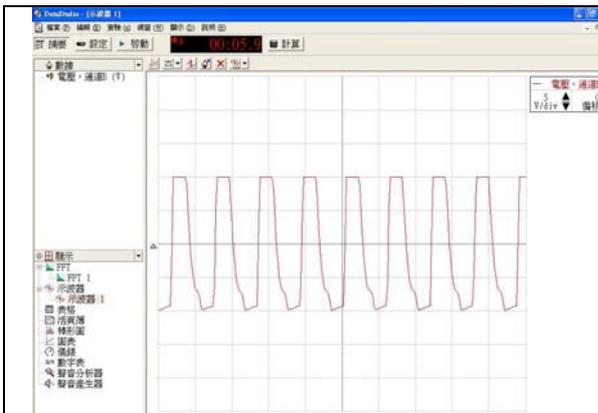


圖 6-1-7 波漣間波形

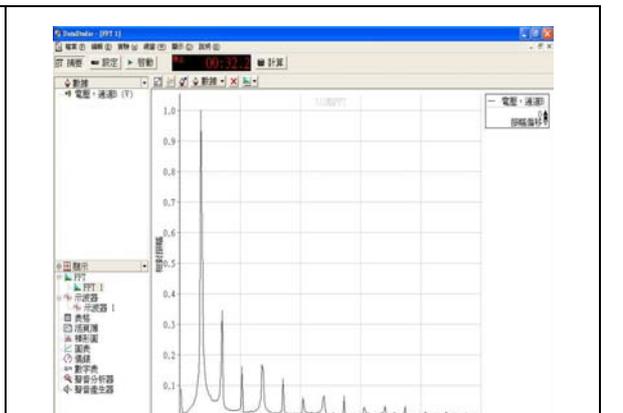


圖 6-1-8 波漣間波譜

(4).測量波漣上保麗龍球高點的位置($x=51.5\text{ cm}$)

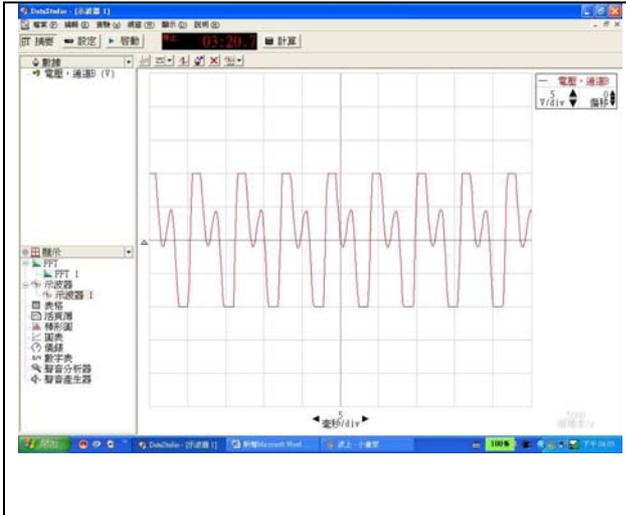


圖 6-1-9 波漣上波形

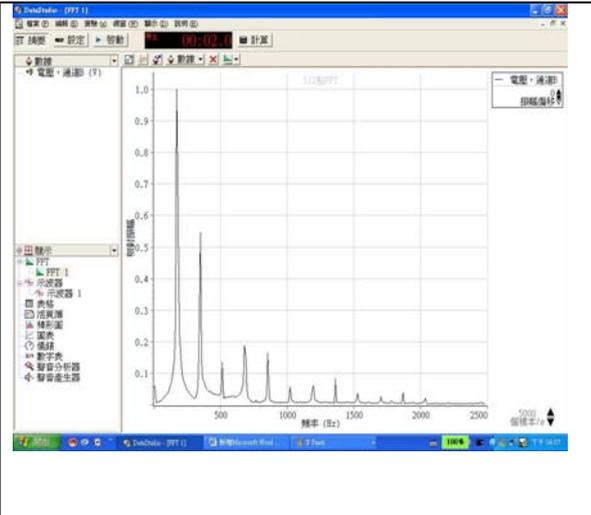


圖 6-1-10 波漣上波譜

2.分析結果

- (1).由圖 6-1-3 和圖 6-1-7 比較比較，得知波節的位置和波漣間低點，都是保麗龍球疊得最低，最不會跳動的地方，其波形近似方波且泛音的強度也較弱。
- (2).由圖 6-1-5 和圖 6-1-9 比較比較，得知波峰的位置和波漣上的點，都是保麗龍球疊得最高，最會跳動的地方，其波形變化較大且泛音的強度也較強。
- (3).由上述(1)(2)可知保麗球跳動的原因和波形的變化(泛音的強弱)有關。

★ (二)音源頻率 $f=380\text{Hz}$

1.其共振波形與波譜如圖 6-2-1~圖 6-2-10



圖 6-2-1 $f=380\text{Hz}$ 全照圖



圖 6-2-2 $f=380\text{Hz}$ 局部放大圖

左邊圖為示波器呈現之波形，右邊為傅立葉轉換的波譜

(1). 節點 X=43.5cm

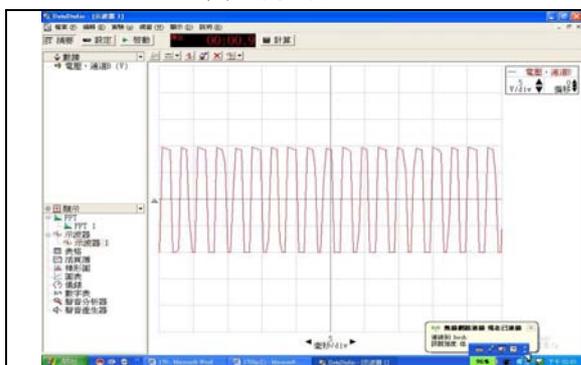


圖 6-2-3 節點波形

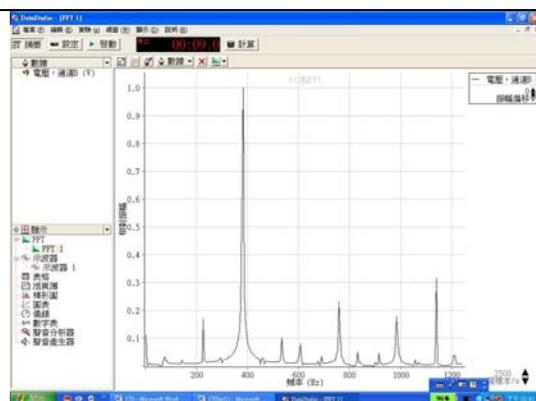


圖 6-2-4 節點波譜

(2). 測量波峰位置(x=21.0 cm)

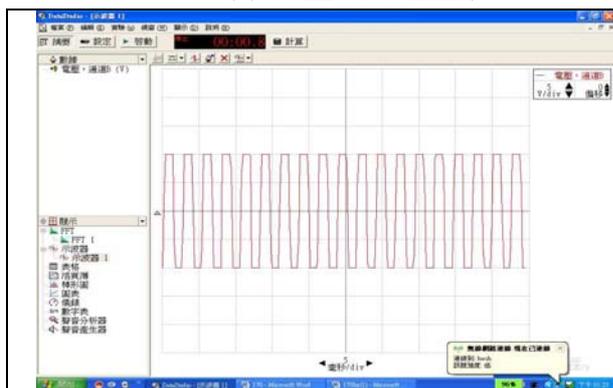


圖 6-2-5 波峰波形

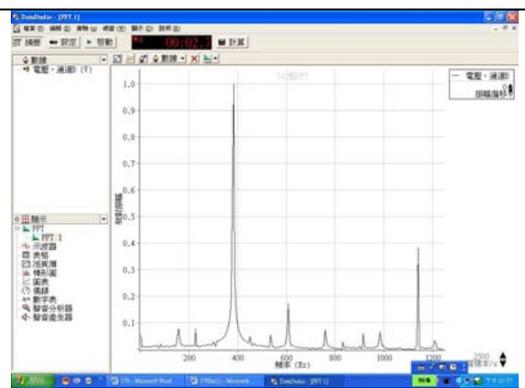


圖 6-2-6 波峰波譜

(3). 測量波漣間保麗龍球低點的位置(x= 21.5 cm)

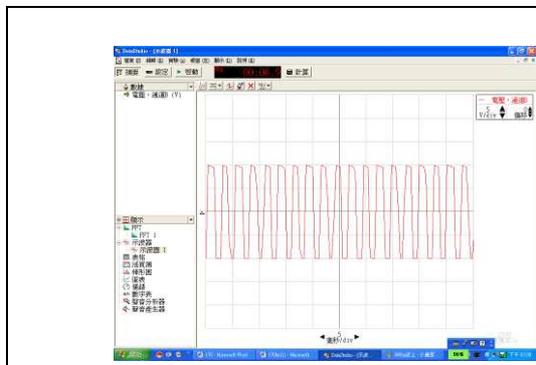


圖 6-2-7 波漣間波形

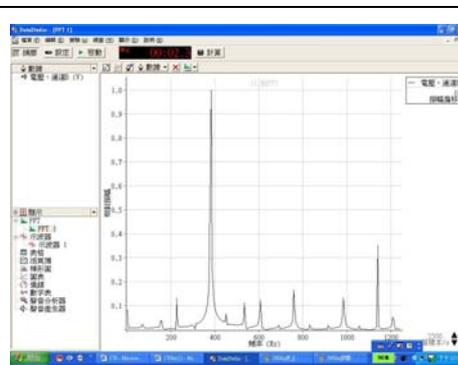
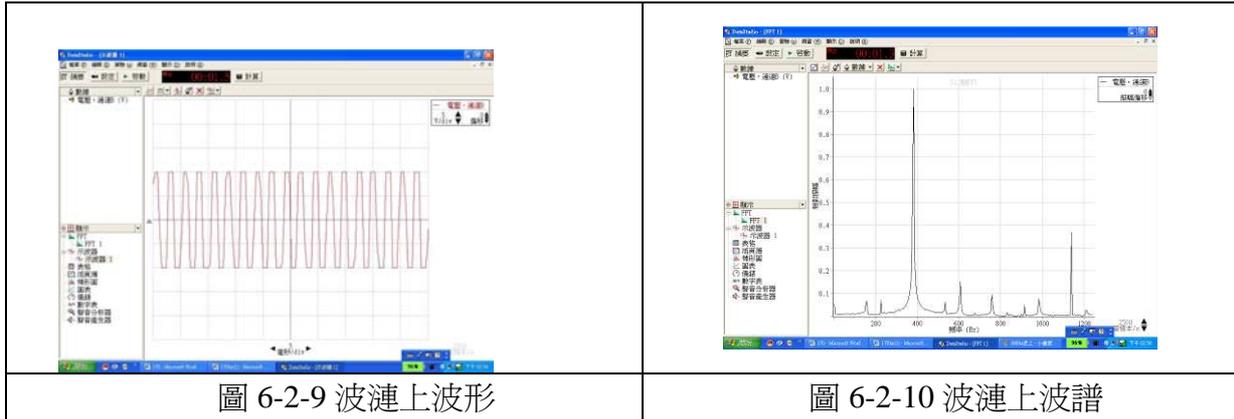


圖 6-2-8 波漣間波譜

(4).測量波漣上保麗龍球高點的位置($x=21.0\text{ cm}$)



2.分析結果

- (1).由圖 6-2-3 和圖 6-2-7 比較比較，得知波節的位置和波漣間低點，都是保麗龍球疊得最低，最不會跳動的地方，其波形和波譜都相近不易分辨。
- (2).由圖 6-2-5 和圖 6-2-9 比較比較，得知波峰的位置和波漣上的點，都是保麗龍球疊得最高，最會跳動的地方，其波形和波譜也都類似。
- (3).由上述 (1)、(2)可知 $f=380\text{Hz}$ 的波形和波譜用現有的器材不易直接判斷探測器所在位置。

★(三)音源頻率 $f=532\text{Hz}$

1 其共振波形與波譜如圖 6-3-1~圖 6-3-10



圖 6-3-1 $f=532\text{Hz}$ 全照圖



圖 6-3-2 $f=532\text{Hz}$ 局部放大圖

左邊圖為示波器呈現之波形，右邊為傅立葉轉換的波譜

(1)測量節點位置($x=31.0\text{ cm}$)

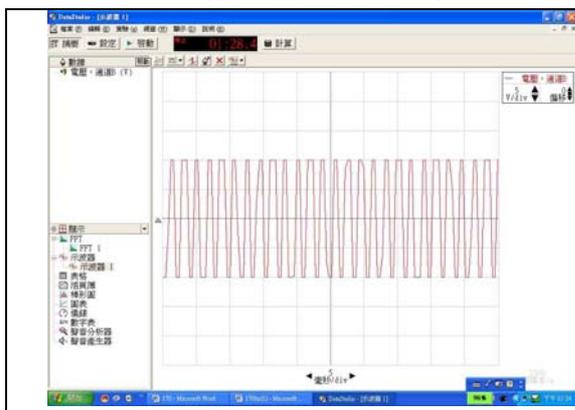


圖 6-3-3 節點波形

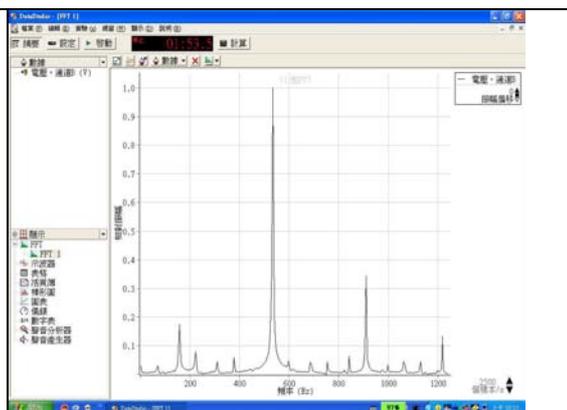


圖 6-3-4 節點波譜

(2)測量波峰位置($x=16.25\text{ cm}$) 波漣高度 6 顆

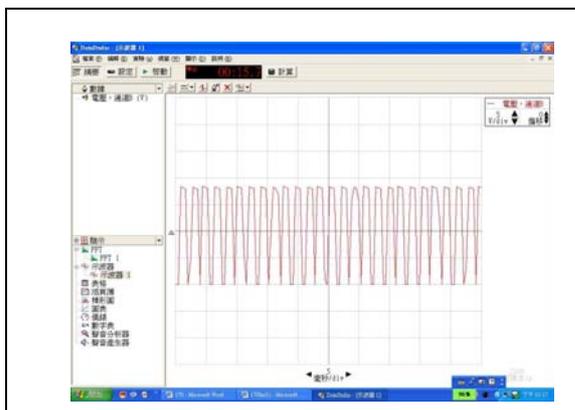


圖 6-3-5 波峰波形

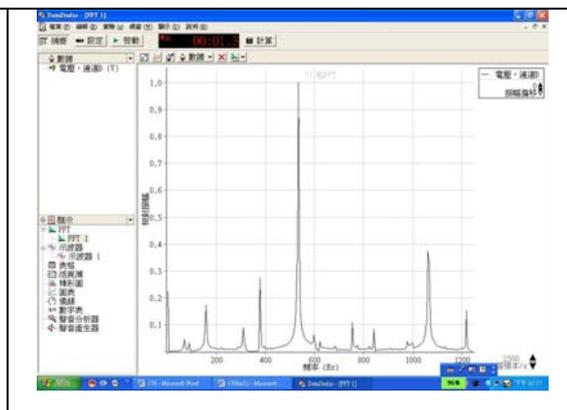


圖 6-3-6 波峰波譜

(3)測量波漣間保麗龍球低點的位置($x=46.5\text{ cm}$)

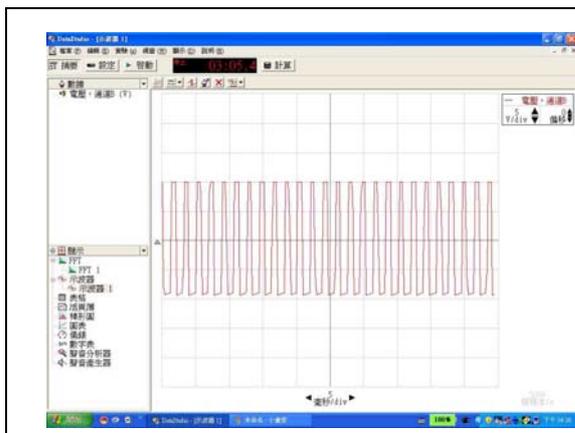


圖 6-3-7 波漣間波形

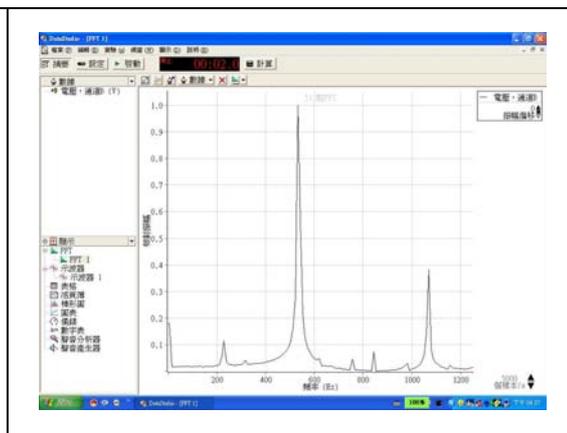


圖 6-3-8 波漣間波譜

(4)測量波漣上保麗龍球高點的位置($x=16.5\text{ cm}$)

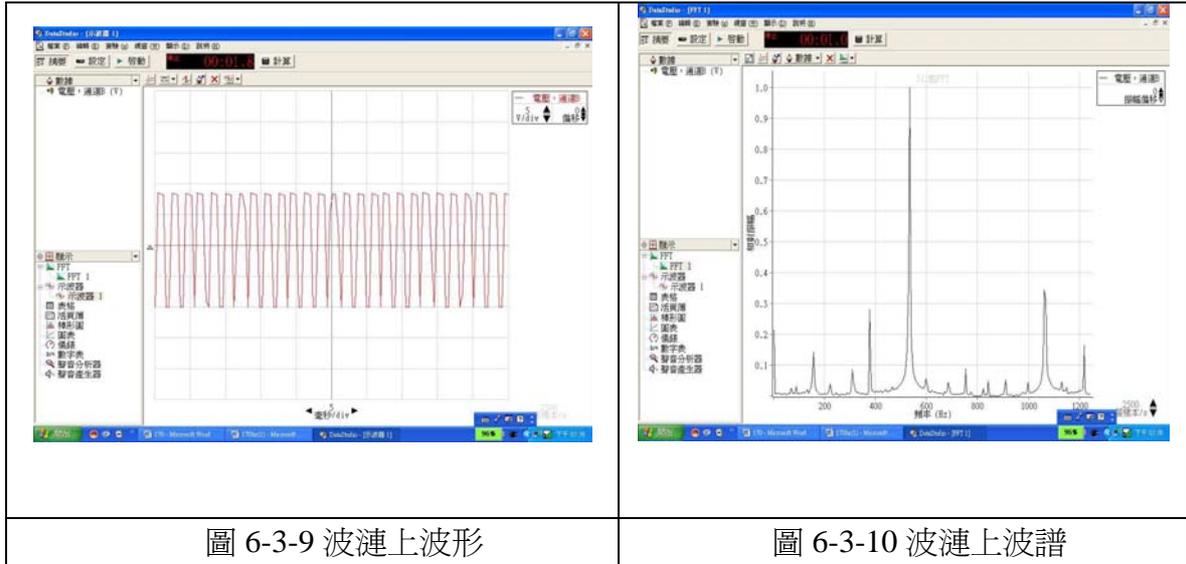


圖 6-3-9 波漣上波形

圖 6-3-10 波漣上波譜

2.分析結果

- (1) 由圖 6-3-4 和圖 6-3-8 比較比較，得知波節的位置和波漣間低點，都是保麗龍球疊得最低，最不會跳動的地方，其波譜差異很大尤其圖 6-3-8 泛音特別少。
- (2) 由圖 6-3-6 和圖 6-3-10 比較比較，得知波峰的位置和波漣上的點，都是保麗龍球疊得最高，最會跳動的地方，其泛音較多也較大。
- (3) 由上述(1)、(2)可知 $f=532\text{Hz}$ 的波形和波譜大致符合我們的推論，波峰的點或波漣上的點其波形及波譜變化較大。

★(四)音源頻率 $f=711\text{Hz}$

1.其共振波形與波譜如圖 6-4-1~圖 6-4-10

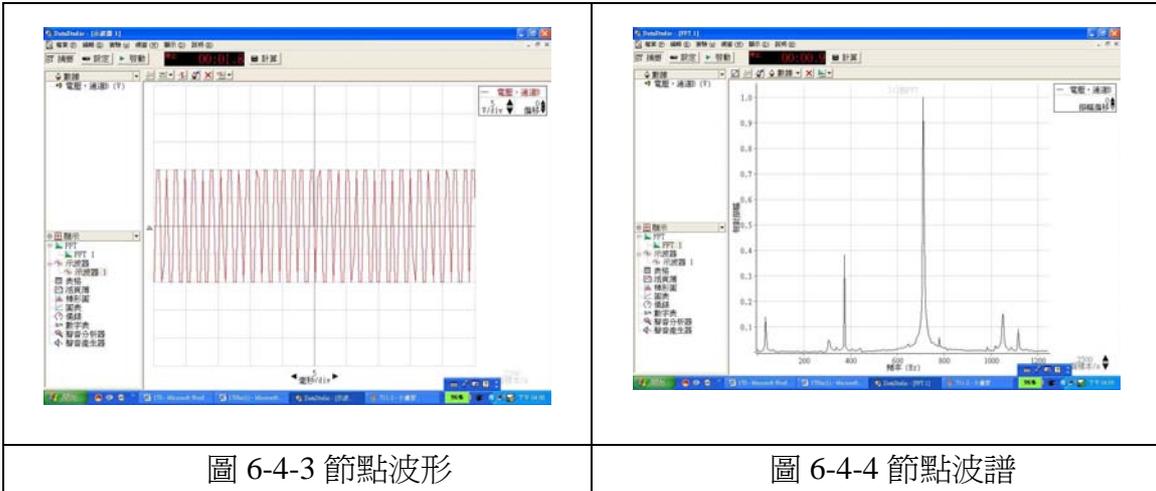


圖 6-4-1 $f=711\text{Hz}$ 全照圖

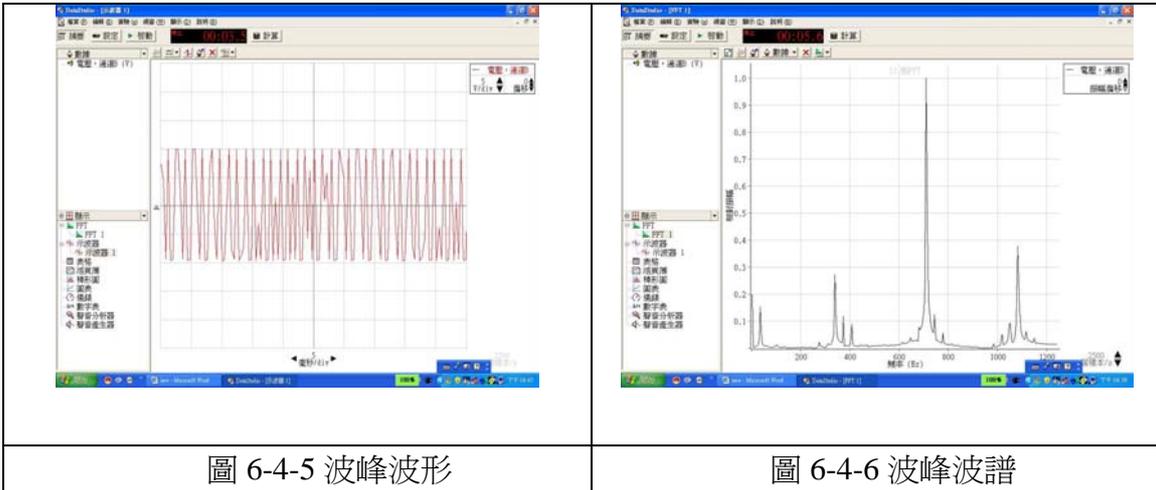


圖 6-4-2 $f=711\text{Hz}$ 局部放大圖

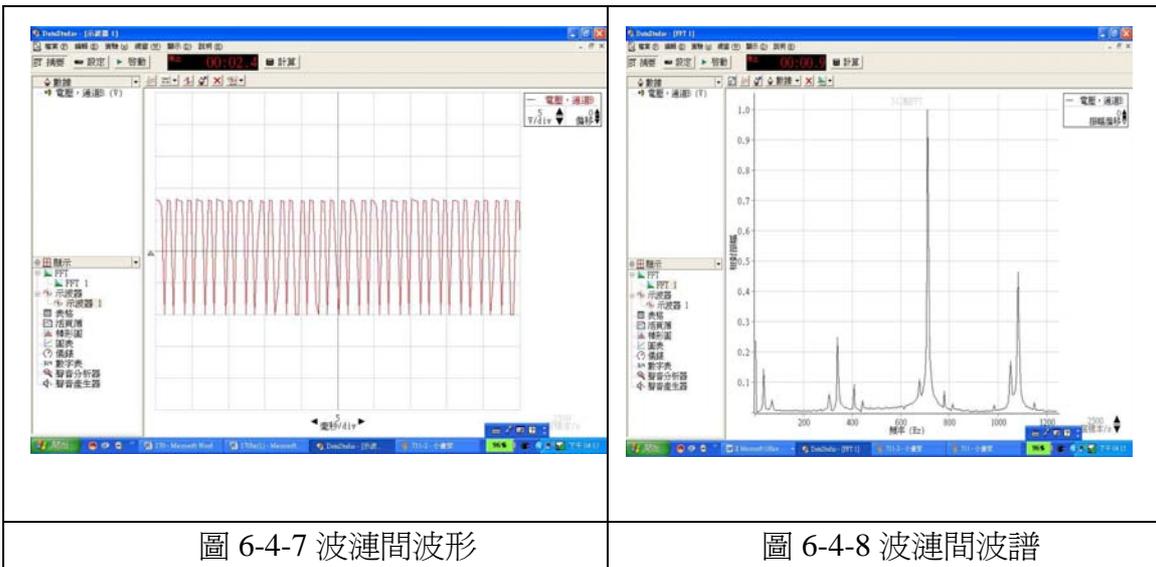
左邊圖為示波器呈現之波形，右邊為傅立葉轉換的波譜
 (1)測量節點位置($x=23.25$ cm)



(2)測量波峰位置($x=12.0$ cm) 波漣高度 4 顆



(3)測量波漣間保麗龍球低點的位置($x=34.5$ cm)



(4)測量波漣上保麗龍球高點的位置(x= 11.0cm)

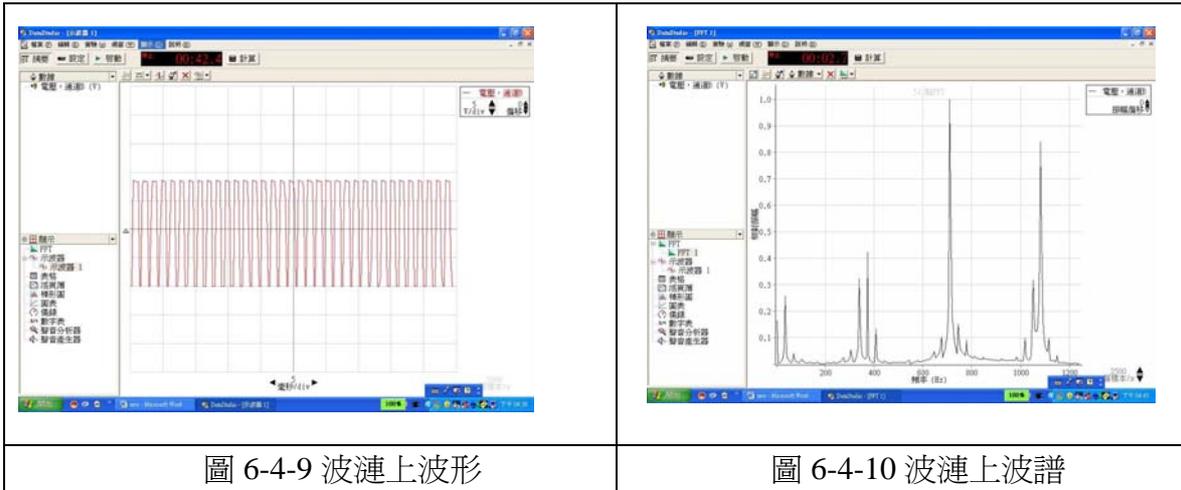


圖 6-4-9 波漣上波形

圖 6-4-10 波漣上波譜

2 分析結果

- (1)由圖 6-4-4 和圖 6-4-8 比較比較，得知波節的位置和波漣間低點，都是保麗龍球疊得最低，最不會跳動的地方，其泛音比較少。
- (2)由圖 6-4-6 和圖 6-4-10 比較比較，得知波峰的位置和波漣上的點，都是保麗龍球疊得最高，最會跳動的地方，其泛音較多也較大。
- (3)由上述(1)、(2)可知 $f=711\text{Hz}$ 的波形和波譜，大致符合我們的推論，波峰的點或波漣上的點其波形及波譜變化較大。

六、找出保麗龍球呈波漣狀式的間距及與波漣的高度。

以圖 6-5 $f=380\text{Hz}$ 為例及圖 6-6 $f=711\text{Hz}$ 為例



圖 6-5-1 $f=380\text{Hz}$ 波漣間距與高度



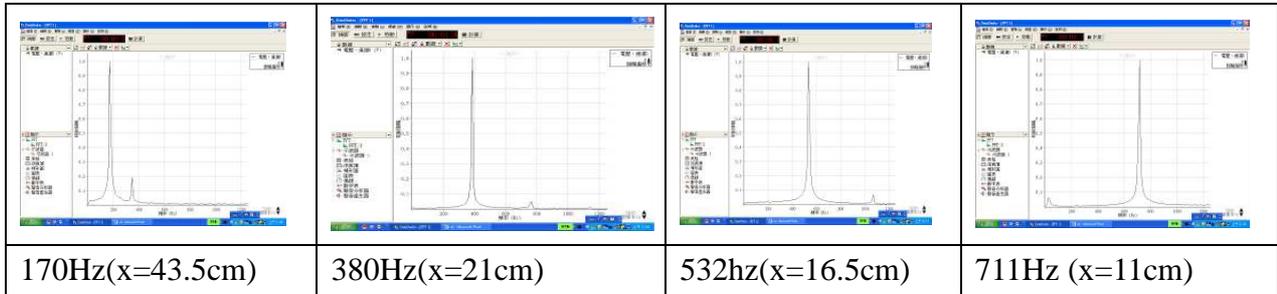
圖 6-5-2 $f=711\text{Hz}$ 波漣間距與高度

- (一).圖 6-5-1、圖 6-5-2 知波漣高度越高，波漣間距也越大
- 1.小保麗球站立波漣間距介於 2.0cm~1.0cm 之間
- 2. $f=380\text{Hz}$ 波峰處可使 6 顆保麗龍球直立高度約 1.5cm

- 3. $f=711\text{Hz}$ 波峰處可使 4 顆保麗龍球直立高度約 1.0cm
- 4. 距離波節越遠處波漣間距越大如圖
- 5. 不同頻率聲波形成的波漣間距大致相同，和頻率高低無明顯差異
- 6. 低頻激發出來的波漣高度(約 1.5cm)較高頻大(約 1.0cm)

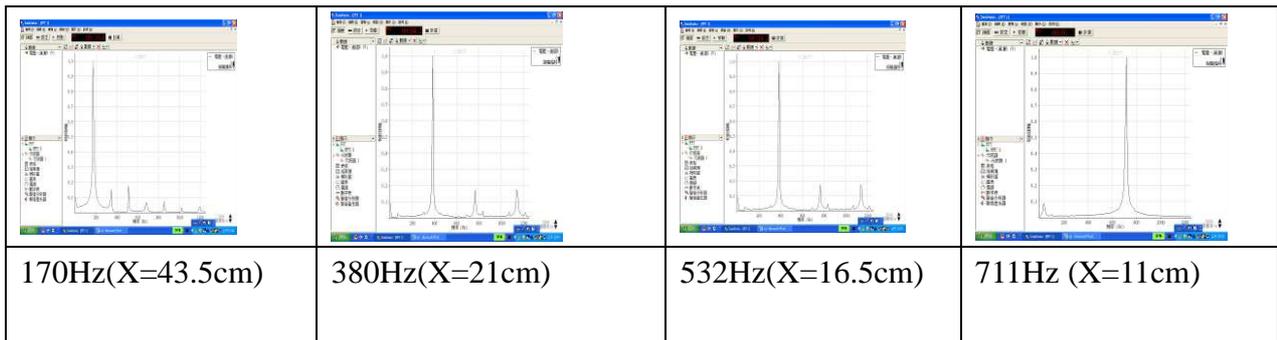
七. 參考訊號量測

(一). 在空氣中，不用肯特管，不加寶麗龍，在下列括號坐標，以 PASCO 量傅立葉聲譜，改變頻率，重複實驗。(圖 6-6-1)



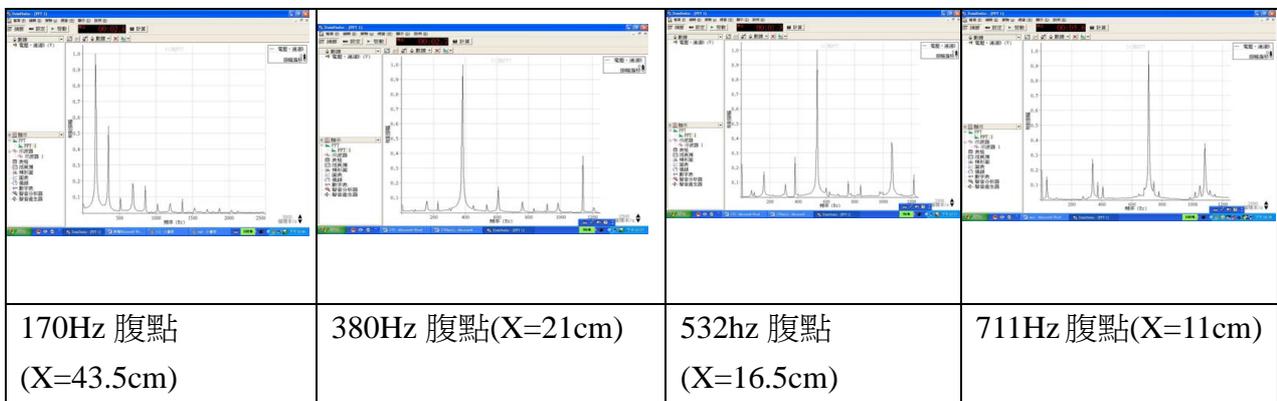
(圖 6-6-1) (喇叭原音)波譜

(二). 在空氣中，用肯特管，不加寶麗龍，在下列括號坐標，以 PASCO 量傅立葉聲譜，改變頻率，重複實驗。(圖 6-6-2)



(圖 6-6-2) (喇叭原音+肯特管)波譜

(三). 在空氣中，用肯特管，加寶麗龍，在下列括號坐標，以 PASCO 量傅立葉聲譜，改變頻率，重複實驗。(圖 6-6-3)



(圖 6-6-3) (喇叭原音+肯特管+保麗龍球)波譜

(四).由參考訊號(一)原始波頻最接近單頻 (二)加了肯特管後聲音集中，增加了許多突波
 (三)若再加上保麗龍球則波譜中特定頻率突波增加。(圖 6-6-1 至圖 6-6-3)

八、聲頻產生器輸出不同功率時所測量到的聲波的振幅及波譜

如圖 6-7，我們將喇叭功率旋鈕分成 5 個刻度，最小功率是 1，最大功率是 5。我們將聲頻固定在 380Hz，探測器在 $x=21$ cm 處。分段加大選鈕功率，拍下波漣站立模樣(如圖 6-8 上排)。其對應波譜如(如圖 6-8 下排)。



圖 6-7 功率旋鈕

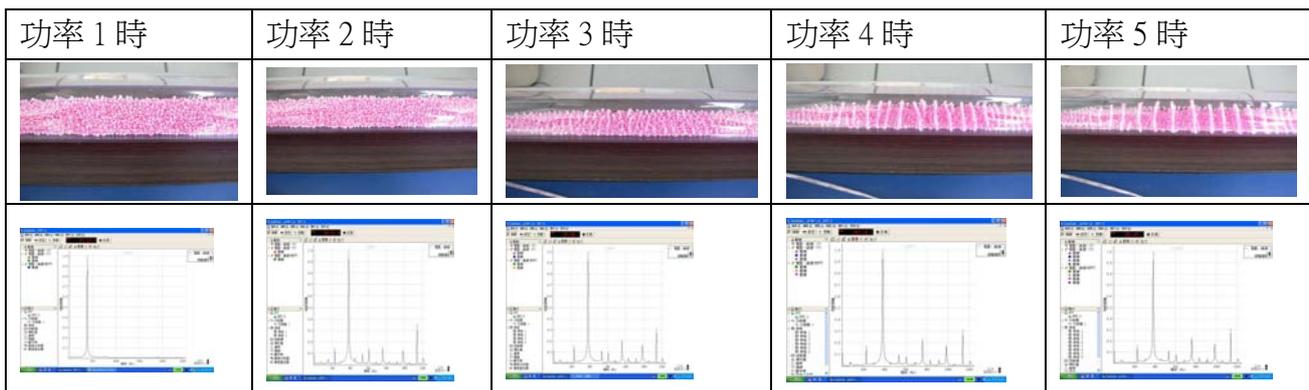


圖 6-8 $f=380$ Hz 不同功率，波漣站立模樣(上排)，其對應波譜如(下排)。

由圖 6-8 知:

- (一) 功率 1 時，波頻單一，聲音振幅太小，無任何波漣產生。
- (二) 功率 2 時，波頻上產生許多突波，聲音振幅太小，無波漣產生，但保麗龍球會振動。
- (三) 功率 3 時，波頻上產生更多突波，聲音振幅較大，些許波漣產生，波漣間距和高度皆小。
- (四) 功率 4 時，波頻上產生突波更明顯，聲音振幅更大，波漣間距、高度更明顯但不穩定。
- (五) 功率 5 時，波頻上產生突波和功率 4 相似，聲音振幅更大，波漣間距和高度更穩定且明顯。

爲了提供更更大功率，我們更換附有擴大器的聲頻產生器(這套設備頻率難微調)，產生高功率的聲波，發現波漣高度更高，波漣在管中不停晃動，保麗龍球會在波漣附近亂跳。

肯特管中形成氣漩 (vortex)，使氣體分子繞著氣漩跑,造成波漣。因此,當聲波強度夠強時，循環很強，使氣漩形成亂流；而強度減弱到某一臨界值時，氣漩形成，強度再減弱時，氣漩收縮，循環變差，接著強度再減弱時，氣漩的形狀不一定，最後會停止。因此波漣的

形成，必須聲波強度達到某一個臨界值時(我們認為理想的強度是功率 5 的位置)。

我們也發現波腹附近，氣流較強，波漣高度與間距均較大；節點附近，氣流較弱，波漣高度與間距均較小。推論氣體壓力變化是造成氣體漩主因，氣旋的穩定與否，是波漣層次排列完美與否的關鍵。

九、推論肯特管中波漣與沙漠或海邊中波漣是否相關?

沙漠中縱向沙丘帶是空氣中長條水平旋渦造成的。相臨兩旋渦間若是上升氣流，則會把沙聚在一起，形成紗丘，而若是相臨旋渦之間若是下降氣流，沙就會被吹開，無法形成沙丘。因為全世界沙漠地區的盛行風都是北風或南風，所以砂丘帶大部份都是南北走向。如圖 6-9，當我們將肯特管的固定端橡皮塞，慢慢移開並以駐波的頻率持續振動時，肯特管兩端都是開口端的模式是可以成立的，這和固定頻率的陣風在不同的障礙物(山谷，海岸..)來回吹動,造成旋渦應可相比擬。



圖 6-9 (485 Hz)

我們也看到保麗龍球在氣流帶動下形成旋渦式的滾動，聯想到老師播放過美國加州理工學院，拍攝探討風吹過圓柱型的電線會產生所謂『伊歐里斯琴聲』的影片中(圖 6-10)；探討就是風經過電線等圓柱體時，因為電線阻擋，使得電線後端氣流形成渦漩。當渦漩剝落時會給電線一個力，當週期性的力持續作用就形成所謂共振現象。

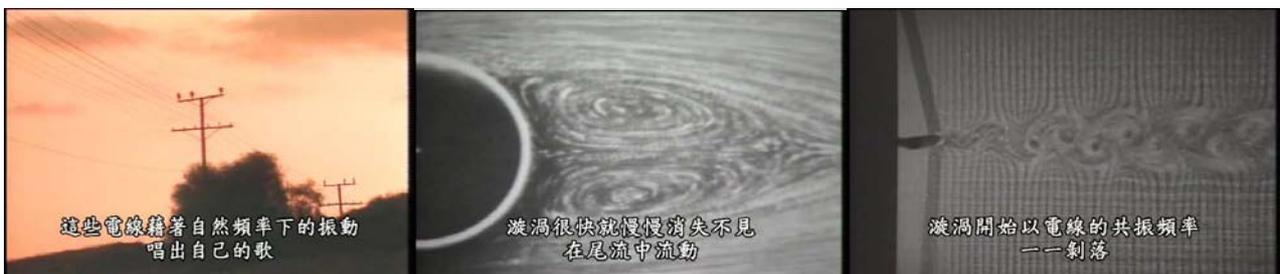


圖 6-10:這些由持續渦漩一一剝落產生的作用力與物體自己本身的自然頻率達成共振

十、波漣間距越靠近波腹位置，波漣間距較大；越靠近節點位置，波漣間距較小。我們發現波節、波節間每($\lambda/2$)間距中，波漣會有規則性的重複排列。我們取節點為坐標原點，S 是波漣或線紋間的距離(y 軸)，y 是波漣和駐波的波節的距離(x 軸)， λ 是波長，我們從文獻及數學週期性假設 S 與 y 將滿足下列方程。

$$S = A \sin^B \left(\frac{2\pi y}{\lambda} + C \right) + D \quad (6-1)$$

令節點處的坐標為 0，初始條件之相位角 $C=0$ ，以 $f=380\text{Hz}$ 為例，聲速 $v=344.8\text{m/s}$
 $\lambda=91.0\text{cm}$ ，半波長 $\lambda/2=45.5\text{cm}$ ，波漣最大間距 $A=2.05\text{cm}$ ，則 $f=380\text{Hz}$ 的(6-1)式可改寫為

$$S = 2.05 \sin^B \left(\frac{2\pi y}{\lambda} \right) \quad (6-2)$$

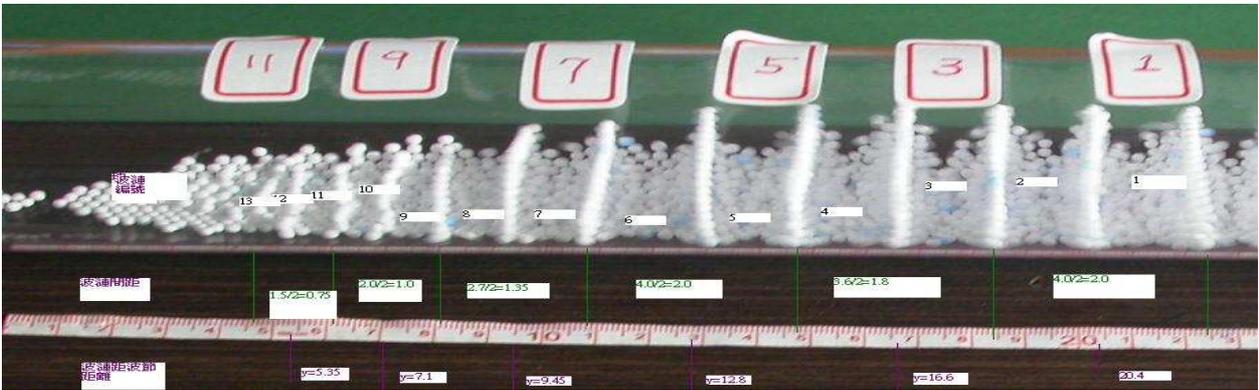


圖 6-11 波漣的排列狀況圖(這張圖若放大為 200%就可以看清楚上面的數據)

圖 6-11 是 $f=380\text{Hz}$ $\lambda=91\text{cm}$ 我們取 $\lambda/4=22.75\text{cm}$ 附近為波腹最高點，將節點位置定為坐標原點，得到如圖 6-11。記錄每二個波漣距離，平均波漣平均間距 S 值，並找出其相對坐標得出波漣到節點的距離 y ，經 10 次測量加以平均。

下表是固定頻率、功率下，只打開或關閉電源，讓管中保麗龍球跳動約 3-5 分鐘，波漣呈現穩定狀態，用圖 6-11 方法測量 10 次求平均值。

波漣編號	1-2 平均	3-4 平均	5-6 平均	7-8 平均	9-10 平均	11-12 平均
S 值	2.05 cm	1.95 cm	1.80 cm	1.35 cm	1.00 cm	0.75 cm
y 值	20.4cm	16.6 cm	12.8 cm	9.5 cm	7.1 cm	5.4 cm

表 2 (註:藍色字是經 10 次測量後所得到的平均值與圖 6-11 有誤差)

利用電腦，擬合一組方程式(如 6-3 式)並將 $(y-S)$ 值繪製成圖 6-12 的 $(y-S)$ 關係圖

$$S = 2.05 \sin^B \left(\frac{2\pi y}{\lambda} \right) \quad B=0.897 \quad (6-3)$$

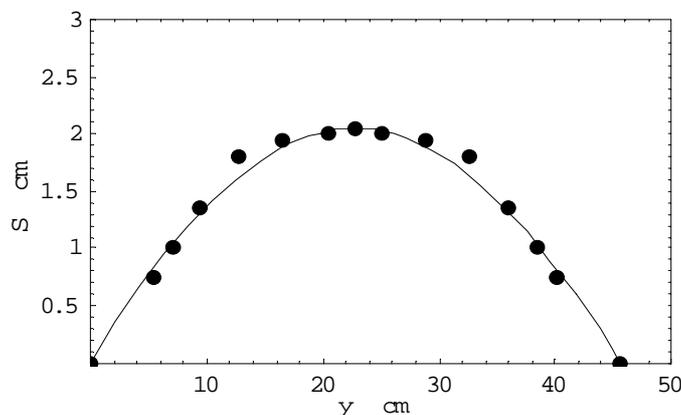
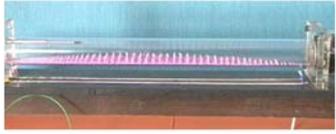
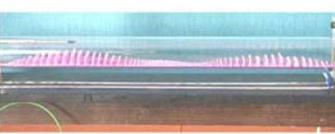


圖 6-12 波漣平均間距與波漣到節點的距離的關係圖

柒、討論

一、如圖 7-1、圖 7-3、和圖 7-5 中喇叭相當於閉口端(波節)，而圖 7-2 和圖 7-4 中管之喇叭相當於開口端(波腹)，已知肯特管管長為 100.0cm。

(一) 管內的保麗龍球排成「波」的圖案時，保麗龍球「站」得最高為波腹位置。

 <p>圖 7-1(f=173Hz)</p>	 <p>圖 7-2(f=263Hz)</p>	 <p>圖 7-3(f=346Hz)</p>
 <p>圖 7-4(f=432Hz)</p>	 <p>圖 7-5(f=522Hz)</p>	<p>【註】圖 11-1 至圖 11-5 是我們從自拍此實驗的影片中截取下來的畫面。</p>

(二)管內的保麗龍球排成「波」的圖案時，在各種不同頻率喇叭聲的驅動下，推算其波長：

1. 圖 7-1: $\frac{1}{2}\lambda_1 = 100\text{cm} \Rightarrow \lambda_1 = 200\text{cm} \quad \Rightarrow v_1 = f_1 \times \lambda_1 = 173 \times 2.00 = 346(\text{m/s})$
2. 圖 7-2: $\frac{3}{4}\lambda_2 = 100\text{cm} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{400}{3}\text{cm} \quad \Rightarrow v_2 = f_2 \times \lambda_2 = 263 \times \frac{4}{3} = 351(\text{m/s})$
3. 圖 7-3: $\frac{2}{2}\lambda_3 = 100\text{cm} \Rightarrow \lambda_3 = 100\text{cm} \quad \Rightarrow v_3 = f_3 \times \lambda_3 = 346 \times 1.00 = 346(\text{m/s})$
4. 圖 7-4: $\frac{5}{4}\lambda_4 = 100\text{cm} \Rightarrow \lambda_4 = \frac{400}{5}\text{cm} \quad \Rightarrow v_4 = f_4 \times \lambda_4 = 432 \times \frac{4}{5} = 346(\text{m/s})$
5. 圖 7-5: $\frac{3}{2}\lambda_5 = 100\text{cm} \Rightarrow \lambda_5 = \frac{200}{3}\text{cm} \quad \Rightarrow v_5 = f_5 \times \lambda_5 = 522 \times \frac{2}{3} = 348(\text{m/s})$

(三) 1866 年德國科學家肯特(A.Kundt,1839—1894)，曾利用肯特管測量聲速，我們依駐波的波形測推算出聲速。已知管長 1.00 公尺，聲速的平均值為： $(346+351+346+346+348) \div 5 = 347.4$ (m/s)。實驗室室溫 27°C，聲速的理論值為 $V_t = 331 + 0.6t(^{\circ}\text{C}) = 331 + 16.2 = 347.2(\text{m/s})$ 。所求聲速的誤差百分比為

$$\frac{|347.4 - 347.2|}{347.2} \times 100\% = 0.06\%$$

二、管內的保麗龍球排成「波」的圖案時，在保麗龍球排得比較高的地方，氣體壓力應較大？還是較小？

- (一) 原先我們尋問過許多老師，大多數的老師都會認為保麗龍球站立是從壓力大的地方推向壓力小的地方，所以保麗龍球站得高的地方壓力應該是比較小。
- (二) 少部份的老師認為空氣是疏密波，將保麗龍球看成空氣分子，保麗龍球多的地方氣體分子多，空氣密度大因此壓力大。
- (三) 我們為解決此一問題，**改裝聲音探測器可以伸入肯特管內測量每一個波峰及波谷的位置再用示波器分析其振幅強度。**
- (四) 我們實際量測結果，波峰處或波漣處，氣壓較小，顯示**保麗龍站立是壓力變化較大。**

三、波漣的成因與波漣間距探究。

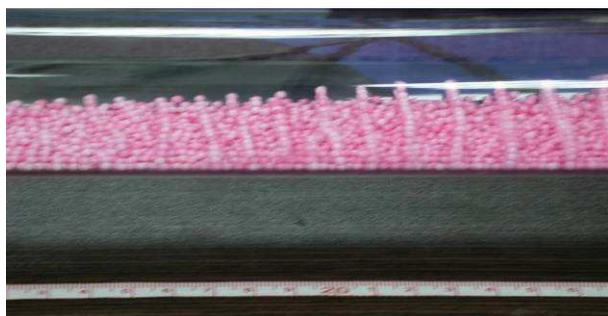


圖 7-6 $f=170\text{Hz}$ 節點附近

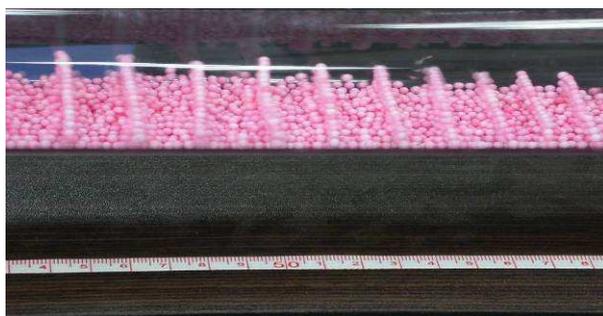


圖 7-7 $f=170\text{Hz}$ 波峰附近

- (一) 從圖 7-6、圖 7-7 中，我們發現越靠近波峰處，波漣高度越高，波漣間距也較大；反之靠近節點處，波漣高度越小，間距也越小。
- (二) 波漣或線紋間的距離和波形變化有關，推論和壓力變化有關，文獻將其解釋為渦流大小所造成。
- (三) 倫敦大學的 E. N. Da C Andrade 博士在 1931 年提出說明。波漣或線紋的形成是因為管內氣體的自由渦流流的分裂所造成。我們特別用**攝影機拍下波漣跳動的模態以分析管內氣體的自由渦流流(現場展示影片)。**

四、如果聲頻產生器的功率是 5 的刻度(如圖 6-7)，則波漣數不多，滿足駐波的共振模態也不明顯，我們不得不加上一個擴大器來加強其功率，滿足駐波的模態明顯(如圖 7-1 至圖 7-5)，但是波漣位置會變動，也就是說**聲波強度太強時，循環很強，氣流會形成不穩定狀態。**

五、圖 6-11 測量波漣間距時，一樣碰到功率小波漣數少的問題，利用擴大器加大功率的同時也將肯特管產生的突波一起加大，造成有些波漣分裂成有分支情況；分裂時波漣高度變小，間距也變小。分支合併時，波漣高度變大，間距也變大造成我們量測時的誤差。

六、圖 6-11 測量波漣間距時，除了功率問題影響波漣的數目及穩定度外。我們也發現**保麗龍球的大小不一也是波漣不穩定的原因**。我們用市售胡椒罐鑽洞，讓保利龍球直徑小 2.70mm 會掉出來，直徑小於 2.75mm 會留在罐內，只有直徑約 2.70mm~2.75mm 會卡在胡椒罐的洞上(圖 7-8)，我們就收集這些大小雷同的保麗龍球才能做出如此美麗的波漣。本研究所用的保麗龍的比重約(1/30)，直徑 2.71mm，保麗龍球的質量約 0.35 毫克，肯特管的長度 100cm，管直徑長 5.60cm。



圖 7-8 篩選大小一致的保麗龍球

捌. 結論:

肯特管這已經歷經 140 幾年的科學展示實驗儀，各大科學博物館也都有不同的方式來展示聲波的特性，看過它的人無不被它站立的波漣所吸引，當我們問老師這些波漣的成因時，卻得不到真正好的答案。當我們上網查資料時卻意外發現肯特管的波漣和沙漠或海邊細沙形成的波漣，可能有某種程度的相關聯。

一. 圖 8-1、圖 8-2(129x6x6)cm 是我們委請學校師長，幫忙製作長方形的肯特管，進一步模擬平面形的波漣模樣，來了解沙漠中砂丘成因。



圖 8-1 圓形與方形肯特管的波漣比較

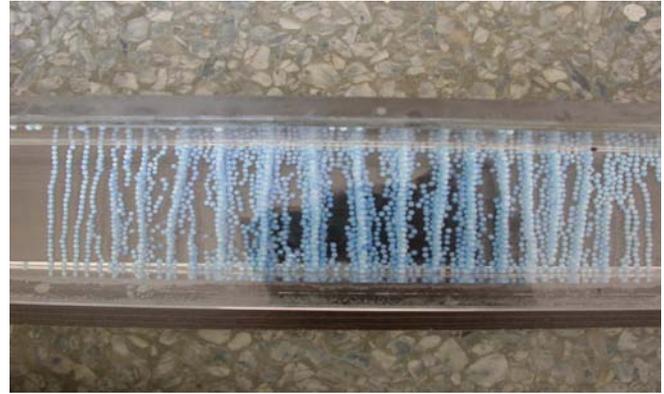


圖 8-2 方形肯特管波漣模樣近照

二. 未來我們建議:

- (一) 在實驗上，尋求大學院校相關實驗專家協助，以更精密的實驗，確認此聲子晶體的存在。
- (二) 在理論上，尋求大學院校相關理論專家協助，發展一個適用於肯特管所產生的聲子晶體的所有振動模態的波傳理論，藉以了解此結構的波傳行為及其能階間隙或頻溝現象的影響。

玖、參考資料及其他：

- 【1】Jearl Walker/著 葉偉文/譯 物理馬戲團 1。頁數 224 至 233 第一版 2004 年 2 月 20 日，第一版第 10 次印行 天下文化書坊 ISBN/957-621-694-x
- 【2】楊宗哲主編，“選修物理上”，頁數 24 至 28 頁，全華圖書股份有限公司出版，民國 97 年 6 月初版。 ISBN/978-957-21-6365-8。
- 【3】原著 David Halliday • Robert Resnick • Jearl Walker 編譯：王行達 • 田麗文 • 李佳榮
- 【4】Robert A. Carman. Carnegie Institute of Technology, Pittsburgh, Pennsylvania. (Received January 10, 1955)

拾、附錄

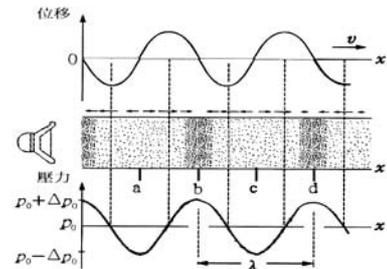
一、物體產生「振動」，振動如何轉變成「聲音」？

以喇叭為例：喇叭表面來回振動，使得鄰近空氣的密度及壓力產生週期性的變化。

(一) 喇叭表面膜往前推動→喇叭前方小區域的空氣密度增加 → 這些空氣分子除了原來各方向任意運動外，由於受到喇叭表面推力的作用也獲得額外向前的淨動量。

(二) 喇叭表面膜往後縮 → 導致前方小區域的空氣密度減少 → 空氣分子間的碰撞次數減少 → 壓力降低。

(三) 空氣的聲速 $v_t = 331 + 0.6t$ (m/s)， t :溫度($^{\circ}\text{C}$)



附圖 1 聲音傳播示意圖

二、聲音的傳播

附圖 1 所示，當聲波沿 x 軸傳播時，一小群空氣分子的縱向位移和壓力隨位置變化的關係圖。

(一)最上方的圖代表空氣分子的縱向位移大小，正值代表向右移動，負值代表向左移動。

(二)中央的圖假設在左端放置一揚聲器，空氣形成疏密波，小箭頭代表空氣分子移動的大小及方向，恰與上方的位移圖對應。

(三)下方的圖代表壓力與疏密波對應的情形。 p_0 代表大氣壓力， Δp_0 代表壓力差。

三、聲音的駐波－基音和諧音

(一)閉管內空氣柱振動時產生的基音駐波

(附圖 2)

(1)位移模式:

(a)波節 → 振動位移為 0。

(b)波腹 → 振動位移為大。



附圖 2 聲音的駐波模式

(2).壓力變化模式：

(a)閉口端 => 氣體壓力變化極大。

(b)開口端 => 氣體壓力=大氣力；
氣體壓力變化為 0。

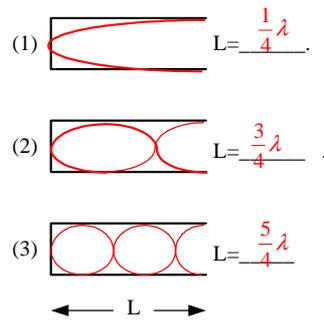
(二)閉管式空氣柱共振頻率(附圖 3)

(1).以位移模式畫出駐波的型態：

$$L = n\lambda / 4 \quad (n=1、3、5\cdots\cdots)$$

(2).若聲波的速度為 v ，則共振頻率為

$$f_n = v / \lambda = nv / 4L \quad (n=1、3、5\cdots\cdots)$$



附圖 3 閉管式空氣柱基音與泛音

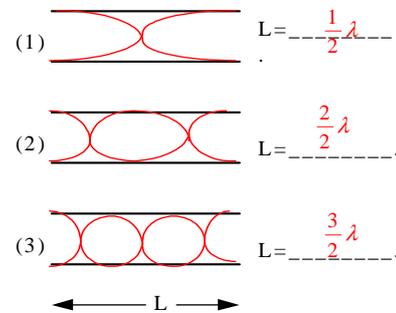
(三)開管式空氣柱共振頻率(附圖 4)

(1).以位移模式畫出駐波的型態：

$$L = n\lambda / 2 \quad (n=1、2、3\cdots\cdots)$$

(2).若聲波的速度為 v ，則共振頻率為

$$f_n = v / \lambda = nv / 2L \quad (n=1、2、3\cdots\cdots)$$



附圖 4 開管式空氣柱基音與泛音

四.何謂光子晶體與聲子晶體

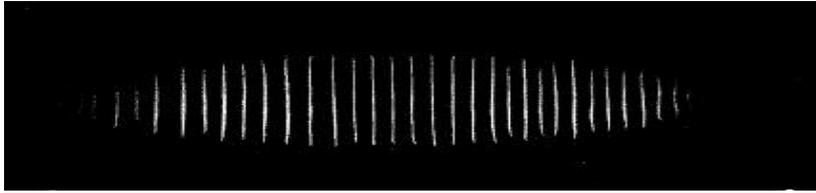
近年來光子晶體(Photonic crystals)之製作與研究已成為熱門的主題之一。所謂光子晶體，係指一種具有週期性之介電質結構，由於週期性結構之緣故，導致電磁波通過晶體時，由於反射波對入射波造成干涉，發生所謂的能階間隙(Band gap)或頻溝現象，阻擋在某些頻率振盪之電磁波通過。由此頻溝現象，光子晶體可應用於光纖通訊上，例如高密度分波多工器(DWDM)濾波器，即為其可能應用範圍之一。而經由光子(Photon)與聲子(Phonon)之類同特性，我們可據此推斷，由振動材料組成之週期性結構，在適當調整其材料常數後，通過之聲波亦有能階間隙現象存在之可能性。此類結構則稱之為聲子晶體 (Phononic crystals)。聲子晶體的能階間隙或頻溝現象，亦可應用於表面聲波濾波器，以阻止特定角度與頻率入射的聲子傳遞，藉以達成濾波之效果。另外，完整的聲子頻溝可以在某些選擇的頻率範圍內，提供需要高精密度的機械系統，一個完全近乎無振動的環境。例如，在水下量測實驗用來發射與接收聲波的壓電探頭，或者是醫學上所使用的超音波探頭，都是由週期排列的壓電板所組成，也屬於聲子晶體的範疇。

所以利用肯特管，輸入某些選擇的頻率和強度，藉由氣體分子的振動和氣漩的形成，造成短週期的波漣結構，理論上，也是類似一種聲子晶體的產生，通過之聲波亦應有能階間隙或頻溝現象存在，可以阻擋在某些頻率振盪之聲波通過，造成濾波效果。

五.國外有關肯特管的專文報導不多，我們綜合整理如下:也當成我們改進參考的依據

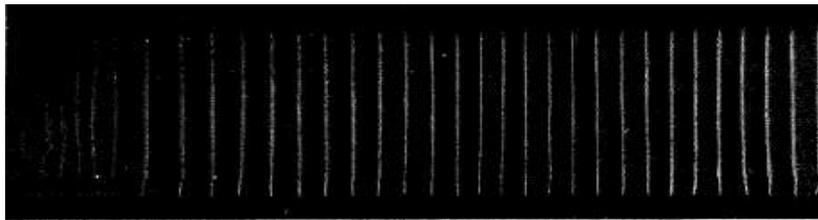
(一).波漣間距不等距離，

(1)主要是因爲用圓柱型的管子(圓形的截面使波漣寬度逐漸變小)和管內粒子(如保麗龍)的形狀和大小不均勻所造成 (附圖 5)



附圖 5:圓柱型的管子波漣間距不等距離

(2)用長方型的管子(154x3.5x3.5 cm)就沒有這些波漣間距不等距離的問題(附圖 6)



附圖 6: 長方型的管子波漣間距不等距離

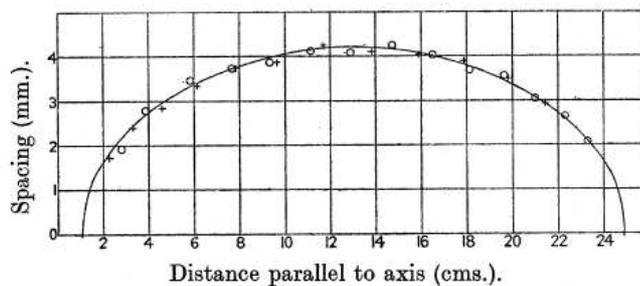
(二).完美規則等間距的波漣卻是十分困難,因爲總會有一些較大或較小的粒子存在…除非能找到某種方法使某種粒子都具有一模一樣的大小，Andrade 博士用棕櫚蠟 carnauba wax (Brazil wax, palm wax)., 直徑 0.29mm (附圖 7)



附圖 7:直徑 0.29mm 棕櫚蠟

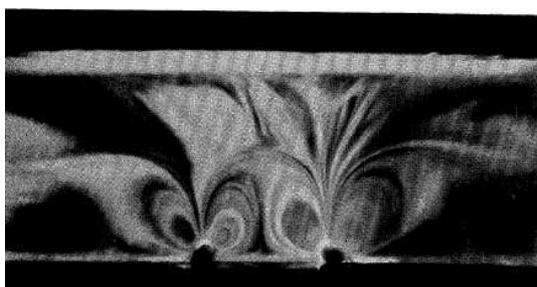
(三).波漣間距 s 和 波漣至波腹距離 y 的公式(y_0 是兩節點間的距離):

$$s = 0.422 \cos^{0.44} \frac{y}{y_0} \pi$$



附圖 8 波漣至波腹距離 y ，波漣間距 s 的關係圖

- (四).產生一完整的波漣，必須適當控制頻率和強度才行，否則會產生一些其他現象，如節點眼(nodal eye)，波腹圓盤(antinodal disc)，波節圓盤(nodal disc)，次級波漣(intermediate ridges)。
- (五).Andrade 博士:氣旋的造成是由於聲波的振幅到達某一臨界點，使得空氣中的阻礙物(即不參與振動的那些粒子)做繞圈圈的運動。
- (六).Koenig 博士(1891年):: 當管內兩粒子間的中心線和聲波的振動方向平行，其間的作用力為排斥，而當兩兩粒子間的中心線和聲波的振動方向垂直時，其間的作用力為吸引。但此無法說明為何粒子做規則的層狀排列(如果只能有排斥力沿著管軸方向)。Koenig 博士認為是摩擦力，後人認為是因為介質的黏滯性。但 Andrade 博士不這麼認為，他將香煙灌入管內，發現氣旋和波漣點的關係。(附圖 9)



附圖 9: 香煙灌入管內，發現氣旋和波漣點的關係

- (七).Koenig 博士 (1891年):在管內兩粒子的作用力為: $F = \rho f^2 A^2 d^2 \left[G\left(\frac{v}{fAd}, \frac{d}{A}, \frac{R}{d}\right) \right]$, 其中 ρ 是管內介質(空氣)密度, f 頻率, A 粒子運動振幅 (~聲波), d 粒子間的距離, R 粒子的直徑, v 管內介質的粘度係數, 若忽略粘度的影響, 則
- $$F = \rho f^2 A^2 d^2 \left[\left(\frac{R}{d}\right)^6 \right]$$
- 若知 ρ, f, A, d, R , 可求得 F , 注意, F 和 d 的 4 次方成反比, 速度平方成正比。
- (八).聲子晶體是由兩種材料所組成，一個稱為填充物，另一個稱為母材。藉由調整填充物與母材之間的週期性，與兩者材料之間的匹配性，通過聲子晶體的聲波於某些頻帶會有無法傳遞之現象，此種現象稱之為頻溝。頻溝的現象是由於布拉格反射產生的破壞性干涉所造成。
- (九).利用肯特管，輸入某些選擇的頻率和強度，藉由氣體分子的振動和氣旋的形成，造成短週期的波漣結構，理論上，也是類似一種聲子晶體的產生，通過之聲波亦應有能階間隙或頻溝現象存在，可以阻擋在某些頻率振盪之聲波通過，造成濾波效果。更深入的電磁波波導理論，已超過我們的能力範圍，因此我們利用布拉格光柵反射原理，由於反射波對入射波造成干涉，使得某些頻率聲波被阻擋或反射回來，某些程度上，也可以說明我們所觀察的波漣結構。

(十)、推論肯特管中波漣與光纖光柵的原理(布拉格繞射)學理上是否相關?

若光罩上設計有相等間隔距離的條紋，光纖上也會產生週期性的折射率變化。當一組包含數種不同波長之光訊號通過光纖光柵時，波長滿足 Bragg 條件之光訊號將被反

射，其它波長之光訊號則不受光柵之影響而通過。

Bragg 公式 $2d\sin\theta = n\lambda$ (波漣間距 d 取 $1\sim 2\text{cm}$ 、 $\sin\theta = 1$ 、 $n=1$) $\lambda = 2\sim 4\text{cm}$ 其頻率為 $4325\text{ Hz} \sim 8650\text{Hz}$ 。所以在反射端，以這些特定頻率輸入時，會量到很強的反射訊號，但在出口端卻量不到。此時波漣結構類似濾波器。

我們的聲頻產生器頻率範圍是 $0\sim 797\text{Hz}$ ，感測器接收到泛音頻率只能到 1200Hz ，代表我們的設備無法驗證 Bragg 公式的現象。希望有更好的學術單位幫忙我們，提供更完美的設備讓我們繼續探究下去。

【評語】 040101

- 1.本實驗探討肯特管波連成因現象，設計實驗系統化探討各類變因及應變結果、整理分析，應予鼓勵其探究學習。
- 2.肯特管實驗現象之解釋，若能進一步以理論及撰擬分析，與實驗對比，獲得物理意義，應為物理學習立意。
- 3.應鼓勵本作品持續努力，將上項加強補足，並對相關理論了解，必有成長收穫。