

中華民國第 55 屆中小學科學展覽會
作品說明書

高中組 物理科

第二名

040105

以管窺波－探討壓力波在彈性管中的振盪效應

學校名稱：臺北市立第一女子高級中學

作者： 高二 陳雨鴻	指導老師： 蕭志明
---------------	--------------

關鍵詞：壓力波、駐波、楊氏係數

摘要

參考資料二的水錘實驗是探討充水剛性管壓力波的強度及週期；參考資料六的實驗是以距離除以時間求充水軟性管的波速；而高中共鳴空氣柱的實驗為空氣在剛性管中形成駐波，本實驗經由理論分析重新整理後，推論當波動在充填流體的彈性管中產生振盪時，為流體的彈性與管的結構、彈性在徑向上的串聯效應。

本實驗將彈性管充滿水置於木架上，一端接上注射針筒，另一端接上水箱。擠壓注射針筒產生波動，藉由感測器記錄波形讀取振盪時間，改變不同的變因，實驗數據支持理論分析。

最後利用理論計算出空氣在矽膠管共鳴時的波速是由空氣及管共同決定的，故波速小於 $(331 + 0.6t) \text{ m/s}$ ，實驗數據支持此推論，可知形成駐波的頻率，不只與管長有關，也與管徑、管壁厚度、材料有關。

壹、研究動機

吹奏管樂器可發出美妙的旋律，在高中選修物理(上)第三章的課本上用共鳴或駐波來描述其特有的頻率。但是我對這個結論感到懷疑，難道銅管或木管等管樂器，其聲音的頻率只與管長有關嗎？難道相同的管長就代表同一個音嗎？如果在相同環境下吹奏樂器時管長不是唯一決定樂器共鳴頻率的因素，那麼管子的材料、厚度、截面積對頻率會有什麼影響呢？如果管內不是空氣，是否波速會隨著管的性質而改變？




經過與老師討論及文獻探討，我們想了解管中充填流體所產生的波速受到那些因素的影響？流體與管各扮演著何種角色？本實驗設計出一個在高中實驗室可以進行的研究方法，為了方便操控變因，主要是在充滿水的矽膠管中製造瞬間的波動，希望藉由實驗數據支持我們的假設，進而分析不同流體(水、空氣)與不同彈性管(剛性管、軟性管)的組合效應，探討其物理性質及相關效應。

貳、研究目的



- 一、充填流體之彈性管產生壓力波的理論分析
- 二、測量充水之彈性管壓力波的波速
- 三、探討不同變因對充水之彈性管壓力波波速的影響
 - (一)不同管長對壓力波波速的影響
 - (二)不同水溫對壓力波波速的影響
 - (三)不同管壁厚度對壓力波波速的影響
 - (四)不同管徑對壓力波波速的影響
- 四、探討充水之彈性管其楊氏係數與波速的相關性

參、研究設備及器材

一、實驗研究器材

(一)	5 公尺長的長條實驗木板與木板架  圖(一)
(二)	實驗用矽膠管：內徑 6.0、7.0、8.0、9.0mm、管壁厚度 2.0mm、原長 5.00m 的矽膠管。 內徑 8.0mm、管壁厚度 1.0mm、原長 5.00m 的矽膠管。 橡膠管：內徑 8.0mm、管壁厚度 2.0mm、原長 5.00m 的深、淺色橡膠管。
	 圖(二)  圖(三)

(三) 3c.c.注射針筒、水箱、水杯、支架

圖(四)

圖(五)

(四) PASCO 750 與壓力感測器、電腦 DataStudio





圖(六)

圖(七)

圖(八)

(五) 電子秤、砝碼、比重計





圖(九)

圖(十)

圖(十一)

二、感測器改裝與設備

(一)此感測器是用來測量空氣的壓力變化，為了轉換成可以測量水的壓力變化，在其接頭加裝透明水管，再接上針頭。在實驗前，先將水從針頭吸入，並留一小段空氣柱，利用波以耳定律，就可以解決這個困難。



圖(十二)

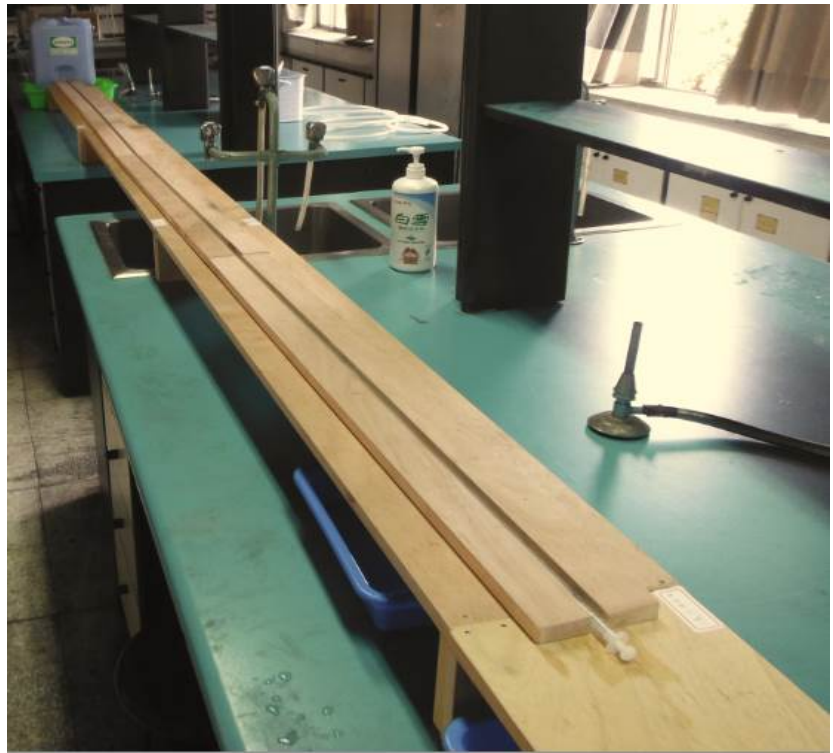
(二)為了測量水管壓力波的週期，製作的實驗裝置如圖所示。在測試時發現，與管壁接觸面的材質及軟硬，對週期有些微影響，所以我們訂做了長條木板降低誤差，後面的實驗皆在木板上進行。另外，在水管兩側也用木條做固定，避免晃動幅度過大。



圖(十三)



圖(十四)



圖(十五)

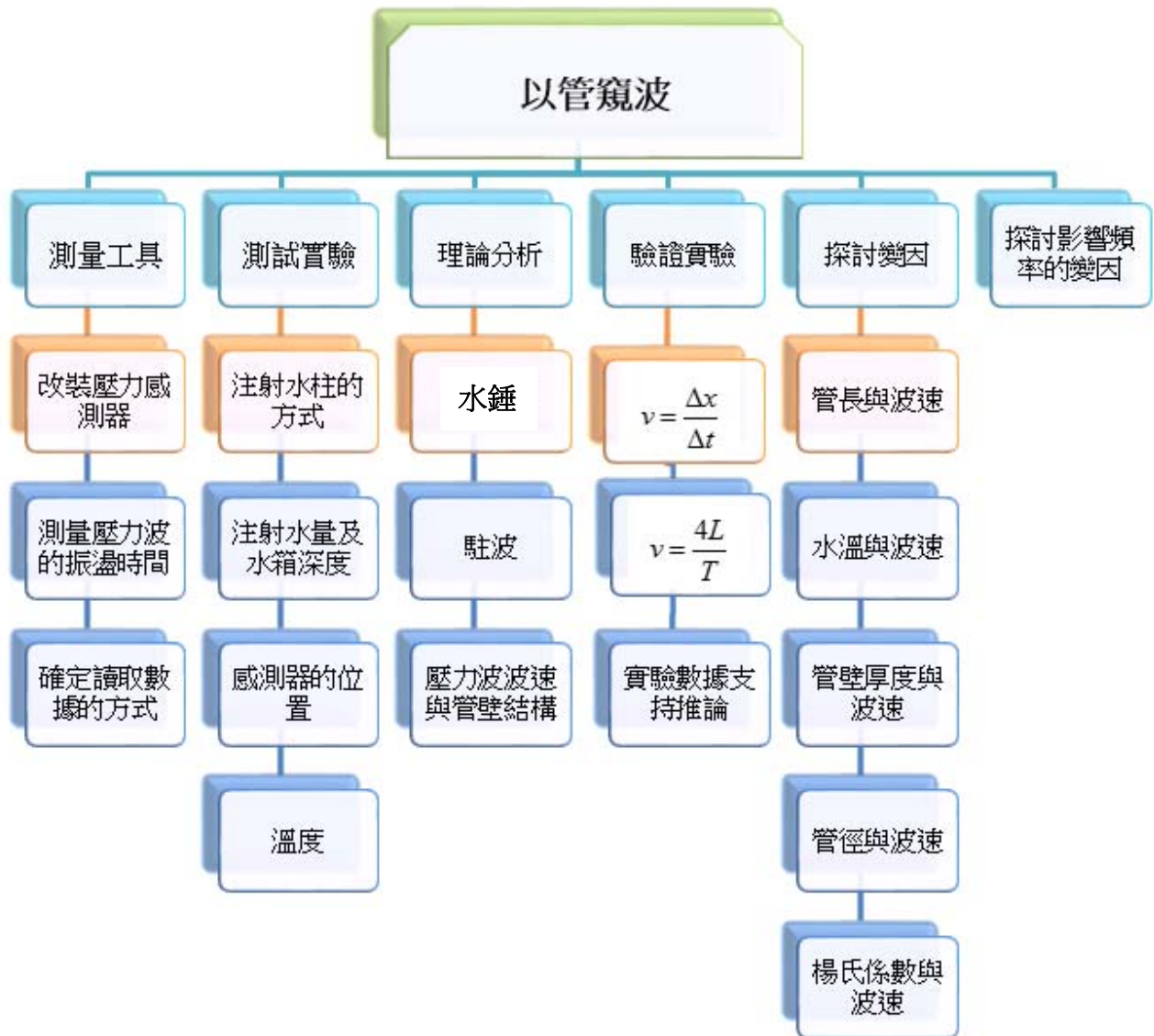
(三)在一端接上注射針筒，而另一端將水管插入水箱中。利用支架固定下垂的感測器，並連接 Pasco 750，即可在電腦中使用 DataStudio 讀取數據和圖表。



圖(十六)

肆、研究過程及方法

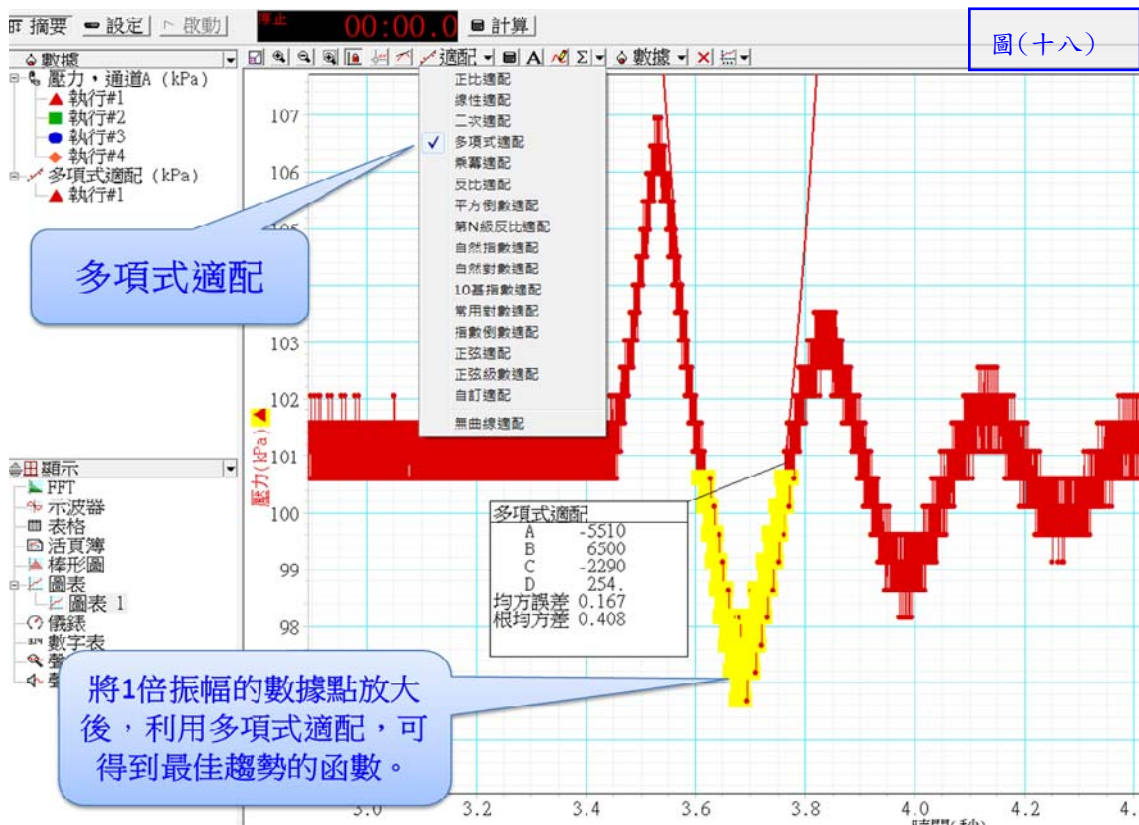
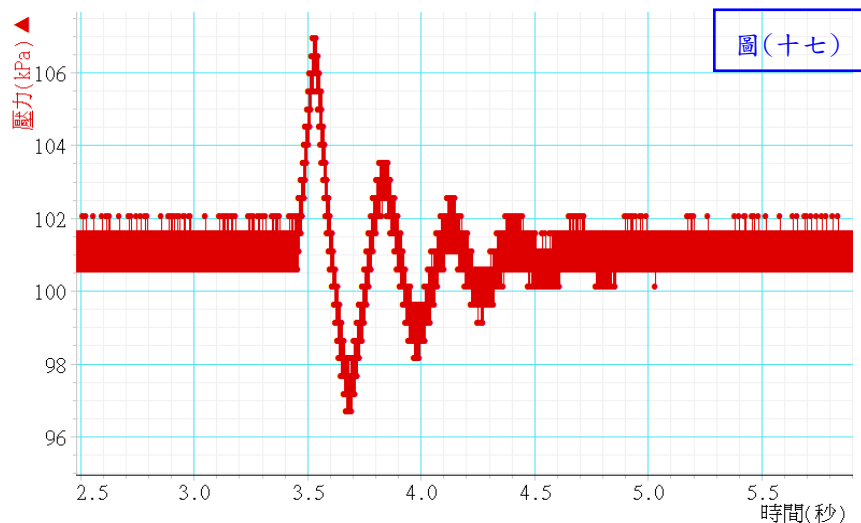
一、實驗流程圖



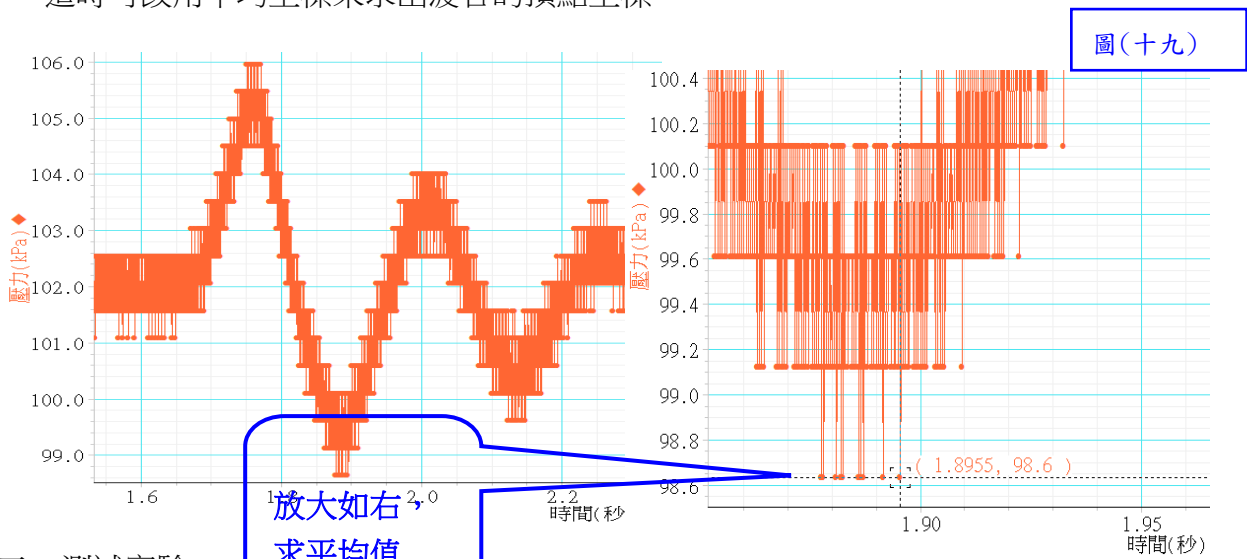
二、讀取實驗數據方法

(一)利用最佳趨勢的軌跡圖形讀取時間坐標

本實驗在探討壓力波在水管中的振盪，藉由改裝的壓力感測器，將細針刺入矽膠管中，在注射端瞬間擠壓水柱，壓力感測器便將壓力變化透過 Pasco 750 的儀器連接到電腦中，使用 DataStudio 讀取數據。下圖為一次完整的振盪，實驗中壓力感測器的取樣頻率設定為 10kHz，即每秒紀錄 10000 個數據，利用電腦中的數學工具多項式適配，得到最佳趨勢的軌跡圖形，在多次放大後，讀出兩波谷的頂點坐標，相減後得到波谷第一次的週期，不用波峰的第一次週期是因為剛開始波形不穩定。



(二)有些數據因振盪時間很短，數據點不夠多，利用多項式適配所得到趨勢的軌跡並不恰當，這時可改用平均坐標來求出波谷的頂點坐標。

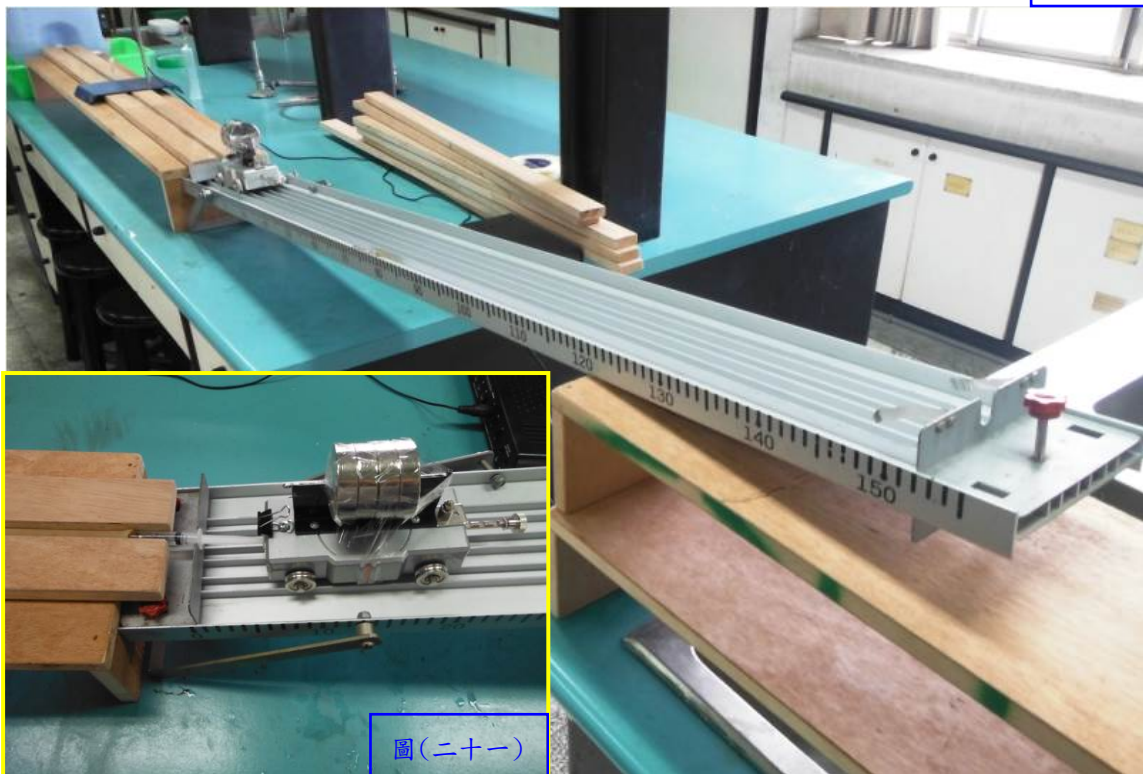


三、測試實驗

(一)注射水柱的方式對週期的影響：

1.使用滑車撞擊：

將滑車軌道架高，加上 800 克砝碼，增加其動量，滑車從最高滑下後撞擊針筒，瞬間注射 2.5c.c.的水量，從電腦中可讀到振盪週期，重複十次求平均值。



2.使用手瞬間擠壓針筒，注射 2.5c.c 的水量，重複十次求平均振盪週期。從測試的數據發現兩者並無太大差異，但因本實驗需要改變長度，所以每次要重新架設滑車軌道，時效性很差，

15°C	8.0mm*1.0mm 矽膠管	
長度(m)	滑車撞擊的平均振盪時間	用手擠壓的平均振盪時間
4.00	0.602	0.604
2.50	0.389	0.384
1.50	0.236	0.233

用手擠壓並不影響實驗的大致趨勢，如同吹奏

表(一)

樂器的力量大小並不影響其頻率的觀念是一樣的，所以之後的實驗皆以此步驟完成。

(二) 注射水量對週期的影響：

注射水量會些微影響測量的週期，利用壓力感測器的振幅放大 1 倍與放大 10 倍所測到的結果如表(二)，注射水量在 2.0c.c. ~3.0c.c 誤差不大，故本實驗的操作將設定在 2.5c.c。

(三) 水箱水位深度對週期的影響：

矽膠管長 410cm，偵測點為 200cm，注射水量 2c.c.，由實驗結果可知水箱深度對週期並無顯著的影響，本實驗將以水箱深度 3.0cm 附近進行。

410cm,水深3.1cm, 偵測點200cm		
取下方第一次週期		
注射水量 (c.c.)	週期T(s) (振幅1倍)	週期T(s) (振幅10倍)
0.5	0.488	測不到
1.0	0.493	測不到
1.5	0.510	0.504
2.0	0.507	0.510
2.5	0.512	0.513
3.0	0.517	0.514

表(二)

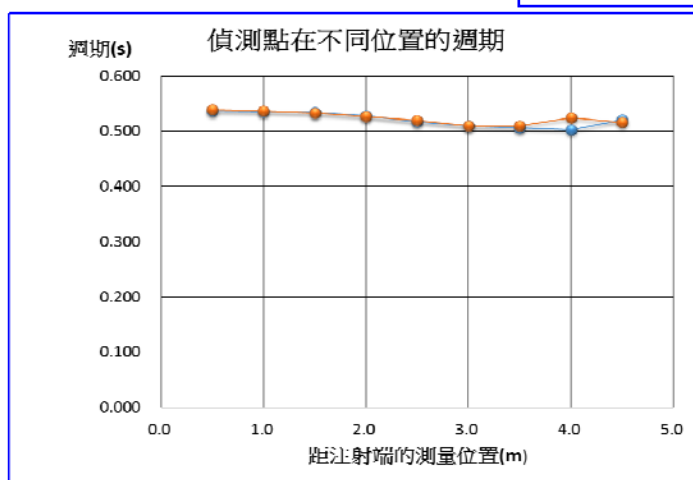
水箱深度 (cm)	週期(s)
3.0	0.508
5.0	0.509
7.0	0.510
9.0	0.506
11.0	0.512
13.0	0.513
15.0	0.504

表(三)

圖(二十二)

(四) 感測器偵測位置對週期的影響：

內徑 9.0mm、厚 2.0mm、長 5.00m 的矽膠管，注水 2.5cc，定注射端為坐標原點 $x=0$ ，將感測器放在不同位置，測量週期的變化情形，實驗結果顯示，不同位置的週期變化不大，但靠近水箱最後 50cm 以內(即



坐標 4.50m 之後)的振盪很不明顯，甚至最後的 10cm 幾乎測不出來。本實驗之後進行的實驗，將感測器的位置固定在管長正中央為偵測點。

(四)新舊管子對振盪週期的影響：

表(四)

矽膠管雖然材質不易改變，但新買來的矽膠管和買了一陣子(約 2 個月)的管，測試其振盪週期還是有所不同，所以在進行不同矽膠管的比較實驗時，要使用同一批購買的管子。

8mm*2mm*150cm			
(新管)		(舊管)	
溫度(°C)	週期(s)	溫度(°C)	週期(s)
17	0.15	17	0.165
17	0.153	17	0.166

(六)學校裡未使用的橡膠管是儲藏在冰箱裡，剛拿出來的時候，管子較硬，等待一段時間才會變軟，因此在**做同一項實驗比較時，需確保在同一天相同溫度下完成。**

四、實驗步驟

(一) 測量矽膠管壓力波的波速

1. 利用長度 5.0m、內徑 8.0mm、厚度 2.0mm 的矽膠管做實驗，將 A、B 兩個感測器同時偵測矽膠管上的不同位置，測量壓力開始陡升的時間差，求出距離除以時間來代表壓力波的波速，改變 A、B 兩個感測器的距離，重複上述實驗。
2. 改用長度 5.0m、內徑 8.0mm、厚度 1.0mm 的矽膠管，重複步驟 1.的實驗。
3. 利用長度 5.0m、內徑 8.0mm、厚度 1.0mm 的矽膠管，在注射端注射 2.5c.c.的水量，偵測管長的中央壓力波振盪的週期，改變水管長度，每次減少 50cm，重複本實驗。

(二)探討不同變因對矽膠管壓力波波速的影響

- 1.水溫對壓力波波速的影響：利用添加冰塊及加熱器，改變水溫，測量出波速比較之。
- 3.取相同的內徑 8.0mm、管長 5.0m，但厚度各為 1.0mm 及 2.0mm，測量出波速，比較管壁厚度對波速的影響。
- 4.取內徑 6.0、7.0、8.0mm 不同的管徑，測量出波速，並討論管徑對波速的影響。

(三)探討不同材質的彈性管之楊氏係數與波速的相關性

1. 將內徑 8.0mm、厚度 1.0mm、長度 48.7mm 的矽膠管垂直懸掛，並懸掛上測量尺，在下端繫上砝碼掛勾，每次增加 50 克的砝碼，記錄砝碼總重量及矽膠管的伸長量。
2. 改變長度為 98.4mm 及 148.8mm，重複步驟 1.，記錄砝碼總重量及矽膠管的伸長量。
3. 將矽膠管改成內徑 8.0mm、厚度 2mm、長度 148.3mm，重複實驗步驟 1。
4. 取不同種材質內徑 8.0mm、厚度 2mm、長度 148.8mm 的深色及淺色橡膠管，重複實驗步驟 1，並利用振盪週期測量出波速。

伍、研究結果

一、充填流體之彈性管產生壓力波的理論分析

(一)上網搜尋水管振盪的資料，得到有關剛性水管突然關閉閥門使得流速驟變，錘擊管壁所造成的振動稱為水錘現象。本實驗的設計類似水錘效應，當水管末端突然注射一小段水量時，水流速度發生變化，壓力也跟著改變，因管壁具有彈性，管壁與液體將以共振的彈性波形式沿管道方向傳播。分析如下：

1. $t = 0 \sim \frac{L}{v}$ ($0 \sim \frac{1}{4}$ 週期)，升壓波：

設管長為 L ，水箱液體高度為 H_0 ，管道中的液體壓力為 P_0 ，當 A 點突然注射水柱時，會使一小段流體 dx 受壓縮。則此段液體的壓力由 P_0 增加為 $P_0 + \Delta P$ ，使靠近 dx 左端的另一小段液體受到壓縮，整個管道中的右端液體會逐漸被壓縮，產生往 B 端的壓力波。

2. $t = \frac{L}{v} \sim \frac{2L}{v}$ ($\frac{1}{4} \sim \frac{2}{4}$ 週期)，降壓波：

經過 $1/4$ 週期後，壓力波傳到 B 點，右邊壓力 $P_0 + \Delta P$ 大於左邊壓力 P_0 ，管道中的液體被擠壓進入水箱，在 B 點產生了反射，因左邊為大水箱，水壓不易改變，如同壓力波的固定端，所以升壓波的反射為降壓波。反射波以速度 v 向右端傳播，反射波會消除升壓波的影響，使管道中的壓力、密度、管徑都恢復至初始狀態，但波速方向相反。

3. $t = \frac{2L}{v} \sim \frac{3L}{v}$ ($\frac{2}{4} \sim \frac{3}{4}$ 週期)，降壓波：

當降壓波往右端傳到 A 點時，經過時間為 $2L/v$ ，因為 A 點是壓力波的自由端，降壓波的反射波仍為降壓波，反射波以速度 v 向左端傳播，所到之處管道內的壓力降為 $P_0 - \Delta P$ 。

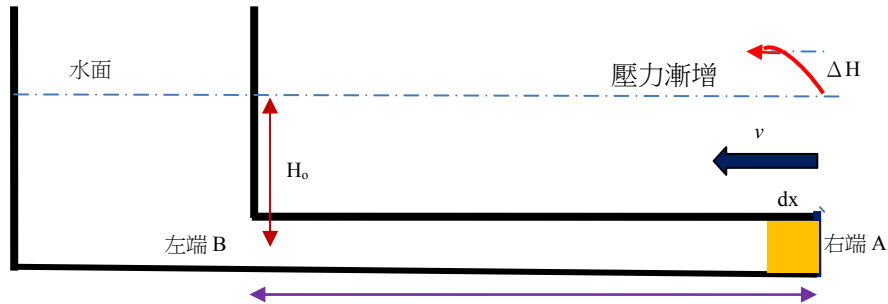
4. $t = \frac{3L}{v} \sim \frac{4L}{v}$ ($\frac{3}{4} \sim \frac{4}{4}$ 週期)，升壓波：

經過 $3/4$ 週期，壓力波回傳到 B 點時，右邊壓力 $P_0 - \Delta P$ 小於左邊壓力 P_0 ，水箱中的液體被擠壓進入水管管道，使壓力逐步恢復正常。故連接左邊的水箱處，水壓不易改變，為壓力波的固定端，降壓波反射為升壓波，以波速 v 傳回去。當時間為 $\frac{4L}{v}$ 時，水箱第二次的反射波又傳到 A 點，此時整個管道的壓力恢復至初始狀態，因此時間 $T = \frac{4L}{v}$ 稱為

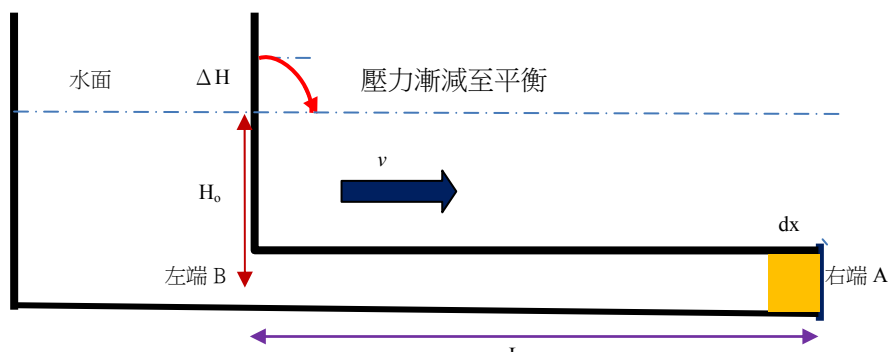
水錘波的週期，而波速為 $v = \frac{4L}{T}$ 。

圖(二十三)

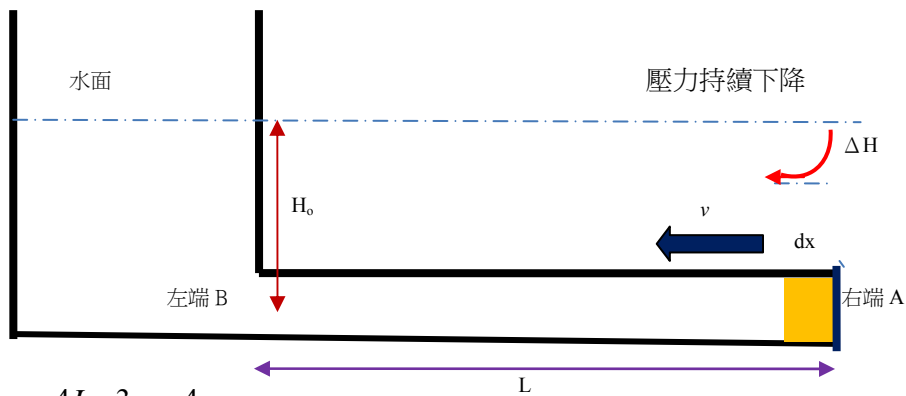
(a) $t = 0 \sim \frac{L}{v}$ ($0 \sim \frac{1}{4}$ 週期), 升壓波: 水流在 A 處擠壓, 產生壓力波並向左傳播



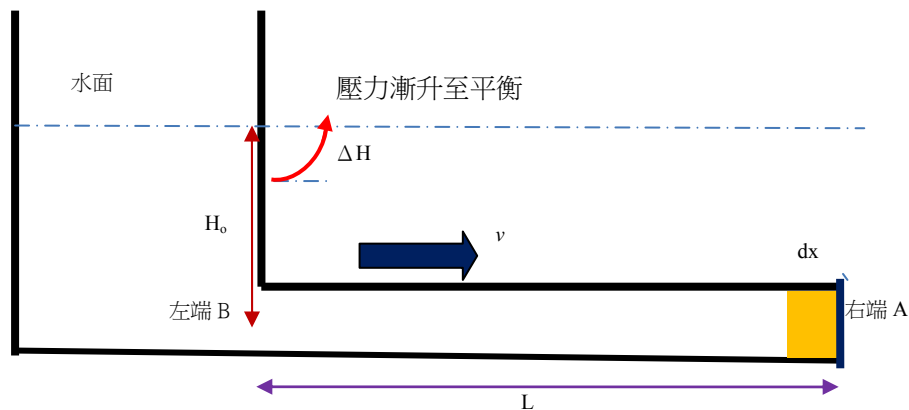
(b) $t = \frac{L}{v} \sim \frac{2L}{v}$ ($\frac{1}{4} \sim \frac{2}{4}$ 週期), 降壓波: 水在 B 處流出, 使反射的降壓波向右傳播



(c) $t = \frac{2L}{v} \sim \frac{3L}{v}$ ($\frac{2}{4} \sim \frac{3}{4}$ 週期), 降壓波: 在 A 處反射的降壓波向左傳播

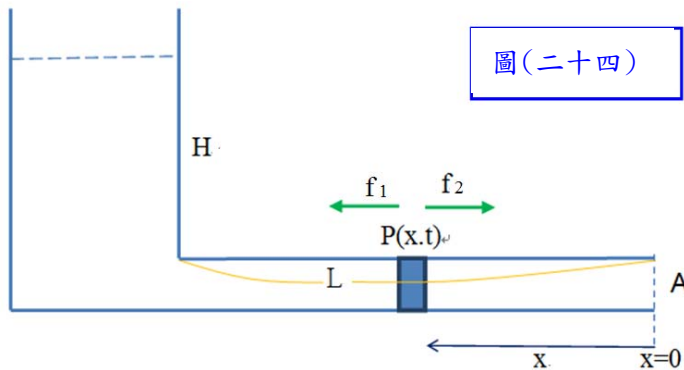


(d) $t = \frac{3L}{v} \sim \frac{4L}{v}$ ($\frac{3}{4} \sim \frac{4}{4}$ 週期), 升壓波: 降壓波在 B 處反射, 產生升壓波向右傳播



(二)利用駐波模型推導壓力波的波速

1.從上面的分析，得到週期為 $T = \frac{4L}{v}$ ，發現這恰為高中課程中空氣在一端開管、一端閉管的管中形成駐波的基頻週期。是否可由駐波的概念思考呢？假設一小段水柱受到擾動後：



圖(二十四)

- H：水箱水面高度
- u：管道中的流速，以向左為正
- x：注射點為原點，以向左為正
- v：壓力波波速
- g：重力加速度

(1)在參考資料四中可知，水流的運動方程式，假設不計水的阻力， $F=A\partial P(x,t)=A\rho g\cdot\partial H(x,t)$
由運動方程式 $F\partial t=\partial(mu)$

$$A\rho g\cdot\partial H\cdot\partial t=A\rho\cdot\partial x\cdot\partial u \Rightarrow g \frac{\partial H}{\partial x}=\frac{\partial u}{\partial t} \dots\dots\dots(1)$$

由水流的連續性方程式，可得

$$\frac{\partial H}{\partial t}=\frac{v^2}{g} \frac{\partial u}{\partial x} \dots\dots\dots(2)， \quad \text{將(1)代入(2)}$$

$$\frac{\partial H}{\partial t}=\frac{v^2}{g} \frac{1}{\partial x} \left(g \frac{\partial H\cdot\partial t}{\partial x} \right)， \quad \therefore \frac{\partial^2 H}{\partial t^2}=v^2 \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \text{ 為波動方程式}$$

上述方程式的通解為 $\Delta H=H-H_0=f_1(x-vt)+f_2(x+vt)$

f_1 與 f_2 為兩個波函數，其因次與 H 相同，可視為兩個方向不同的壓力波， $f_1(x-vt)$ 為向左移的壓力波， $f_2(x+vt)$ 為向右移的壓力波。對任何一個截面而言，任何時刻水的壓力等於兩個方向相反的壓力波之和。

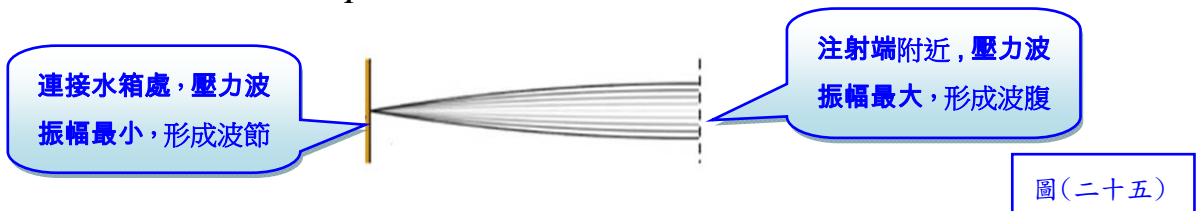
(2)當矽膠管因瞬間注射水量而產生波動時，在極短時間內便形成駐波，我們所能測到的頻率即為基頻，1860 年 H.von Helmholtz 提出形成駐波時，若 D 為管的內徑，管口的波腹

位置的修正量為 $0.4D$ ，設駐波波長為 λ ，管長 L，兩者關係為 $L + 0.4D = \frac{\lambda}{4}$ ，週期

$$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{4(L + 0.4D)}{v}$$

，本實驗的管長由 1.5m~5.0m，管徑為 6mm~10mm，故可忽略管

口修正量，波速為 $v = \frac{4L}{T}$ 。由駐波模型可得到與水錘模型所分析出的波速公式相同。



圖(二十五)

- 2.在測試實驗中，不同位置的振盪時間十分接近，的確可發現愈接近水箱處的振盪不明顯，甚至在水箱附近的 10 公分幾乎測不到振盪現象，這可以支持本實驗測到的並非單一的脈衝波來回反射，而是整體產生特定的頻率振盪，末端有如壓力波的波節，振幅很小。

(三)彈性管中壓力波波速與管壁結構、流體性質有關

- 1.在參考資料四中，利用流體的運動方程式及流體的連續性方程式，且不計水的摩擦阻力，

$$v = \frac{\sqrt{\frac{K}{\rho}}}{\sqrt{1 + \frac{KD}{E\delta}}}$$

可得到壓力波的波速如左方的式子： K 為液體的體積彈性係數，對水而言一般為 $2.2 \times 10^3 \text{ MPa}$ 、 ρ 為液體密度，水的密度 10^3 kg/m^3 、 E 為管壁材料的楊氏彈性係數、 δ 為管壁厚度、 D 為管道內直徑。

- 2.將上述波速的式子整理後，並把 $\sqrt{\rho}$ 移至左側，平方後再取倒數，整理如下：

$$v = \frac{1}{\sqrt{\rho}} \left(\frac{K}{1 + \frac{KD}{E\delta}} \right)^{1/2} = \frac{1}{\sqrt{\rho}} \left(\frac{1}{\frac{1}{K} + \frac{D}{E\delta}} \right)^{1/2} \Rightarrow \frac{1}{v^2 \rho} = \frac{1}{K} + \frac{1}{E\delta / D}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{K_{\text{等效}}} = \frac{1}{K_{\text{流體}}} + \frac{1}{K_{\text{彈性管}}}$$

水與管的串聯組合

水的體彈性係數

管的結構與楊氏係數

這是個有趣的式子，可以推想成在充滿水的彈性管中，產生壓力波時，壓力會使徑向方向的水與彈性管串聯成組合的彈性體傳送壓力波，所以也滿足流體中的波速的基本公式

$$v^2 \rho = K_{\text{等效}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{K_{\text{等效}}}{\rho_{\text{流體}}}}$$

3. 在參考資料八中，可查詢矽膠管的楊氏係數約為數個 Mpa，假設 $E = 5.0 \text{ Mpa}$ ，管壁厚度 $\delta = 2.0 \text{ mm}$ 、管內徑 $D = 8.0 \text{ mm}$ ，水的體彈性係數 $K = 2.2 \times 10^3 \text{ MPa}$ ，代入估算

$$\frac{1}{K_{\text{水}}} = \frac{1}{2.2 \times 10^3} \approx 4.5 \times 10^{-4}, \text{ 遠小於 } \frac{1}{K_{\text{彈性管}}} = \frac{1}{E\delta / D} = \frac{1}{5.0 \times 2.0 / 8.0} \approx 0.8,$$

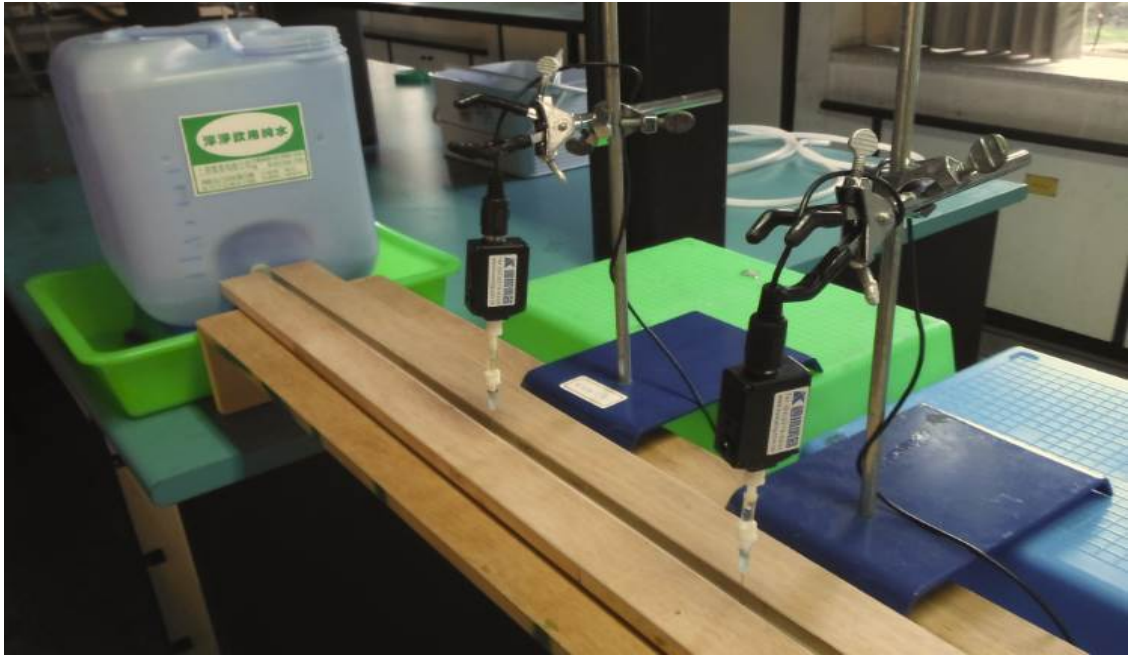
所以本實驗中充水的彈性管波速可近似為 $\frac{1}{v^2 \rho} = \frac{1}{E\delta / D} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{E\delta}{\rho D}}$

二、測量充水之彈性管壓力波的波速

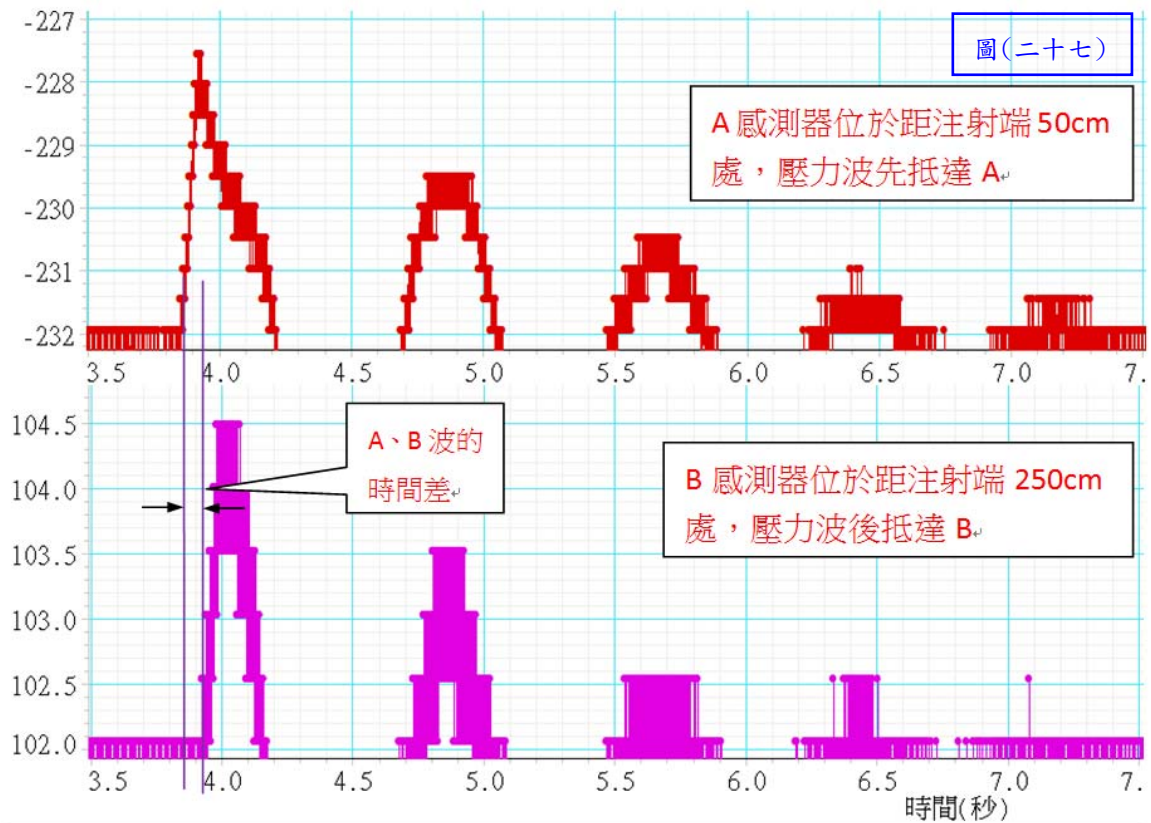
(一)波速 $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

圖(二十六)可表示利用 A、B 兩個感測器，同時偵測矽膠管上的不同位置，測量壓力開始陡升的時間差，求出距離除以時間來代表壓力波的波速。

圖(二十六)



圖(二十七)表示當壓力波抵達 A、B 感測器時，壓力波陡升的時間差。



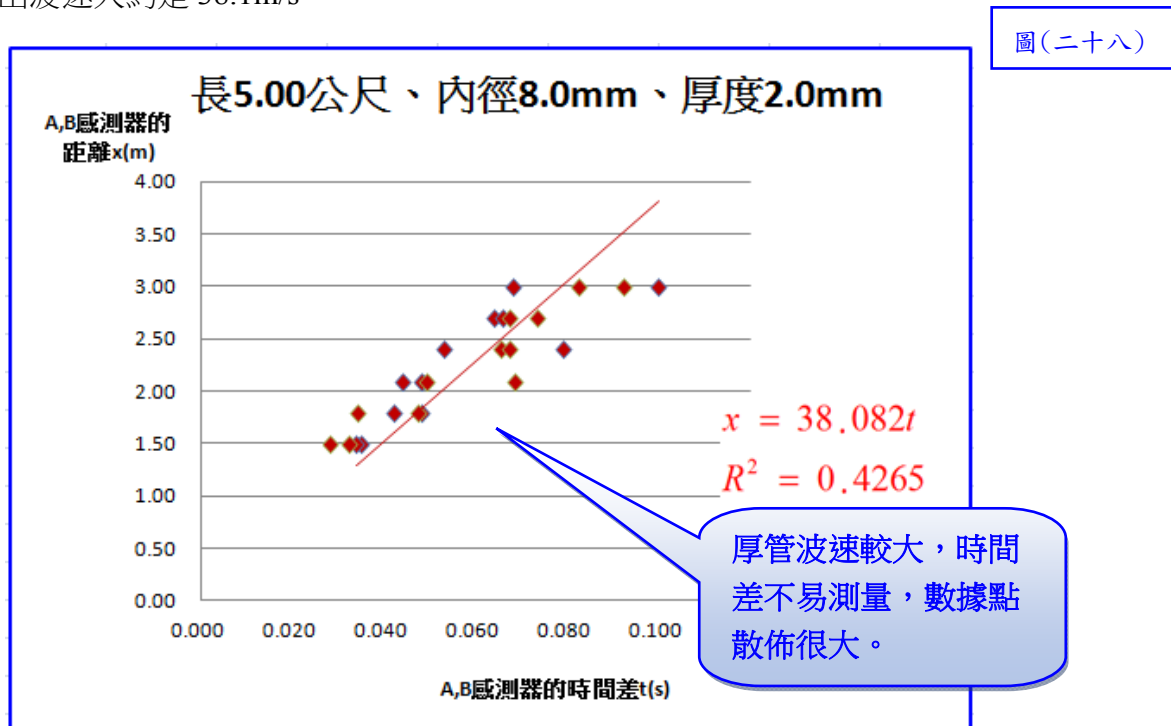
1. 利用長度 5.0m、內徑 8.0mm、厚度 2.0mm 的矽膠管做實驗，以數字直接計算如下表，得到的波速大約是 30.0m/s ~ 47.7m/s，波速很不穩定，推論是因為波速較大，因距離無法再更長，所以只要在測量時間上有一點差異，相除後就造成很大的誤差。

表(五)

A感測器的位置	B感測器的位置	S感測器的起始時間(s)	B感測器的起始時間(s)	$\Delta x(m)$	$\Delta t(s)$	$v = \Delta x / \Delta t (m/s)$
50	200	3.886	3.921	1.50	0.035	42.9
50	200	3.965	3.999	1.50	0.034	44.1
50	230	4.400	4.448	1.80	0.048	37.5
50	230	3.922	3.964	1.80	0.042	42.9
50	260	3.890	3.934	2.10	0.044	47.7
50	260	3.017	3.065	2.10	0.048	43.8
50	290	3.917	3.970	2.40	0.053	45.3
50	290	4.033	4.112	2.40	0.079	30.4
50	320	3.865	3.929	2.70	0.064	42.2
50	320	3.496	3.562	2.70	0.066	40.9
50	350	3.554	3.654	3.00	0.100	30.0
50	350	3.837	3.905	3.00	0.068	44.1
						41.0 ± 1.6

波速差異大

下圖為 A、B 感測器的距離 x(m)及時間差 t(s)的關係圖，但實驗數據散佈頗大，利用斜率算出波速大約是 38.1m/s。



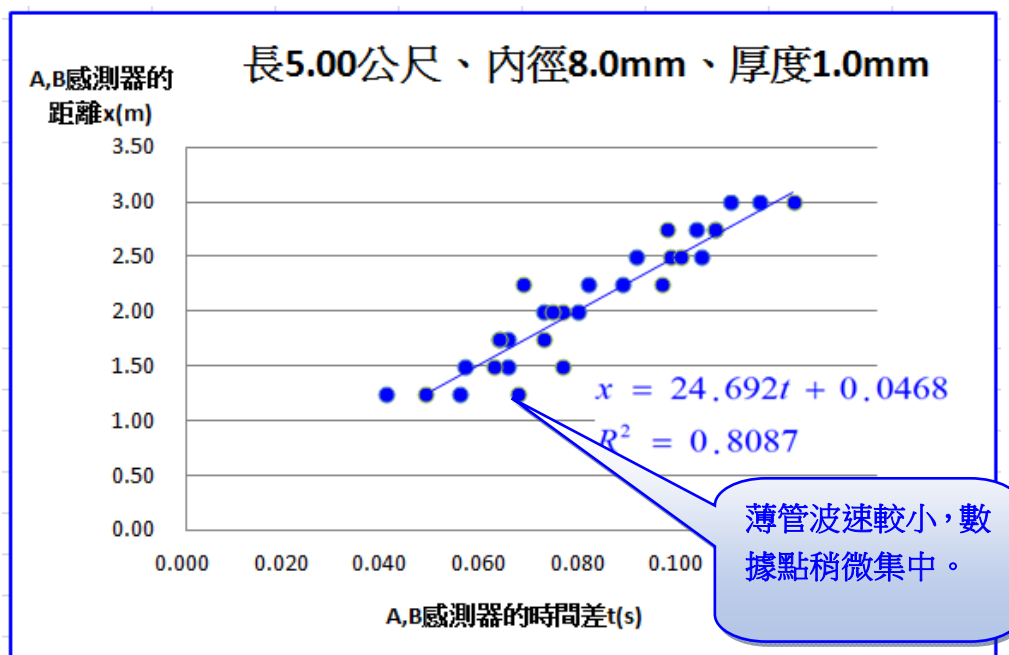
2. 更改厚度較薄的矽膠管，其長度 5.0m、內徑 8.0mm、厚度 1.0mm，得到距離 $x(m)$ 及時間差 $t(s)$ 的數據，以數字直接計算如下表，可看出 A、B 感測器距離太近時，誤差較大，若刪去前面三組數據，波速平均約為 26.5m/s。

B感測器的位置	A感測器的位置	B感測器的起始時間(s)	A感測器的起始時間(s)	$\Delta x(m)$	$\Delta t(s)$	$v = \Delta x / \Delta t (m/s)$	表(六)
50	175	3.419	3.474	1.25	0.055	---22.7---	
50	175	4.359	4.399	1.25	0.040	---31.3---	
50	200	4.295	4.360	1.50	0.065	---23.1---	
50	200	3.417	3.473	1.50	0.056	26.8	
50	225	3.273	3.338	1.75	0.065	26.9	
50	225	3.805	3.868	1.75	0.063	27.8	
50	250	3.973	4.052	2.00	0.079	25.3	
50	250	3.853	3.925	2.00	0.072	27.8	
50	275	4.370	4.451	2.25	0.081	27.8	
50	275	4.353	4.441	2.25	0.088	25.6	
50	300	4.508	4.612	2.50	0.104	24.0	
50	300	4.278	4.369	2.50	0.091	27.5	
50	325	4.438	4.545	2.75	0.107	25.7	
50	325	4.478	4.581	2.75	0.103	26.7	
50	350	3.647	3.757	3.00	0.110	27.3	
50	350	3.816	3.932	3.00	0.116	25.9	
					平均值	26.5 ± 0.3	

較接近

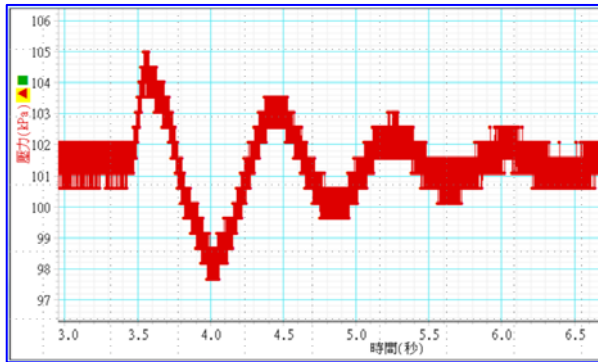
下圖為 A、B 感測器的距離 $x(m)$ 及時間差 $t(s)$ 的關係圖， x 與 t 大致上成正比，斜率可代表波速，大約是 24.7m/s。

圖(二十九)

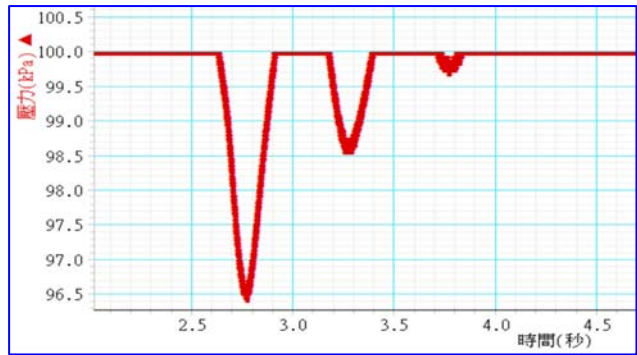


(三)利用駐波模型測量波速

1.因第一次向上振盪的波形較不對稱(如圖三十)，又因振幅放大 10 倍後，只能出現下方波形(如圖三十一)，但這種方式較易讀取數據，再加上振盪的幅度迅速遞減，不易測出峰值坐標，故選擇第一次波谷與第二次波谷的時間差的定為本實驗之後所有數值分析中的振盪時間(週期)。



圖(三十)



圖(三十一)

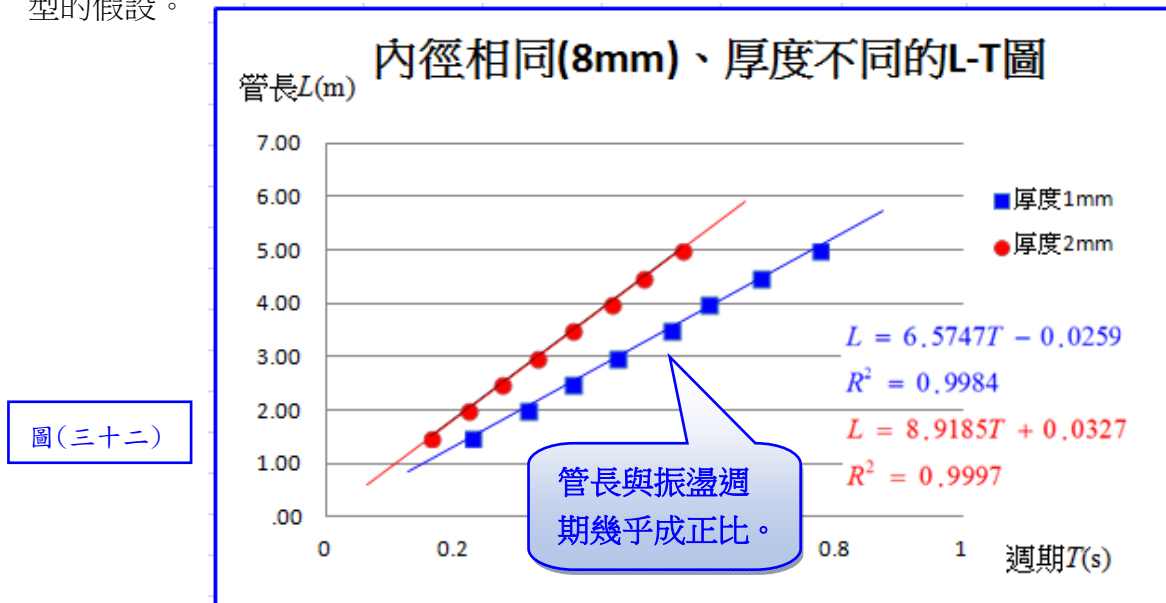
2.利用駐波的公式求得波速 $v = \frac{4L}{T}$

對一條內徑 8.0mm、厚度 1.0mm 的矽膠管而言，其管長與振盪週期應該有正比關係，因此取原長 5.00m，每剪短 0.50m，測一次週期，得到的平均波速為 $26.1 \pm 0.1 \text{m/s}$ ，與之前利用不同位置的時間差所求出的平均波速 26.5m/s 十分接近，再取內徑 8.0mm、厚度 2.0mm 的矽膠管而言，重複上述實驗，得到的平均波速為 $36.1 \pm 0.1 \text{m/s}$ ，當波速較大時，仍可得到穩定的波速值，所以利用駐波的公式求得波速優於利用距離差除以時間差的方法。

28°C			8mm*2mm		
管長(m)	週期(s)	波速(m/s)	週期(s)	波速(m/s)	
5.00	0.775	25.8	0.559	35.8	
4.50	0.682	26.4	0.498	36.1	
4.00	0.600	26.7	0.448	35.7	
3.50	0.541	25.9	0.387	36.2	
3.00	0.458	26.2	0.331	36.3	
2.50	0.385	26.0	0.275	36.4	
2.00	0.315	25.4	0.223	35.9	
1.50	0.230	26.1	0.165	36.4	
		26.1 ± 0.1		36.1 ± 0.1	

表(七)

3.另外作管長 L 及週期 T 的關係圖如下，因為 $v = \frac{4L}{T} \Rightarrow L = \frac{v}{4} T$ ，利用趨勢線得到線性方程式，截距接近原點，可推論管長正比與週期，數據的一致性可支持本實驗對駐波模型的假設。



三、探討不同變因對充水之彈性管壓力波波速的影響

(一)不同管長對壓力波波速的影響由研究結果二可知，同一條矽膠管，雖然長度剪短了，振盪週期變短了，但是壓力波波速呈現一穩定的數值，幾乎不受影響。

(二)不同水溫對壓力波波速的影響

設計以下的驗證實驗來確認壓力波波速與環境溫度有關的推論：

利用冰塊及加熱器，分別製造出約 2~3°C、17~18°C、34~35°C 的 6000 毫升的水，使其與矽膠管平衡後，利用振盪測量其波速，結果可知波速的確受到溫度的影響，溫度愈高波速愈慢，的確夏天做實驗時測得的波速小於冬天測到的波速，這應該是溫度會影響彈性管的彈性(楊氏係數)所造成的。

8.0mm*1.0mm*149cm			8.0mm*2.0mm*148.5cm		
溫度(°C)	週期(s)	波速(m/s)	溫度(°C)	週期(s)	波速(m/s)
3	0.218	27.3	3	0.154	38.6
3	0.219	27.2	3	0.155	38.3
17	0.227	26.3	17	0.163	36.4
17	0.225	26.5	17	0.164	36.2
35	0.235	25.4	35	0.176	33.8
35	0.236	25.3	35	0.175	33.9

表(八)

(三)不同管壁厚度對壓力波波速的影響

1. 比較均為內徑 8.0mm，但管壁厚度為 1.0mm 及 2.0mm 的矽膠管，如表(七)與圖(三十二)，在相同的長度下壓力波的波速，可明顯看出，管壁較厚的矽膠管，波速較大。但因購買材料時，只有內徑 8.0mm 的矽膠管才有這兩種不同的厚度，故無法再多做比較。

2. 根據理論分析中所得到的彈性管中的波速為 $v = \sqrt{\frac{E\delta}{\rho D}}$ ，即， $v \propto \sqrt{\delta}$ ，實驗中使用厚

度為 2.0mm 及 1.0mm 的矽膠管，所以波速比的理論值為 $\sqrt{2} = 1.41$ ，而實驗值為

$$\frac{v_{2mm}}{v_{1mm}} = \frac{36.1}{26.1} = 1.38，\text{誤差為} \frac{1.38 - 1.41}{1.41} \times 100\% = -2.13\%。$$

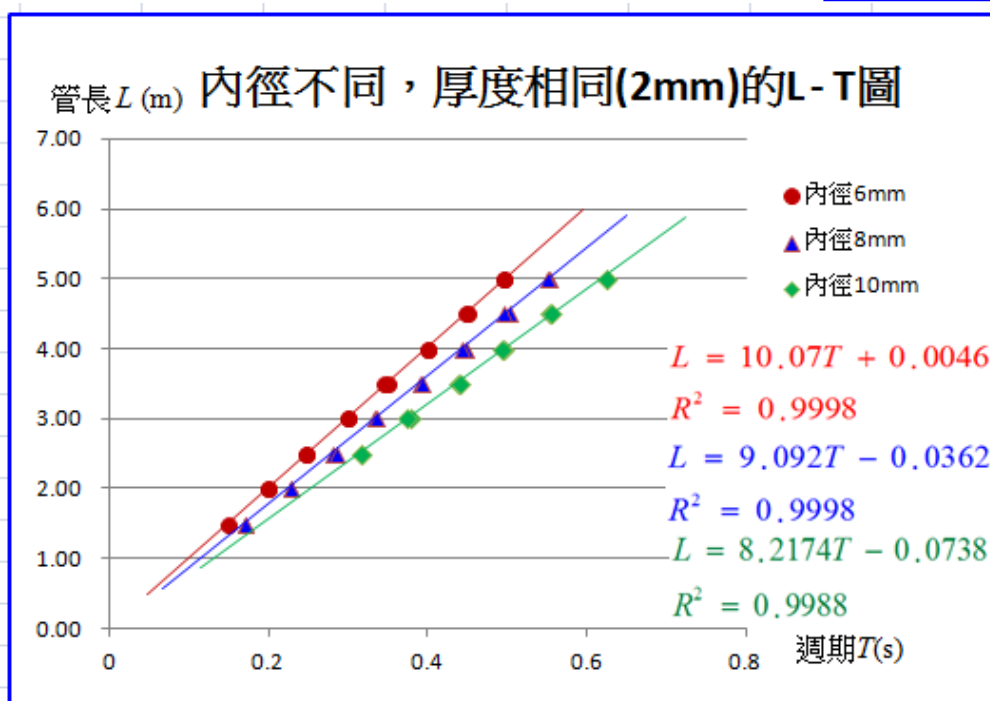
(四)不同管徑對壓力波波速的影響

在室溫 25°C，分別做內徑 6.0mm、8.0mm、10.0mm，厚度均為 2.0mm 的矽膠管，在不同長度與振盪週期的關係圖，從圖形中可知管長與週期幾乎成正比關係，從數據計算

$v = \frac{4L}{T}$ ，得到平均波速為 40.4±0.04 m/s、36.0±0.1 m/s、32.2±0.1 m/s，可得到實驗結果

為內徑愈大，波速愈慢。

圖(三十三)



四、探討彈性管之楊氏係數與波速的相關性

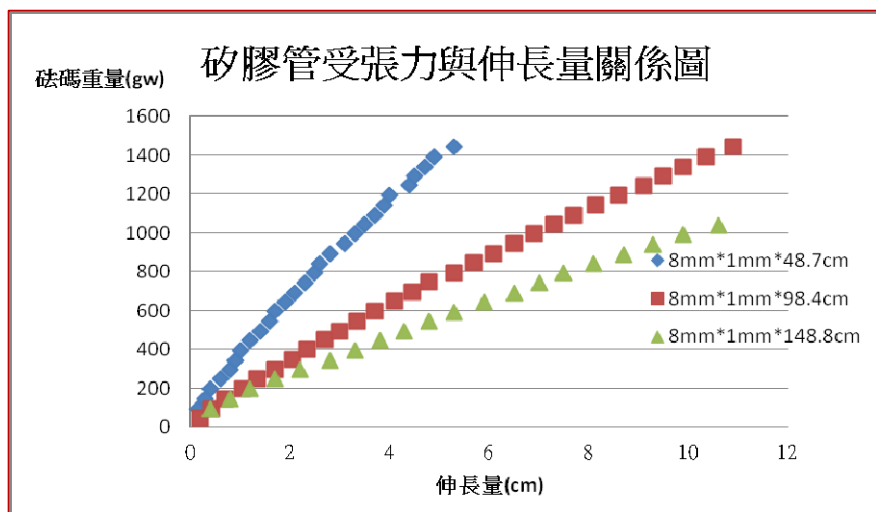
(一)楊氏系數的測量

1.在彈性力學中，圓柱形物體受張力拉扯時產生形變，定義垂直作用在截面積 A 的應力 F ，

而應變定義為某一長度變化量的比例，即 $\frac{\Delta L}{L}$ ，張應力與應變的比值稱為楊氏係數 E ，

$$\text{公式為 } \frac{F}{A} = E \frac{\Delta L}{L}。$$

2.在 18°C ，以內徑 8.0mm 、厚度 1.0mm 的矽膠管，分別測量長度 48.7cm 、 98.4cm 、 148.8cm 所承受的砝碼重量及其伸長量並作出關係圖，兩者並非正比關係，故彈性係數並不固定。



圖(三十四)

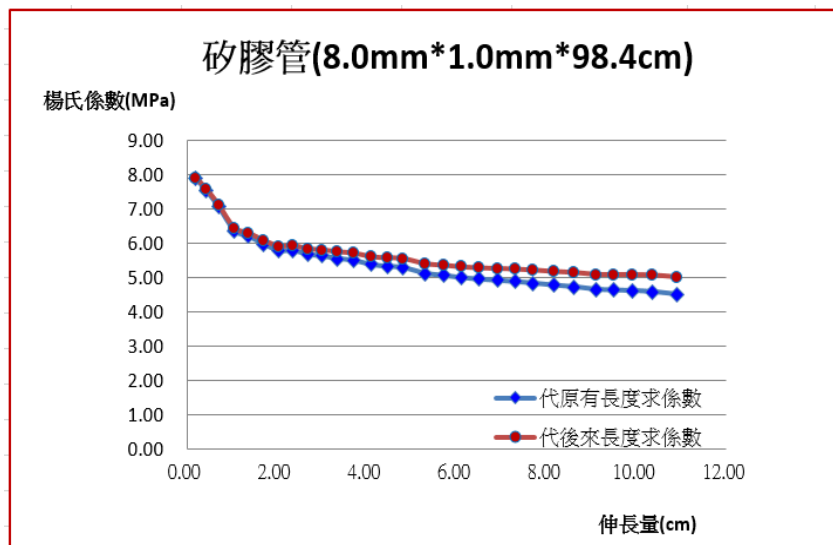
3.利用 $E = \frac{FL}{A\Delta L}$ 求出楊氏係數，得到楊氏係數隨伸長量增加而遞減。考慮到矽膠管拉長後截面積有些微改變，假設在密度不變、體積不變的情況下，截面積與長度成反比，即

$$AL = A_{\text{後}}L_{\text{後}} \Rightarrow$$

$$A_{\text{後}} = A \frac{L}{L_{\text{後}}}, \text{修正係數為}$$

$$E = \frac{FL}{A_{\text{後}}\Delta L} = \frac{FL_{\text{後}}}{A\Delta L},$$

使得楊氏係數變大一點而更趨向一穩定的值。並假設徑向與軸向的係數相等。



圖(三十五)

4.將內徑 8.0mm、厚度 1.0mm 但長度分別為 48.7cm、98.4cm、148.8cm 及內徑 8.0mm、厚度 2.0mm 長度 148.3cm 的矽膠管，求出楊氏係數並畫出關係圖，楊氏係數隨伸長量漸增趨向一穩定值，約略將楊氏係數小於 6.0MPa 取其平均，分別約為 5.41Mpa、5.48Mpa、5.47Mpa、5.28MPa，總平均約為 5.41 Mpa。

圖(三十六)

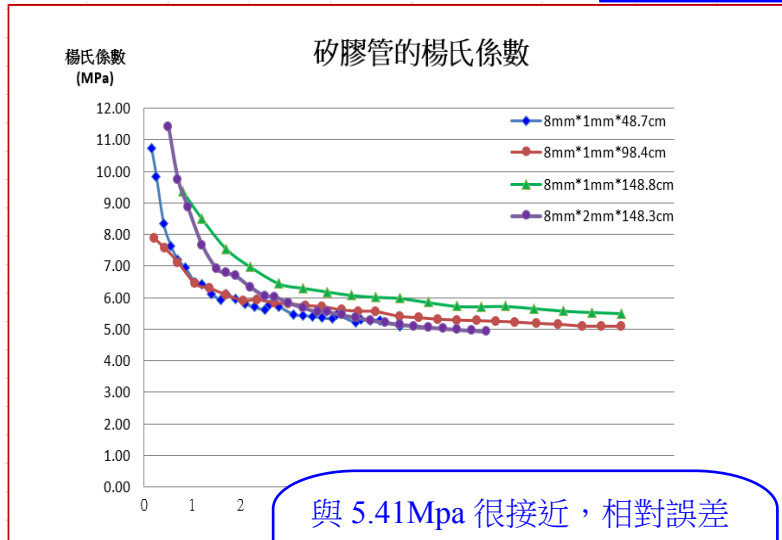
5.根據理論分析中得到彈性管

中的波速為 $v = \sqrt{\frac{E\delta}{\rho D}}$ ，在

18°C，利用內徑 8.0mm、厚度 1.0mm 測出的波速平均為 26.4m/s，代入上述公式

$$26.4 = \sqrt{\frac{E \times 1.0 \times 10^{-3}}{10^3 \times 8.0 \times 10^{-3}}}$$

$$\Rightarrow E = 5.56 \times 10^6 \text{ Pa} = 5.56 \text{ MPa}$$



與 5.41Mpa 很接近，相對誤差百分率為

$$\frac{5.56 - 5.41}{5.41} \times 100\% = 2.8\%$$

(二)不同材質的橡膠管之楊氏係數及其波速的測量

圖(三十七)

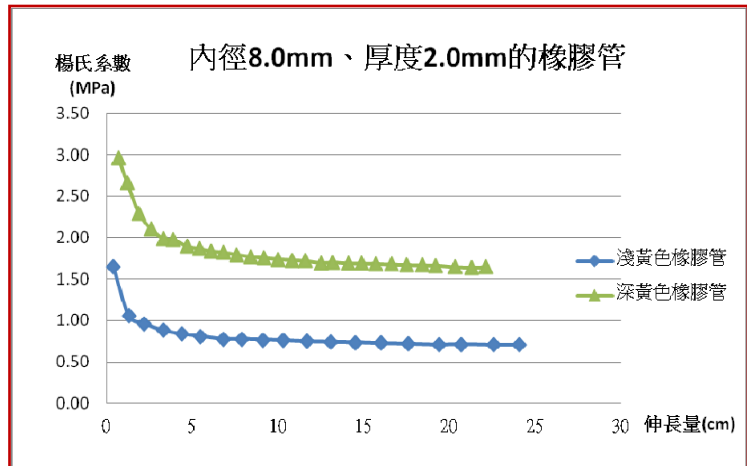
1.取不同材質的橡膠管，測量所承受砝碼重量及伸長量，並計算出楊氏係數作圖(三十七)。

2.在 18°C，分別測量兩種橡膠管的壓力波波速，的確可看出楊氏係數較大的橡膠管其波速較大，列表(九)。

從波速 $v = \sqrt{\frac{E\delta}{\rho D}}$ 的

式子可知 $v \propto \sqrt{E}$ ，在本實驗中

$$\frac{v_{\text{深}}}{v_{\text{淺}}} = \frac{17.0}{12.5} = 1.36, \text{ 而 } \sqrt{\frac{E_{\text{深}}}{E_{\text{淺}}}} = \sqrt{\frac{1.667}{0.686}} = 1.56, \text{ 有些誤差，但趨勢符合。}$$



	楊氏係數(Mpa)	波速(m/s)
淺黃色橡膠管	0.686	12.5
深黃色橡膠管	1.667	17.0

表(九)

陸、討論

一、討論不同管徑、厚度、材質但相同長度矽膠管之振盪頻率

(一)相同長度的矽膠管：管徑愈大，振盪頻率愈低。

表(十)

25°C	6.0mm*2.0mm			7.0mm*2.0mm			8.0mm*2.0mm		
管長(m)	週期(s)	頻率(Hz)	波速(m/s)	週期(s)	頻率(Hz)	波速(m/s)	週期(s)	頻率(Hz)	波速(m/s)
5.00	0.495	2.02	40.4	0.517	1.93	38.7	0.550	1.82	36.4
4.00	0.399	2.51	40.1	0.409	2.44	39.1	0.445	2.25	36.0
3.00	0.300	3.33	40.0	0.308	3.25	39.0	0.329	3.04	36.5
2.00	0.199	5.03	40.2	0.206	4.85	38.8	0.221	4.52	36.2

(二)相同長度的矽膠管：管壁厚度愈厚，振盪頻率愈高。

表(十一)

28°C	8mm*1mm			8mm*2mm		
管長(m)	週期(s)	頻率(Hz)	波速(m/s)	週期(s)	頻率(Hz)	波速(m/s)
5.00	0.775	1.29	25.8	0.559	1.79	35.8
4.00	0.600	1.67	26.7	0.448	2.23	35.7
3.00	0.458	2.18	26.2	0.331	3.02	36.3
2.00	0.315	3.17	25.4	0.223	4.48	35.9

(三)長度、內徑、厚度均相同的矽膠管與橡膠管：楊氏係數愈大，振盪頻率愈高。

17°C	8mm*2mm(矽膠管)			8mm*2mm(深黃橡膠管)			8mm*2mm(淺黃橡膠管)		
楊氏係數	5.275MPa			1.667MPa			0.686MPa		
管長(m)	週期(s)	頻率(Hz)	波速(m/s)	週期(s)	頻率(Hz)	波速(m/s)	週期(s)	頻率(Hz)	波速(m/s)
4.00	0.398	2.51	40.2	0.934	1.07	17.1	1.294	0.77	12.4
3.50	0.349	2.87	40.1	0.803	1.25	17.4	1.123	0.89	12.5
2.50	0.249	4.02	40.2	0.584	1.71	17.1	0.792	1.26	12.6

表(十二)

因為 $f = \frac{v}{4L} = \frac{1}{4L} \times \sqrt{\frac{E\delta}{\rho D}}$ ，而數據也顯示頻率受管子的幾何形狀及材質有關。

二、討論壓力波在充填流體的彈性管中傳遞時，壓力波在彈性體徑向上的串聯效應

在理論分析中得到一個有趣的式子，即 $\frac{1}{v^2 \rho} = \frac{1}{K} + \frac{1}{E \delta / D}$

$$\Rightarrow \frac{1}{K_{\text{等效}}} = \frac{1}{K_{\text{流體}}} + \frac{1}{K_{\text{彈性管}}}$$

流體與管的
等效係數

流體的體
彈性係數

管的結構與
楊氏係數

且 $v = \sqrt{\frac{K_{\text{等效}}}{\rho}}$ ，以下藉由一些數據來探討這個式子的應用性。

(一)應用在剛性管的水錘效應(引用參考資料二的數據)：水+剛性管(兩者彈性均影響波速)

水的體彈性係數為 $K_{\text{水}} = 2.2 \times 10^3 \text{MPa}$ ， $\rho_{\text{水}} = 1.0 \times 10^3 \text{kg/cm}^3$ ，銅管的楊氏係數

$E_{\text{銅}} = 7.0 \times 10^4 \text{MPa}$ ，管徑 $D = 22 \text{mm}$ 、管壁厚度 $\delta = 1.6 \text{mm}$ ，代入上式

$$\frac{1}{K_{\text{等效}}} = \frac{1}{2.2 \times 10^3} + \frac{1}{7.0 \times 10^4 \times 1.6 / 22} = \left(\frac{1}{2.2} + \frac{1}{5.1} \right) \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow K_{\text{等效}} = 1.54 \times 10^3 \text{MPa}，\text{所以水錘波速 } v = \sqrt{\frac{1.54 \times 10^3}{10^3}} \times 10^3 = 1240 \text{m/s}$$

可知在剛性管中，水的彈性及管的彈性均影響壓力波的波速。而聲波在自由的水域中所

傳遞的壓力波波速為 $v = \sqrt{\frac{K_{\text{水}}}{\rho_{\text{水}}}} = \sqrt{\frac{2.2 \times 10^3}{10^3}} \times 10^3 = 1483 \text{m/s}$ ，大於管中所傳遞的波速。

(二)應用在矽膠管的壓力波(引用本實驗的數據)：水+矽膠管(波速主要受管的彈性影響)

矽膠管的楊氏係數約為 $E = 5.56 \text{MPa}$ ，管壁厚度 $\delta = 2.0 \text{mm}$ 、管內徑 $D = 8.0 \text{mm}$ ，

$$\frac{1}{K_{\text{等效}}} = \frac{1}{2.2 \times 10^3} + \frac{1}{5.56 \times 2.0 / 8.0} = \frac{1}{2.2 \times 10^3} + \frac{1}{1.39} \approx \frac{1}{1.39} \quad (\text{忽略第一項})$$

$$\Rightarrow K_{\text{等效}} = 1.39 \text{MPa}，\text{所以壓力波波速約為 } v = \sqrt{\frac{1.39}{10^3}} \times 10^3 = 37.3 \text{m/s}$$

在本實驗的軟性矽膠管中，影響波速主要原因是來自管的結構與彈性。

(三)應用在高中實驗課程共鳴空氣柱的數據：水+玻璃管(波速主要受空氣的彈性影響)

由維基百科查得在標準狀態下，空氣的體彈性係數為 $K_{\text{空氣}} = 0.142\text{MPa}$ ，

$\rho_{\text{空氣}} = 1.293\text{kg/cm}^3$ ，玻璃管的楊氏係數 $E_{\text{玻璃}} = 7.2 \times 10^4\text{MPa}$ ，管徑 $D = 30.5\text{mm}$ 、

管壁厚度 $\delta = 2.0\text{mm}$ ，代入上式

$$\frac{1}{K_{\text{等效}}} = \frac{1}{0.142} + \frac{1}{7.2 \times 10^4 \times 2.0 / 30.5} = \frac{1}{0.142} + \frac{1}{0.472 \times 10^4} \approx \frac{1}{0.142}$$

$\Rightarrow K_{\text{等效}} = 0.142\text{MPa}$ ，可計算出 0°C 空氣柱的波速 $v = \sqrt{\frac{K_{\text{空氣}}}{\rho_{\text{空氣}}}} = \sqrt{\frac{0.142}{1.293}} \times 10^3 = 331 \text{ m/s}$

而 $t^\circ\text{C}$ 的 $v = \sqrt{\frac{K_{\text{空氣}}}{\rho_{\text{空氣}}} \times (1 + \frac{1}{273} t)} = 331 \times (1 + \frac{1}{273} t)^{\frac{1}{2}} \approx 331 + \frac{331}{2 \times 273} t = 331 + 0.6t \text{ m/s}$

所以空氣柱形成駐波的波速與自由空間中傳遞的波速幾乎相同，玻璃管幾乎不影響波速。

(四)驗證實驗：在矽膠管的空氣柱形成駐波時，波速是否仍符合 $(331 + 0.6t) \text{ m/s}$ ？

1. 由維基百科查得在標準狀態下，空氣的體彈性係數為 $K_{\text{空氣}} = 0.142\text{MPa}$ ，

$\rho_{\text{空氣}} = 1.293\text{kg/cm}^3$ ，實驗中得到矽膠管的楊氏係數 $E_{\text{矽膠管}} = 5.56 \times 10^4\text{MPa}$ ，使用管徑

$D = 8.0\text{mm}$ 、管壁厚度 $\delta = 2.0\text{mm}$ ，代入上式

$$\frac{1}{K_{\text{等效}}} = \frac{1}{0.142} + \frac{1}{5.56 \times 2.0 / 8.0} = \frac{1}{0.142} + \frac{1}{1.39}$$

$\Rightarrow K_{\text{等效}} = 0.129\text{MPa}$ ，所以 0°C 空氣柱的波速 $v = \sqrt{\frac{K_{\text{等效}}}{\rho_{\text{空氣}}}} = \sqrt{\frac{0.129}{1.293}} \times 10^3 = 316 \text{ m/s}$

計算所得的數值明顯小於 331m/s ，波速受空氣的彈性及管的彈性、結構影響。

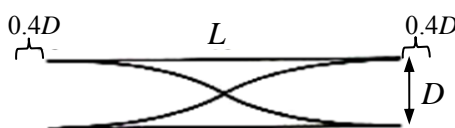
2. 設計實驗證明矽膠管形成駐波時，其波速小於(331+0.6 t) m/s。

(1)取長度均為 50.0cm 的鋁管、壓克力管、矽膠管，利用手機下載測量頻率的工具(App：insTuner)，對管口吹氣，使其發出穩定的聲音，重覆 10 次以上，求其平均頻率。

(2)因為兩端為開管，形成駐波的基頻時滿足管長 $L = \frac{\lambda}{2}$ ，代入 $v = f\lambda = f \times 2L$ ，可計算出波速，波速算出來似乎比預期小，因此考慮管口的修正量。

1860 年 H. von Helmholtz 提出聲音在開口端的反射位置不會剛好在管子邊緣，而是向外延伸 0.4D 的位置，D 為管的內徑，所以

修正波速為 $v = f\lambda = f \times 2(L + 0.8D)$



以下為 28°C，所測得的結果

長度 50.0cm	管內徑*厚度	平均 10 次的頻率(Hz)	波速 (m/s)	波長修正後的波速(m/s)
鋁管	20mm*1.0mm	340	340	351
壓克力管	20mm*1.0mm	339	339	350
矽膠管	8.0mm*1.0mm	328	328	332
矽膠管	8.0mm*2.0mm	332	332	336
矽膠管	12.0mm*2.0mm	330	330	336

波速明顯較小
表(十三)

(3) 28°C時聲波的理论值为 $v = 331 + 0.6 \times 28 = 348 \text{ m/s}$ ，可知鋁管與壓克力管屬於剛性管，空氣柱形成駐波時，波速由空氣的彈性決定，故實驗數值與理論值較為接近。但矽膠管內的空氣柱形成駐波時，波速由兩者的彈性決定，有串聯效應 $\frac{1}{K_{\text{等效}}} = \frac{1}{K_{\text{空氣}}} + \frac{1}{K_{\text{矽膠管}}}$ ，故測得的波速明顯小於(331+0.6 t) m/s，雖然無法找到與鋁管相同管徑的矽膠管，但由理論分析可知當管徑更大時，波速會更小於(331+0.6 t) m/s。

(4)小結：壓力波在充填流體的管中傳遞時，波速受到流體的彈性與管的彈性的串聯效應。

水錘	水 + 剛性管	$\frac{1}{K_{\text{等效}}} = \frac{1}{K_{\text{水}}} + \frac{1}{K_{\text{剛性管}}}$	波速由兩者決定
本實驗	水 + 矽膠管	$\frac{1}{K_{\text{等效}}} = \cancel{\frac{1}{K_{\text{水}}}} + \frac{1}{K_{\text{矽膠管}}}$	波速主要由管決定
共鳴空氣柱	空氣 + 剛性管	$\frac{1}{K_{\text{等效}}} = \frac{1}{K_{\text{空氣}}} + \cancel{\frac{1}{K_{\text{剛性管}}}}$	波速主要由空氣決定
驗證實驗	空氣 + 矽膠管	$\frac{1}{K_{\text{等效}}} = \frac{1}{K_{\text{空氣}}} + \frac{1}{K_{\text{矽膠管}}}$	波速由兩者決定

表(十四)

三、水中摻雜溶質對壓力波波速的影響

(一) 摻雜氣泡對波速的影響

本實驗在進行中因為使用針頭插入矽膠管有時會出現氣泡，當注射水柱時，可以很清楚的觀察到氣泡來回振盪，為了實驗的一致性，必須調整到看不到氣泡才做實驗，但對於氣泡所造成的影響做了一個驗證實驗，將氣泡刻意加入水管中，但無法明確的量化，只能作簡單的比較如下表，可知氣泡的產生會影響壓力波傳遞的速度，使其變小。利用壓力波波速的公式來分析，

$$\frac{1}{v^2 \rho} = \frac{1}{K} + \frac{1}{E\delta / D}$$

K 為液體的體積彈性係數，對水而言一般為 $2.2 \times 10^3 \text{ MPa}$ ，但摻雜了氣泡後，增加其可壓縮性， K 值明顯變小，波速也跟著變小了。

15°C	8.0mm*1.0mm*2.50m			
次數	無氣泡的振盪時間	波速 (m/s)	有氣泡的振盪時間	波速 (m/s)
1	0.376	26.6	0.404	24.8
2	0.382	26.2	0.396	25.3
3	0.384	26.0	0.402	24.9
4	0.378	26.5	0.399	25.1
	平均波速	26.3	平均波速	25.0

表(十五)

(二) 摻雜溶質(鹽水)對波速的影響

從彈性係數的串聯公式中可以觀察到水管中液體的密度對波速會有影響，因此配製鹽水的測試實驗，利用比重計可得到調配出的鹽水密度為 1.095 g/cm^3 ，比較內徑 9.0mm、厚度 2.0mm、長度 2.50m 的矽膠管分別裝入水及鹽水後，利用駐波模型計算波速 $v = \frac{4L}{T}$

9.0mm*2.0mm*250cm(純水)			9.0mm*2.0mm*250cm(鹽水)		
溫度(°C)	週期(s)	波速(m/s)	溫度(°C)	週期(s)	波速(m/s)
16	0.245	40.8	16	0.258	38.8
16	0.249	40.2	16	0.259	38.6
平均波速		40.5	平均波速		38.7

表(十六)

因為水和鹽水的體彈性係數相差無幾，在 $\frac{1}{v^2 \rho} = \frac{1}{K} + \frac{1}{E\delta / D}$ 式中， $\frac{1}{K}$ 可忽略，故

波速近似為 $v = \sqrt{\frac{E\delta}{\rho D}}$ ，波速與密度的關係為 $v \propto \frac{1}{\sqrt{\rho}}$ ，實驗數據可得，兩者波速比

為 $\frac{v_{\text{水}}}{v_{\text{鹽水}}} = \frac{40.5}{38.7} = 1.047$ ，而液體密度的根號比為 $\sqrt{\frac{\rho_{\text{鹽水}}}{\rho_{\text{水}}}} = \sqrt{\frac{1.095}{0.996}} = 1.049$ ，兩者比值

十分接近。

四、本實驗的應用與展望

(一)利用簡易的實驗操作即可求出波速：文獻中有些實驗是利用矽膠管與橡膠管來模擬動脈彈性對脈波波速的影響，以脈聲儀系統檢測動脈硬化時波速的變化，以管長某兩點的間距除以脈聲感測儀所測得之時間差，求出波速。本實驗將測量液體的壓力變化的感測器改裝成測量氣體的壓力變化，可以巨觀的看到密閉氣柱內，水面高度上升下降的明顯變化，並假設此為高中課程中的駐波基頻的週期 $T = \frac{4L}{v}$ ，經由實驗數據的穩定性可支持這種推論，利用這簡單的公式及簡易的實驗操作方式即可求出波速 $v = \frac{4L}{T}$ ，可以得到和別人藉由複雜又昂貴的實驗器材下所產生相近的實驗效果。

(二)可輕易求得楊氏係數：因為波速十分簡易即可求得，利用 $v = \sqrt{\frac{E\delta}{\rho D}}$ ，則便可輕易求得楊氏係數為 $E = \frac{v^2 \rho D}{\delta}$ ，所計算出的數值十分接近利用拉伸法測量的結果(數量級完全正確)，因矽膠管會彎曲，伸長量的測量容易有誤差。

(三)未來展望

- 1.本實驗主要是以水為充填物質，探討壓力波在彈性管中的振盪效應，未來希望可以針對管子彎曲、管的兩端有高度差，或者是管子接上分支所造成的影響，也可探討衰減的振幅、衰減功率....等，甚至設計流動的循環系統，但突然輸入一個壓力波，其振盪效應又有何不同？希望藉由不同的面向，能更加了解壓力波傳遞的物理現象。
- 2.本實驗可以模擬血管的基本物理性質，例如血管內側堆疊油脂、血液的濃稠度、血管硬化、血管瘤等對血液壓力波波速的影響。

柒、結論

一、壓力波在充填流體的彈性管中，其傳遞機制可視為徑向串聯的彈性體所傳遞的波動

(一)由理論分析整理後，可得 $\frac{1}{v^2 \rho} = \frac{1}{K} + \frac{1}{E\delta / D} \Rightarrow \frac{1}{K_{\text{等效}}} = \frac{1}{K_{\text{流體}}} + \frac{1}{K_{\text{彈性管}}}$

且 $v = \sqrt{\frac{K_{\text{等效}}}{\rho_{\text{流體}}}}$ ，表示流體在徑向與彈性管有串聯的效應。

(二)因為本實驗的彈性係數 $K_{\text{水}}$ 遠大於 $K_{\text{矽膠管}}$ ，故壓力波的波速可近似為 $v = \sqrt{\frac{E\delta}{\rho D}}$ 。

二、藉由駐波模式的波速公式 $v = \frac{4L}{T}$ ，發現固定管徑及厚度的彈性管，其管長與振盪時間幾乎成正比，計算出的波速一致性很高，增加本實驗的可信度。

三、本實驗探討不同變因對矽膠管壓力波波速的影響

(一)矽膠管的長度與其振盪週期幾乎成正比，但不影響壓力波的波速。

(二)水溫愈低，彈性管的楊氏係數較大，壓力波波速愈大。

(三)管壁較厚壓力波波速較大。

(四)管徑愈小壓力波波速愈大。

四、彈性管的彈性係數受長度及截面積影響，探討其楊氏係數更能代表材料的性質

(一)利用拉伸法求出楊氏係數 $E = \frac{FL}{A\Delta L}$ ，與利用波速公式求出的楊氏係數 $E = \frac{v^2 \rho D}{\delta}$ ，

兩者數值相當接近。

(二)不同材質的橡膠管，所測得的楊氏係數愈大，波速也愈大。

五、高中課本提到當管子內的空氣柱形成駐波時，其振盪頻率與管長及聲速(331+0.6t)m/s 有關，並未提到管子結構或材料性質對其有何影響，本實驗提出管中充填流體時，波速受流體的彈性及管的彈性與結構所影響，實驗數據的確顯示相同長度鋁管與矽膠管，其發出聲音的頻率並不相同，矽膠管內的波速明顯小於(331+0.6t)m/s，故空氣柱共鳴的頻率確實受到管徑、厚度、材質的影響。

捌、參考資料及其他

- 一、高級中學選修物理(上) 傅昭銘、陳義裕等著 南一書局
- 二、基於 CFX 的輸水管到水錘現象的數值研究 楊成 中國科技論文
<http://www.paper.edu.cn/download/downPaper/201305-320> -
- 三、第九章 水電站的水錘及調節保證計算 百度文庫
<http://wenku.baidu.com/view/3f7f22e881c758f5f61f67a9.html>
- 四、水工建築學第十四章水電站的水錘 沈長松 電子教案
<http://resource.jingpinke.com/details?uuid=ff808081-26266a59-0126-266a619c-02f8&objectId=oid:ff808081-26266a59-0126-266a619d-02f9>
- 五、管內流體壓力波傳遞速度的實驗測量及特性研究 百度文庫
<http://wenku.baidu.com/view/71fb47040740be1e640e9a05.html>
- 六、脈波速測量與動脈彈性模數技術之開發設計與模擬實驗分析 尤芳恣、林佳靜、蔡章立
- 七、以動脈訊號鑑別軟管特性之可行性研究 金強生 台北科技大學
<http://www.cc.ntut.edu.tw/ir/2011OK/27/ntut-100-96618024-1.pdf>
- 八、矽膠管的楊氏係數 <http://www.matweb.com/search/DataSheet.aspx?MatGUID=cbe7a469897a47eda563816c86a73520>
- 九、維基百科—共鳴 http://en.wikipedia.org/wiki/Acoustic_resonance

【評語】 040105

作者對不同材質、不同尺寸、不同的溫度下筒狀管對由聲波所造成的駐波做了頗為詳盡分析，理論推導與實驗數據的解釋都能切中要點。邏輯推演上表現自信。在做比較時應注意，不同的邊界條件下，所量得的聲度原本就不同。整體而言，本作品在實驗數據與理論的推導詳實，均與課本教材符合。如果能再超越書本的教材，例如探討徑向楊氏系數所造成的影響，就更為生動有趣。