

中華民國 第 50 屆中小學科學展覽會  
作品說明書

---

國小組 數學科

080403

五方連塊之乾坤大挪移武功祕笈

學校名稱：南投縣草屯鎮平林國民小學

作者：	指導老師：
小四 賴韻如	陳明珠
小四 莊芳儀	李美儀
小四 黃雅琳	
小四 田丞晏	
小四 陳義翔	

關鍵詞：幾何圖形、等積異形、對稱

# 五方連塊之乾坤大挪移武功秘笈

## ◎、摘要

五方連塊組成的『變化圖形』共有十二組。每個圖形的角數=邊數=頂點數。圖中每出現一個『L』形缺口則邊數+2，圖中每出現一個『凹』形缺口則邊數要+4。

五方連塊 12 組圖形中，『線對稱圖形』有 I、C、T、V、X 和 W；非線對稱圖形有 L、y、P、Z、N 和 F。『點對稱圖形』有 I、X 和 Z 三組；非點對稱圖形有 L、y、P、C、T、V、N、F 和 W。

五方連塊的 12 組圖形中，P 有 10 個單位長，其他圖形則則有 12 個單位長。面積相同而形狀不同的圖形，簡稱為『等積異形』。

12 組圖形每次挪動一塊太陽鏡片後可變成另組圖形，其可變成的圖形組數共有 2 組、4 組、8 組、9 組和 10 組五種。

五方連塊圖形的『接龍』與各圖形的可變性有關，利用各圖形之間的相關性進行順時鐘、逆時鐘都通順的迴圈。

一個完整的『老鼠洞』要用 8 個單位圍邊框。但受限於五方連塊圖形之限制，還得考慮五方連塊十二組不同的圖形變化。實地操作後，可以排出第 13 個洞的老鼠洞喔。

## 壹、研究動機

最近看見同學在玩魔術金字塔，一下課就拿著立體塑膠球動腦拼組各種圖形。看見大家絞盡腦汁拼組魔術金字塔的遊戲，讓我們也想挑戰、挑戰。所以便以平面的五方連塊為材料，從了解五方連塊的基本變化圖形著手，找出其線對稱、點對稱、面積與周長關係，並試著以五方連塊的變化圖形進行數學闖關遊戲（指定圖形、圖形接龍、老鼠洞）。



## 貳、研究目的

- 一、 找出五方連塊的**變化圖形**。
- 二、 探討五方連塊變化圖形之**角、邊、頂點**關係。
- 三、 探討五方連塊圖形的**線對稱**關係。
- 四、 探討五方連塊圖形的**點對稱**關係。
- 五、 探討五方連塊圖形的**面積和周長**關係。
- 六、 五方連塊武功祕笈-1 乾坤大挪移**圖形變變變**之探討(小循環)。
- 七、 五方連塊武功祕笈-2 圖形**接龍**之探討(大循環)。
- 八、 五方連塊武功祕笈-3 **圖形拼盤**之探討。
- 九、 五方連塊武功祕笈-4 **老鼠動遊戲**之探討。

## 參、研究器材



童玩：黃金魔術金字塔。



童玩：黃金魔術金字塔。



童玩：立體五方連塊。



太陽鏡片組成的五方連塊。

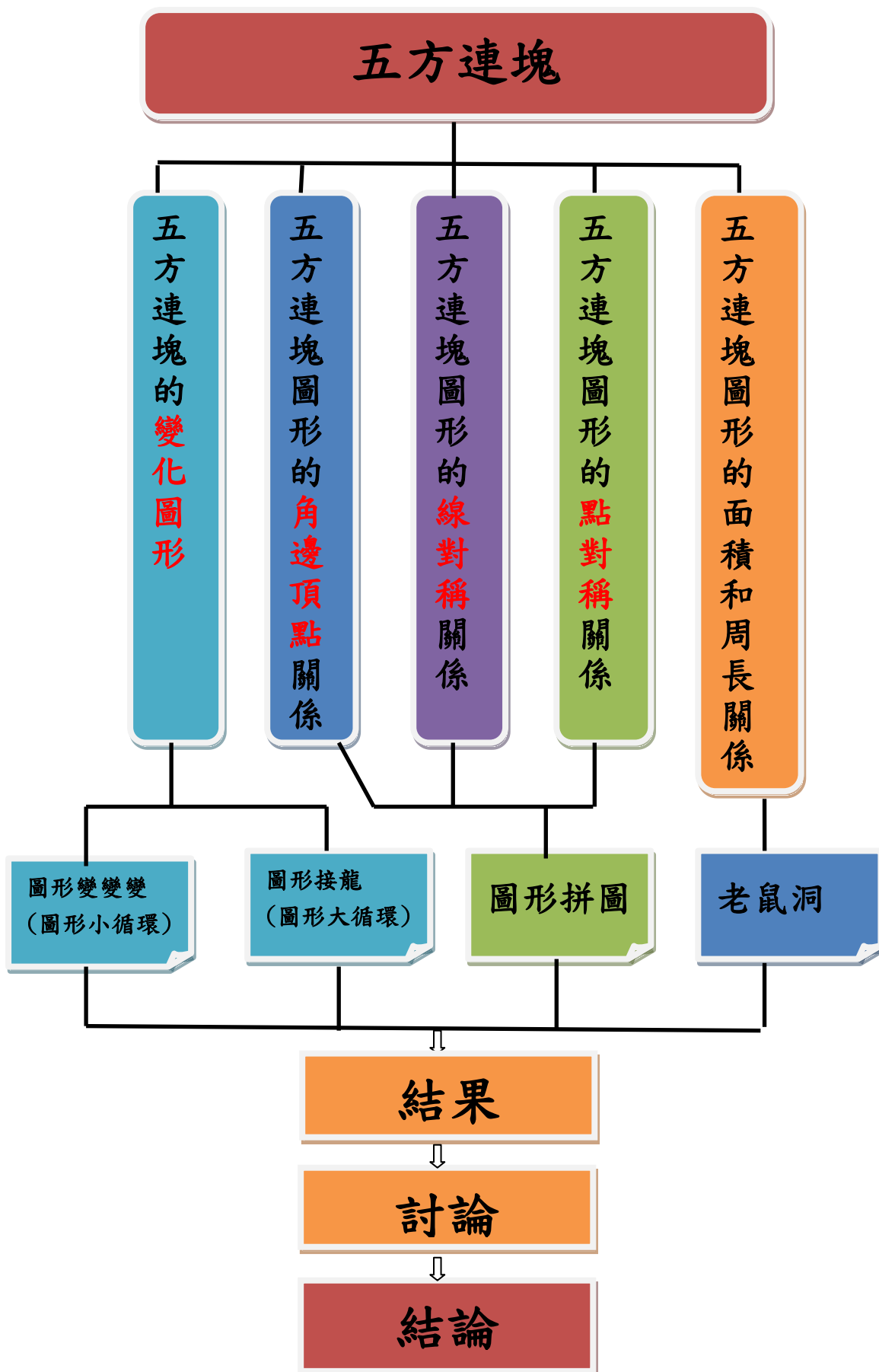
筆記型電腦。

數位相機。

塑膠太陽鏡片。。

透明膠帶。

## 肆、研究架構與流程



## 伍、研究過程與方法




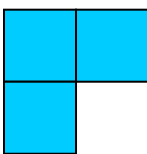

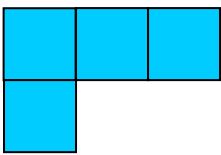
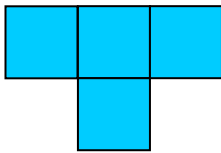
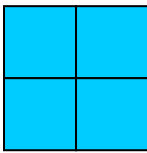
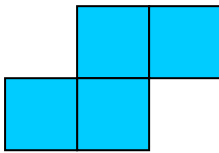

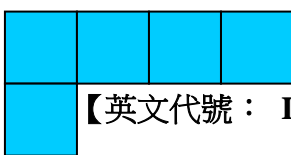
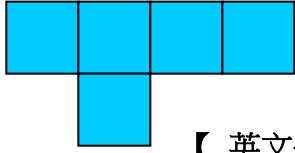
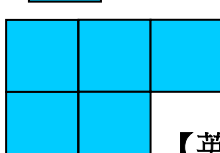
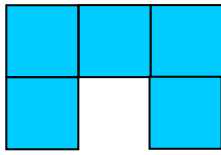
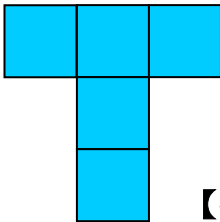
研究一、找出一方到五方連塊的變化圖形。

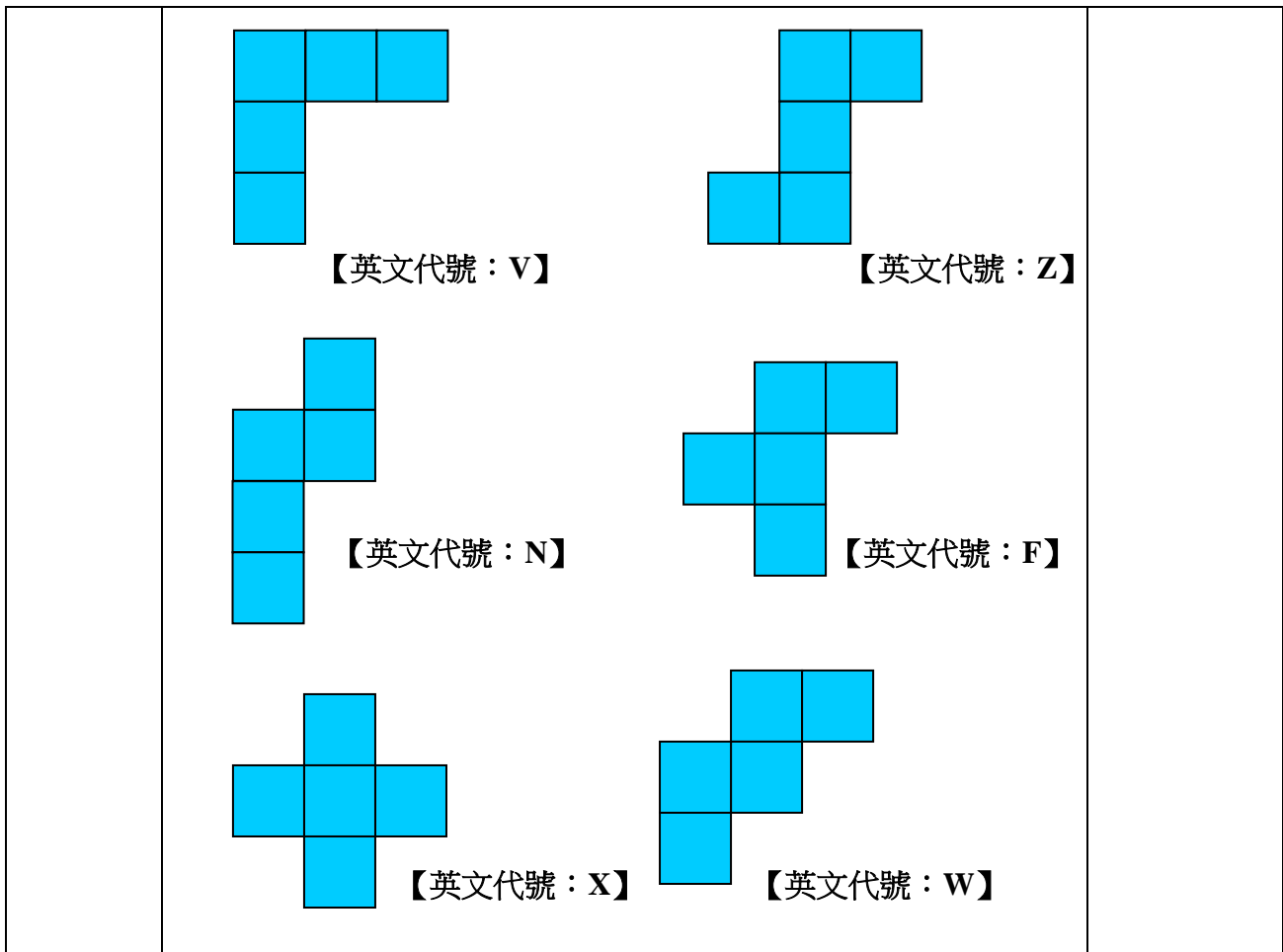
### 一、方法

(一) 用正方形太陽鏡片排列組合，相連的每一邊要完全貼合並對齊，其中經由旋轉、翻轉後相似的圖形，都算是同一種圖形。

(二) 逐一排列、比對，找出相關圖形及組數。

### 二、結果

	變化圖形	組數
一方塊		1 組
二連方塊		1 組
三連方塊	 	2 組
四連方塊	    	5 組
五連方塊	     	12 組



### 三、討論

- (一) 五方相連時，五方都排在第一層的方式有一組圖形（與五方相連堆疊成五層的圖形完全相同）；五方分成兩層相連堆疊的圖形，經旋轉、翻轉後捨棄完全相同的圖形後，只剩下五組；五方分成三層相連堆疊的圖形，經旋轉、翻轉後捨棄完全相同的圖形後剩下六組；五方分成四層相連堆疊的圖形，經旋轉、翻轉後捨棄完全相同的圖形後剩下零組(形成的圖形與兩層堆疊的圖形相同)；。因此，五方連塊組成的變化圖形  $1+5+6=12$  共有十二組。
- (二) 為了方便圖形的辨識與溝通，我們依圖形的外觀取相近的英文代號：C、F、I、L、N、P、T、V、W、X、y、z。

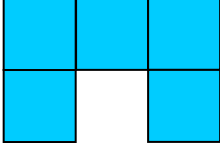
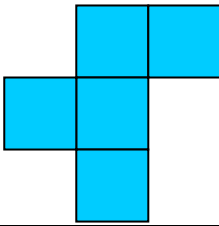
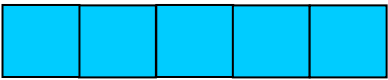
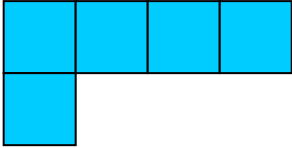
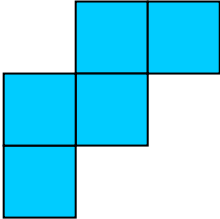
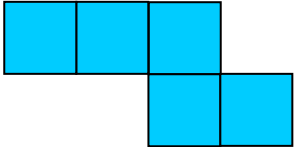
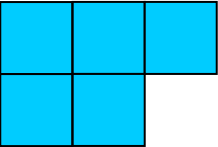
研究二、探討五方連塊變化圖形之角、邊、頂點關係。

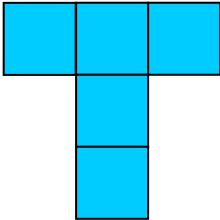
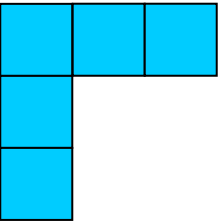
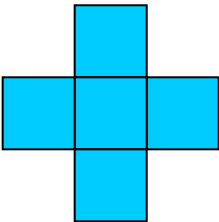
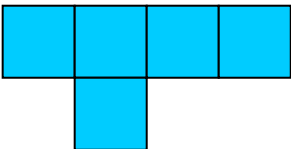
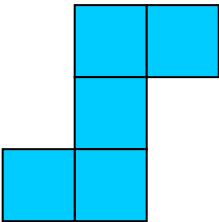
一、方法

(一) 複習數學課本上基本的角、邊、頂點概念。

(二) 用操作點算的方式，逐一算出五方連塊 12 組圖形的角數、邊數及頂點數。

二、結果

五方連塊變化圖形	角數	邊數	頂點數	角數、邊數、頂點數
<b>C</b> 	8	8	8	長方形邊數+凹形缺口邊數 $4 + 4 = 8$
<b>F</b> 	10	10	10	正方形邊數+L形缺口邊數 $4 + (2 \times 3) = 10$
<b>I</b> 	4	4	4	長方形邊數+缺口邊數 $4 + 0 = 4$
<b>L</b> 	6	6	6	長方形邊數+L形缺口邊數 $4 + 2 = 6$
<b>W</b> 	10	10	10	正方形邊數+L形缺口邊數 $4 + (2 \times 3) = 10$
<b>N</b> 	8	8	8	長方形邊數+L形缺口邊數 $4 + (2 \times 2) = 8$
<b>P</b> 	6	6	6	長方形邊數+L形缺口邊數 $4 + 2 = 6$

T		8	8	8	正方形邊數+L形缺口邊數 $4 + (2 \times 2) = 8$
V		6	6	6	正方形邊數+L形缺口邊數 $4 + 2 = 6$
X		12	12	12	正方形邊數+L形缺口邊數 $4 + (2 \times 4) = 12$
y		8	8	8	長方形邊數+L形缺口邊數 $4 + (2 \times 2) = 8$
Z		8	8	8	正方形邊數+L形缺口邊數 $4 + (2 \times 2) = 8$

### 三、討論

- (一) 經由操作、點算的方式發現，每一個圖形的角數=邊數=頂點數。
- (二) 經由操作、點算發現，五方連塊 12 組圖形的邊數（角數、頂角數）共有 4 邊形、6 邊形、8 邊形、10 邊形、12 邊形五種。
- (三) 其中，4 邊形的有圖形 I 一個；6 邊形的有圖形 L、P、V 三個；8 邊形的有圖形 C、N、T、y、Z 五個；10 邊形的有圖形 F、W 二個；12 邊形的有圖形 X 一個。
- (四) 經由整理歸納後發現，長方形或正方形都是四邊形，有四個角、四個邊、四個頂點；將五方連塊圖形劃上虛線成長方形或正方形時，圖中每出現一個『L』形缺口則邊數+2，出現兩個『L』形缺口則邊數+2x2，出現三個『L』形缺口則邊數+2x3；圖中每出現一個『凹』形缺口則邊數要+4。

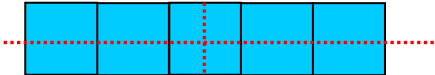
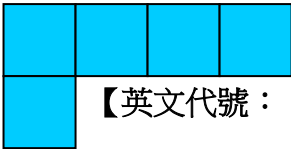
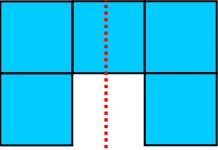
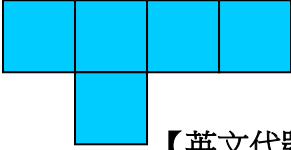
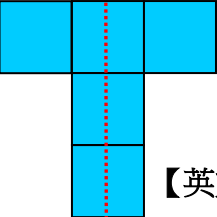
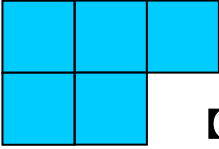
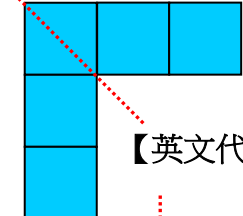
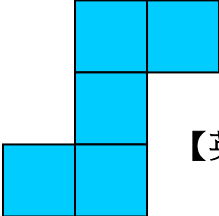
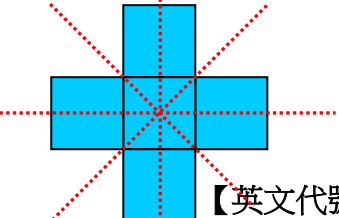
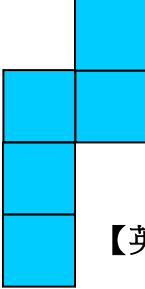
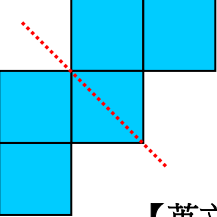
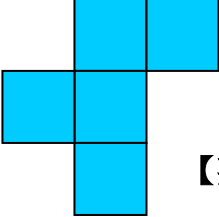


研究三、探討五方連塊圖形的線對稱關係。

一、方法

- (一) 利用色紙左右、上下或對角線對摺，摺出左右、上下或對角線完全相疊的圖形及對稱軸。
- (二) 利用(一)的概念，用直尺當對稱軸，找出五方連塊 12 組圖形中，線對稱圖形及非線對稱圖形。

二、結果

是線對稱圖形	非線對稱圖形
 <p>【英文代號：I】</p>	 <p>【英文代號：L】</p>
 <p>【英文代號：C】</p>	 <p>【英文代號：y】</p>
 <p>【英文代號：T】</p>	 <p>【英文代號：P】</p>
 <p>【英文代號：V】</p>	 <p>【英文代號：Z】</p>
 <p>【英文代號：X】</p>	 <p>【英文代號：N】</p>
 <p>【英文代號：W】</p>	 <p>【英文代號：F】</p>
線對稱圖形共 6 組	非線對稱圖形共 6 組

### 三、討論

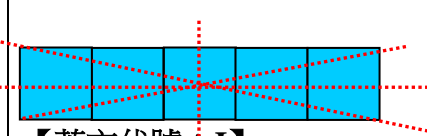
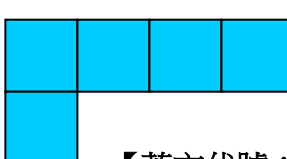
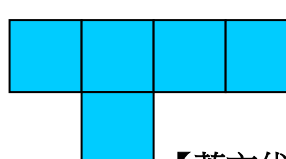
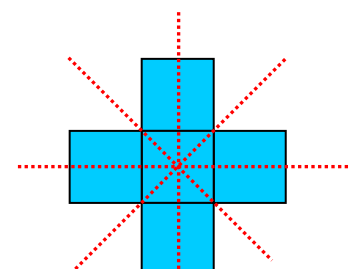
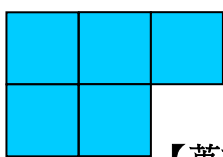
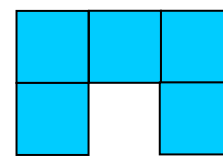
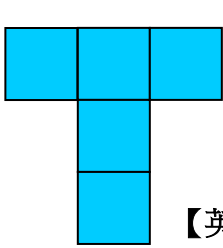
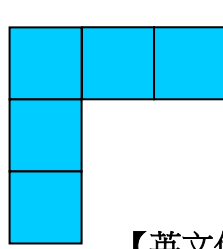
(一) 操作後發現，五方連塊 12 組圖形中，**線對稱圖形**有 I、C、T、V、X 和 W 六組；非線對稱圖形有 L、y、P、Z、N 和 F。

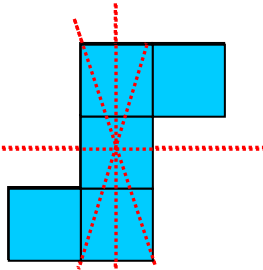
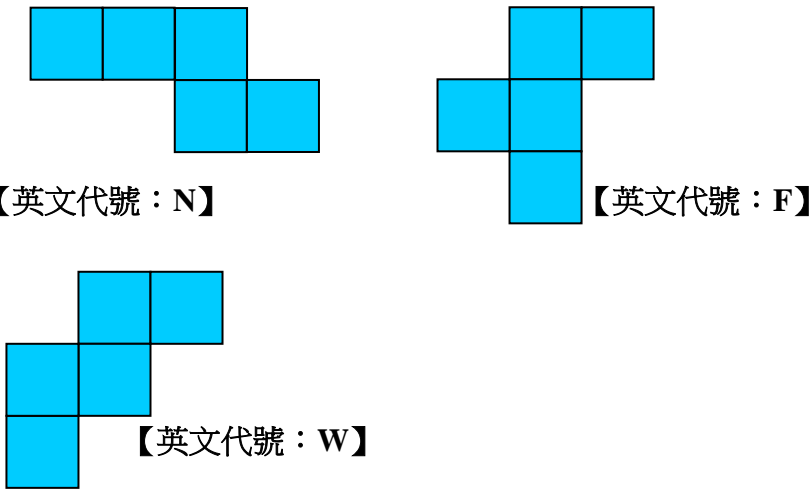
### 研究四、探討五方連塊圖形的點對稱關係。

#### 一、方法

- (一) 利用色紙左右、上下或對角線對摺，摺出左右、上下或對角線的圖形，然後用剪刀從中剪開，將其中一半的圖形旋轉 180 度後，與另一半圖形重疊，找出點對稱圖形。
- (二) 利用（一）的概念，用直尺當對稱軸，找出五方連塊 12 組圖形中，點對稱圖形及非點對稱圖形。

#### 二、結果

是點對稱圖形	非點對稱圖形	
 <p>【英文代號：I】</p>	 <p>【英文代號：L】</p>	 <p>【英文代號：y】</p>
 <p>【英文代號：X】</p>	 <p>【英文代號：P】</p>	 <p>【英文代號：C】</p>
	 <p>【英文代號：T】</p>	 <p>【英文代號：V】</p>

 <p>【英文代號：Z】</p>	 <p>【英文代號：N】</p> <p>【英文代號：W】</p> <p>【英文代號：F】</p>
<p>點對稱圖形共 3 組</p>	<p>非點對稱圖形共 9 組</p>

### 三、討論

(一) 操作後發現，五方連塊 12 組圖形中，點對稱圖形有 I、X 和 Z 三組；非點對稱圖形有 L、y、P、C、T、V、N、F 和 W 共九組。


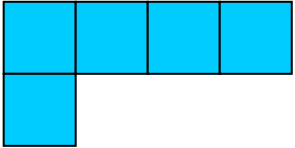
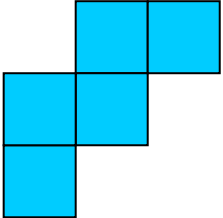
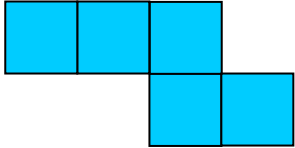
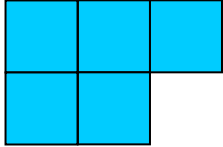
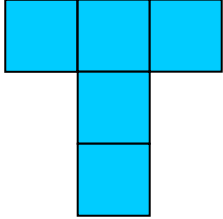
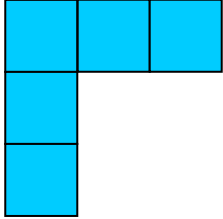
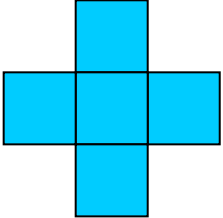
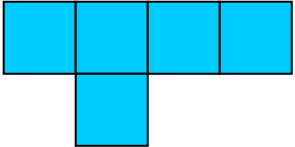
### 研究五、探討五方連塊圖形的面積和周長關係。

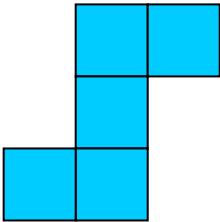
#### 一、方法

- (一) 先用畫記的方式，逐一算出五方連塊 12 組圖形的面積及周長。
- (二) 畫上虛線，用平移的方式，將不規則的五方連塊圖形，想像成規則的長方形及正方形，然後套用長方形及正方形的周長公式，快速的求出不規則的五方連塊圖形的周長。
- (三) 遇到有凹字型的圖形，則每個凹處+2 即可。

#### 二、結果

五方連塊變化圖形	面積	周長	備註
<p>C</p> 	<p>5</p>	<p>12</p>	<p><math>(3+2) \times 2 + 2 = 12</math> 當成 3x2 的長方形</p>
<p>F</p> 	<p>5</p>	<p>12</p>	<p><math>3 \times 4 = 12</math> 當成 3x3 的正方形</p>

I		5	12	$(5+1) \times 2 = 12$ 當成 5×1 的長方形
L		5	12	$(4+2) \times 2 = 12$ 當成 4×2 的長方形
W		5	12	$3 \times 4 = 12$ 當成 3×3 的正方形
N		5	12	$(4+2) \times 2 = 12$ 當成 4×2 的長方形
P		5	10	$(3+2) \times 2 = 10$ 當成 3×2 的長方形
T		5	12	$3 \times 4 = 12$ 當成 3×3 的正方形
V		5	12	$3 \times 4 = 12$ 當成 3×3 的正方形
X		5	12	$3 \times 4 = 12$ 當成 3×3 的正方形
y		5	12	$(4+2) \times 2 = 12$ 當成 4×2 的長方形

<b>Z</b> 	<b>5</b>	<b>12</b>	$3 \times 4 = 12$ 當成 3x3 的正方形
---	----------	-----------	----------------------------------

### 三、討論

- (一) 五方連塊的 12 組圖形中，雖然都是由五塊面積相等的正方形太陽鏡片組成，但是排列組合的方式不同，因而周長有不同的變化。其中圖形 **P** 有 10 個單位長，其他圖形則則有 12 個單位長。
- (二) 面積相同而形狀不同的圖形，簡稱為『等積異形』。

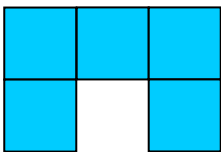
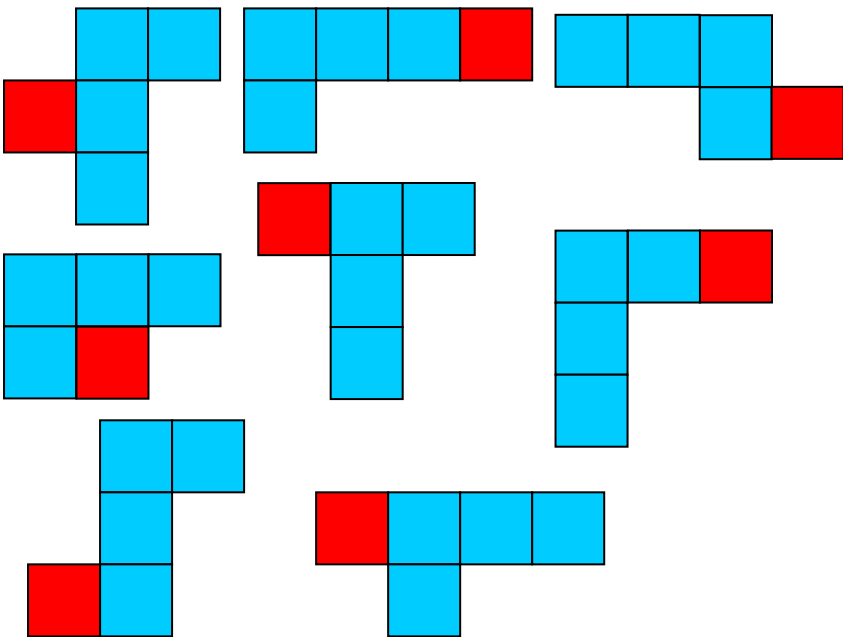
### 研究六、五方連塊武功祕笈-1 乾坤大挪移圖形變變變之探討。

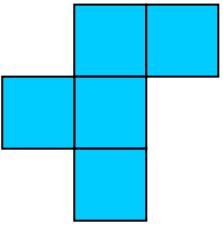
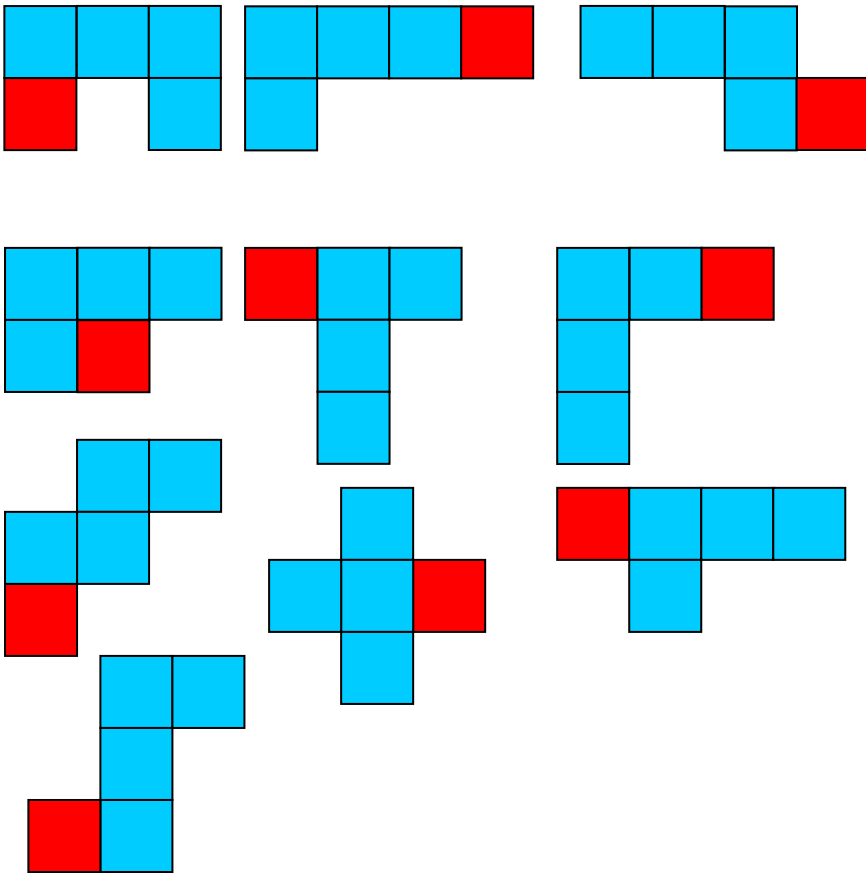
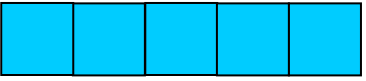
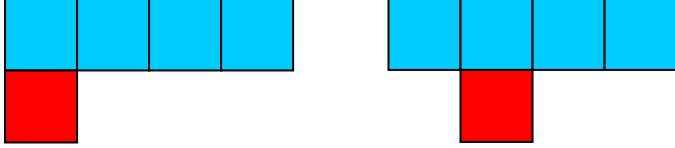
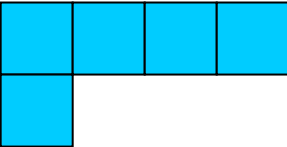
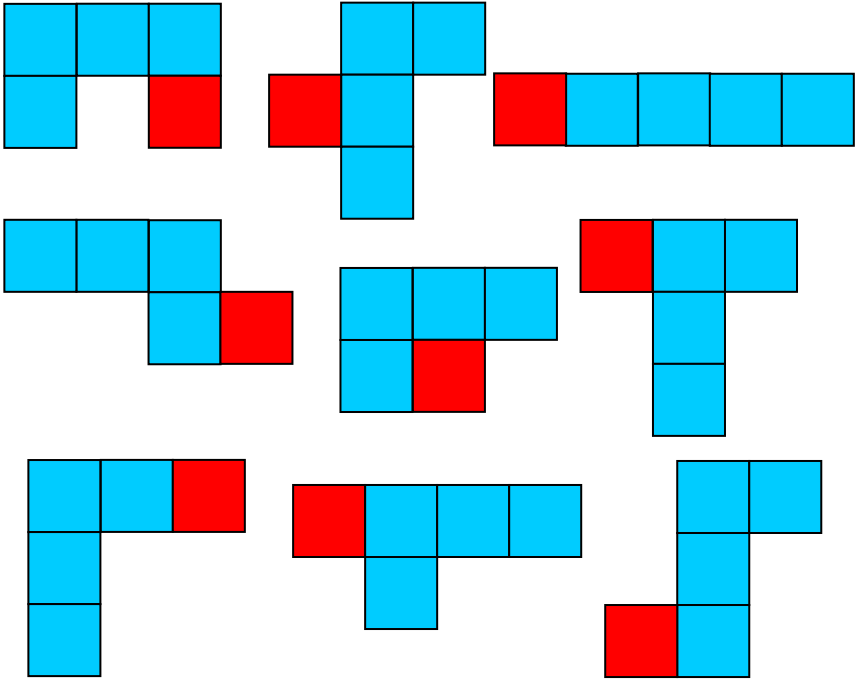
#### 一、方法

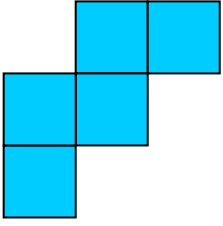
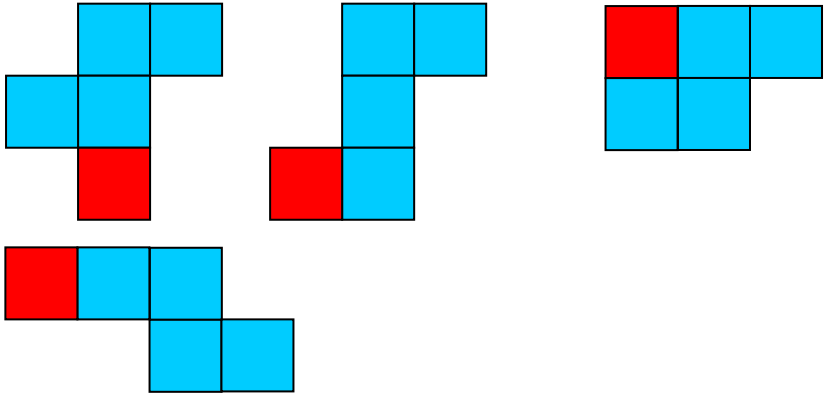
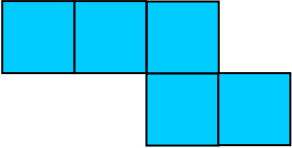
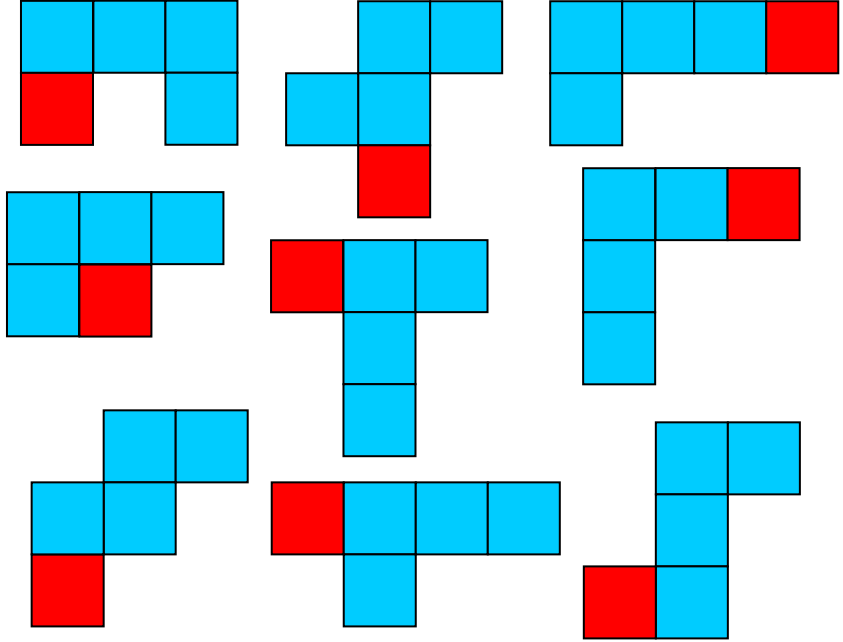
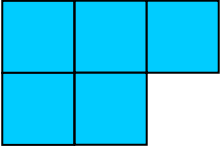
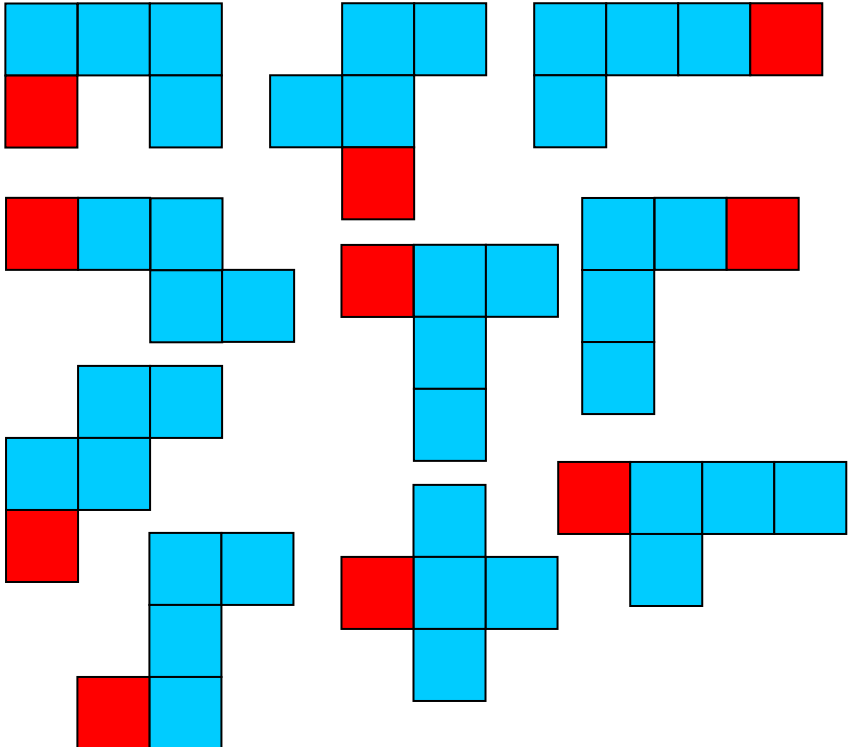
- (一) 挪動一塊太陽鏡片，將圖形變成不同的圖形。
- (二) 分別以 C、F、I、L、N、P、T、V、W、X、y、Z 十二組圖形為主角，然後每次挪動一片太一鏡片，變出其他不同的圖形。

#### 二、結果

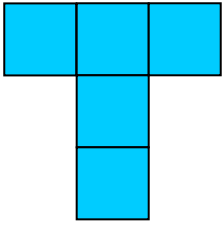
- (一) 五方連塊圖形乾坤大挪移。

五方連塊變化圖形	挪動一塊太陽鏡片後圖形變變變
<b>C</b>  挪動一塊太陽鏡片後 可變成 8 組圖形	

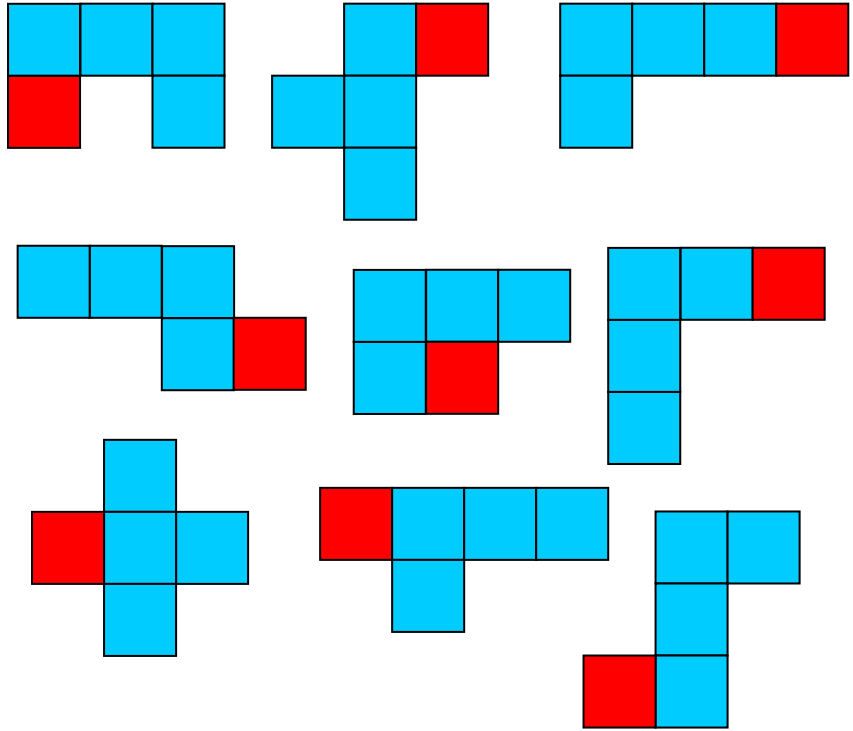
<p><b>F</b></p>  <p>挪動一塊太陽鏡片後 可變成 10 組圖形</p>	
<p><b>I</b></p>  <p>挪動一塊太陽鏡片後 可變成 2 組圖形</p>	
<p><b>L</b></p>  <p>挪動一塊太陽鏡片後 可變成 9 組圖形</p>	

<p><b>W</b></p>  <p>挪動一塊太陽鏡片後 可變成 4 組圖形</p>	
<p><b>N</b></p>  <p>挪動一塊太陽鏡片後 可變成 9 組圖形</p>	
<p><b>P</b></p>  <p>挪動一塊太陽鏡片後 可變成 10 組圖形</p>	

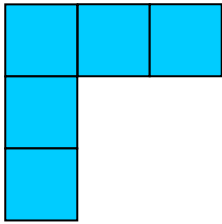
**T**



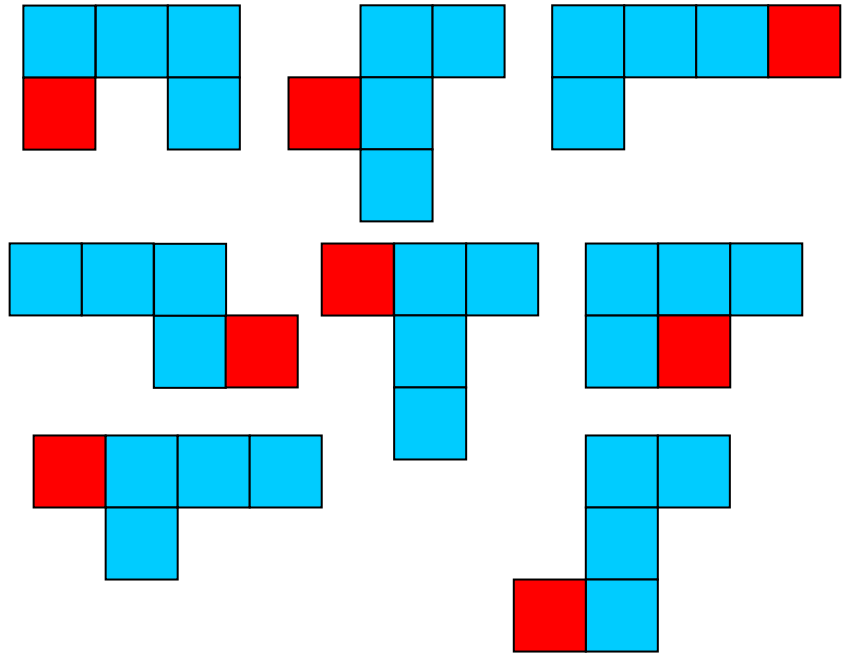
挪動一塊太陽鏡片後  
可變成 9 組圖形



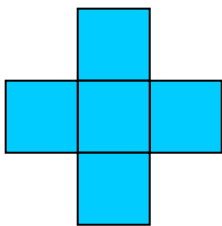
**V**



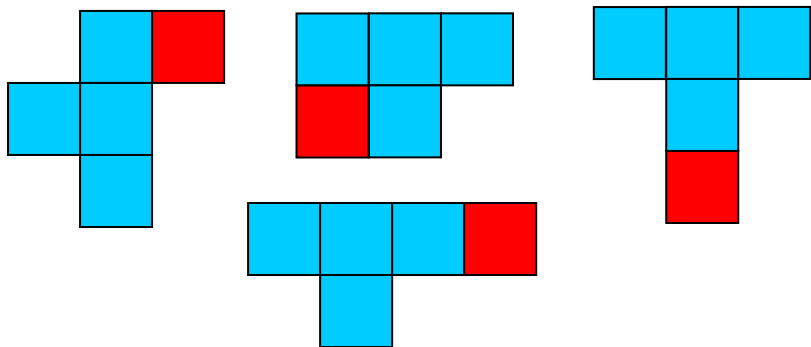
挪動一塊太陽鏡片後  
可變成 8 組圖形



**X**

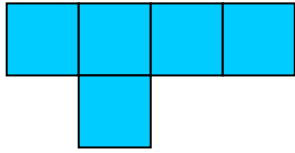


挪動一塊太陽鏡片後  
可變成 4 組圖形

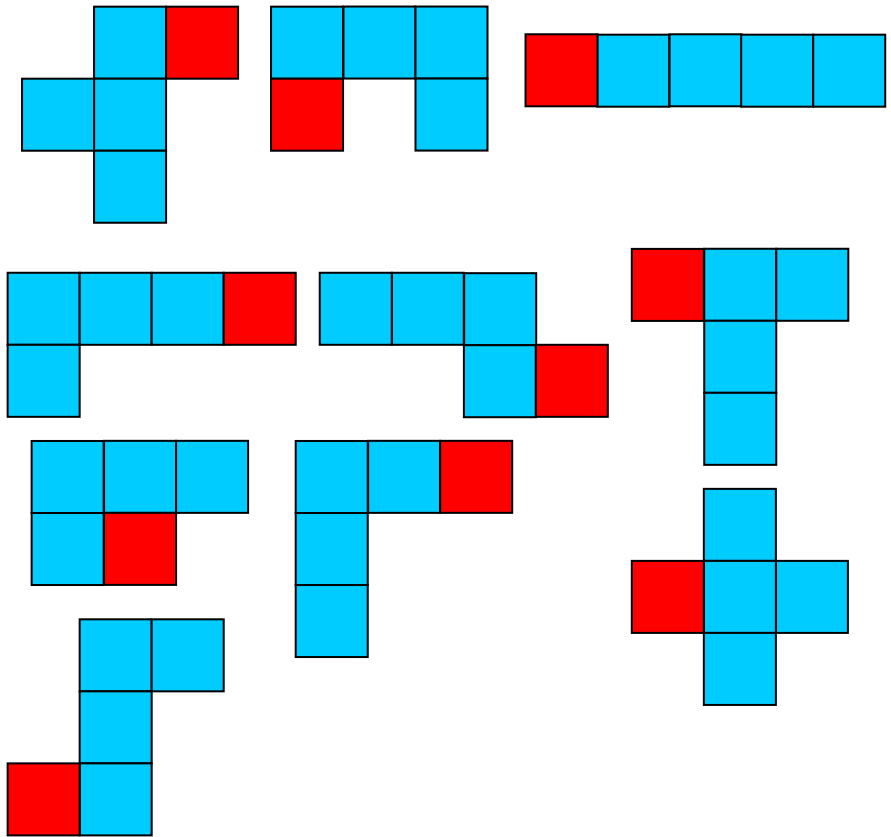




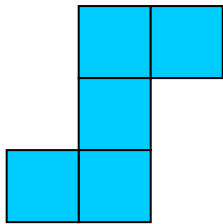
y



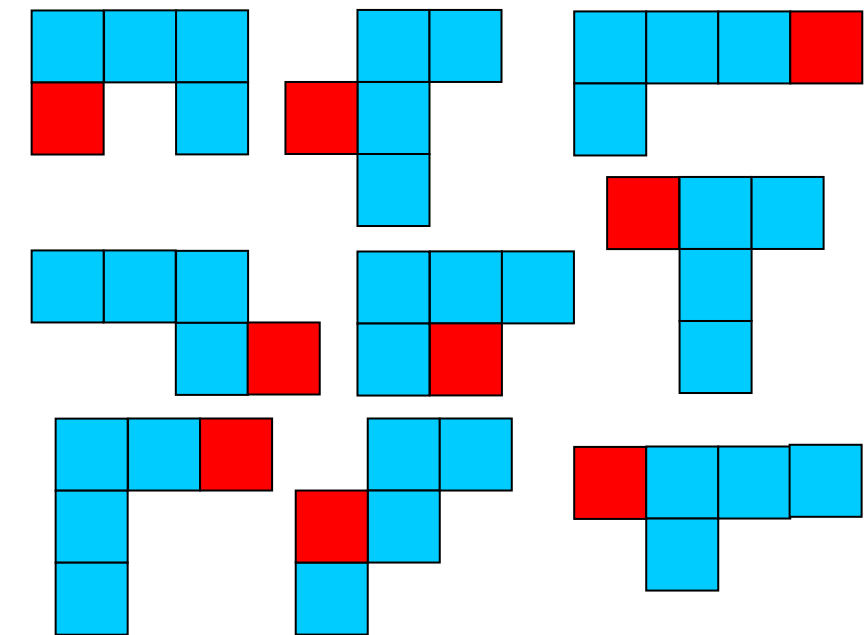
挪動一塊太陽鏡片後  
可變成 10 組圖形



z



挪動一塊太陽鏡片後  
可變成 9 組圖形



(二) 各圖形互變情形。

	C	F	I	L	N	P	T	V	W	X	y	Z
C		○	×	○	○	○	○	○	×	×	○	○
F	○		×	○	○	○	○	○	○	○	○	○
I	×	×		○	×	×	×	×	×	×	○	×
L	○	○	○		○	○	○	○	×	×	○	○
N	○	○	×	○		○	○	○	○	×	○	○
P	○	○	×	○	○		○	○	○	○	○	○
T	○	○	×	○	○	○		○	×	○	○	○
V	○	○	×	○	○	○	○		×	×	○	○
W	×	○	×	×	○	○	×	×		×	×	○
X	×	○	×	×	×	○	○	×	×		○	×
y	○	○	○	○	○	○	○	○	×	○		○
Z	○	○	×	○	○	○	○	○	○	×	○	
小計	8	10	2	9	9	10	9	8	4	4	10	9

三、討論

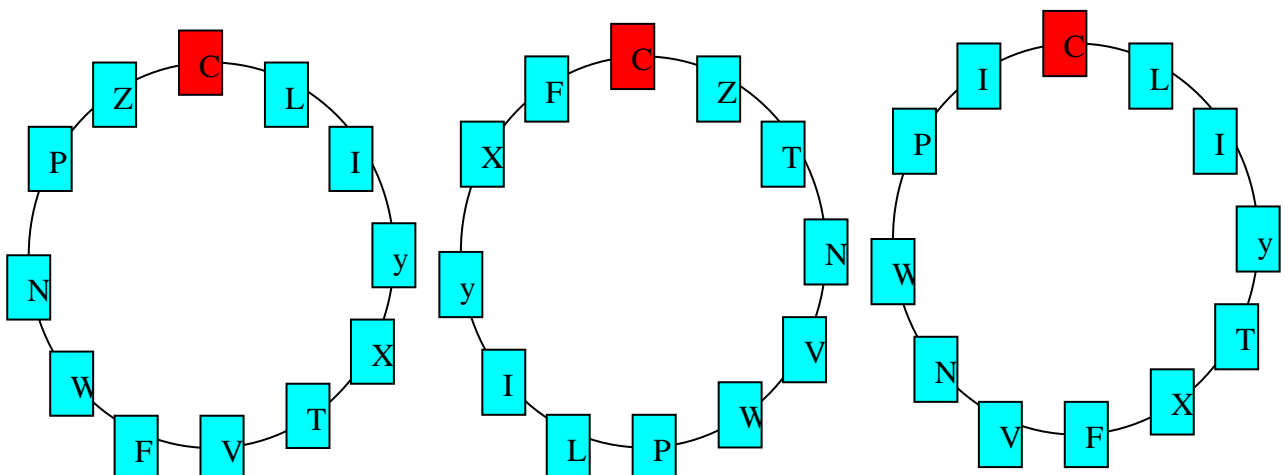
- (一) 經由操作、整理、歸納發現，分別以五方連塊 12 組圖形為主角，每次挪動一塊太陽鏡片後可變成另組圖形，其可變成的圖形組數共有 2 組、4 組、8 組、9 組和 10 組五種。
- (二) 其中，圖形 I (5x1) 原圖最工整且只有一層，能挪動的太陽鏡片只有頭尾兩片，最多只能變成兩層的圖形，所以變化性最小；而圖形 F (3x3) 可挪動四片、P (3x2) 可挪動五片、y (4x2) 可挪動三片，原圖都至少有兩層，方便變成一層（五層）、兩層（三層、四層）的圖形，所以變化性最大。

研究七、五方連塊武功祕笈-2 圖形接龍之探討。

一、方法

- (一) 利用 (研究六) 五方連塊各圖形之間的可變性，進行接龍遊戲。
- (二) 十二組圖形要全部用完，而且順時鐘、逆時鐘方向都要能通順才算過關。

二、結果：(如附件 1)



### 三、討論

- (一) 五方連塊圖形的接龍與各圖形的可變性有關，所以要利用各圖形之間的相關性進行圖形接龍，才能事半功倍，輕鬆完成。
- (二) 五方連塊圖形的接龍要形成順時鐘、逆時鐘都通順的迴圈，所以接龍遊戲進行時，必須選定一組圖形做主角，然後左右兩邊同時行接龍較易完成。
- (三) 五方連塊圖形的接龍與各圖形的可變性有關，而五方連塊十二組圖形的可變性都不相同，所以圖形的總組數無法用一般的排列組合公式計算出來。
- (四) 利用數學相關知識先分析、判斷、推理後再動手，比盲目的瞎忙要容易完成五方連塊的接龍遊戲。

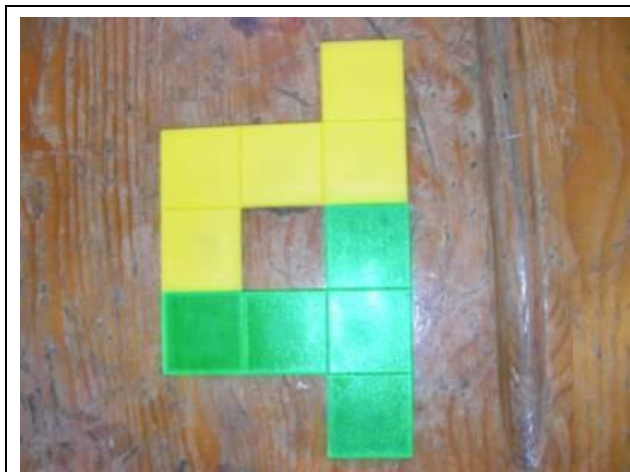
### 研究八、五方連塊武功祕笈-3 圖形拼盤之探討。

#### 一、方法

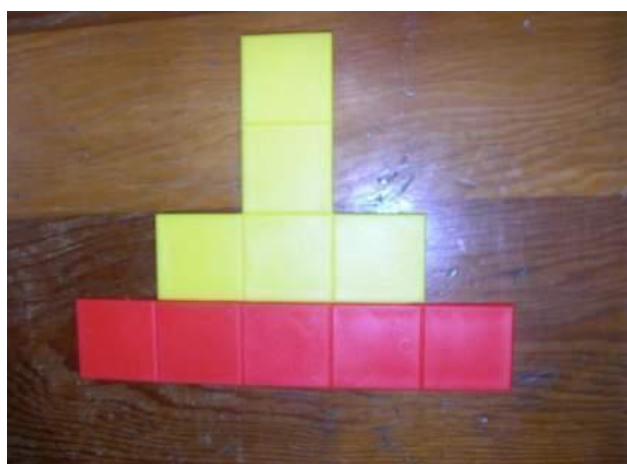
- (一) 利用十二組五方連塊圖形，重新排列組合出指定的圖形。
- (二) 十二組材料可自由搭配選用。
- (三) 同樣的材料也可組出不同的變化圖形。

#### 二、結果

- (一) 用兩片五方連塊組成對稱圖形。



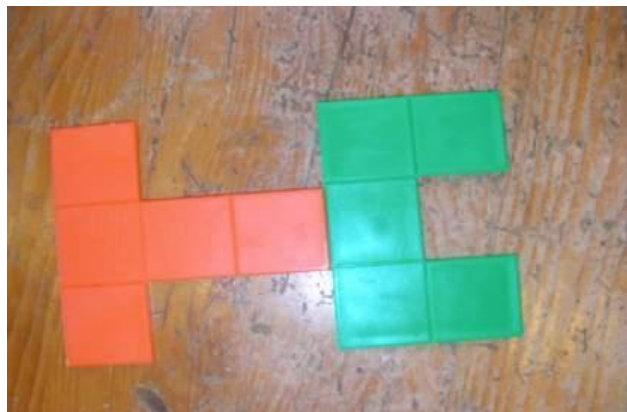
由 Z+T 組出線對稱圖形



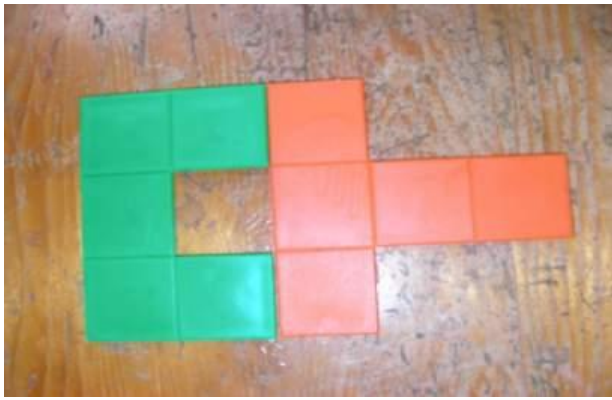
由 T+I 組出線對稱圖形



由 X+C 組出線對稱圖形



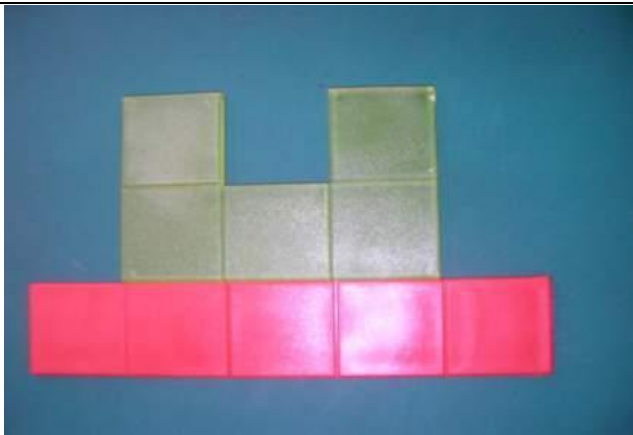
由 T+C 組出線對稱圖形



由 C+T 組出線對稱圖形



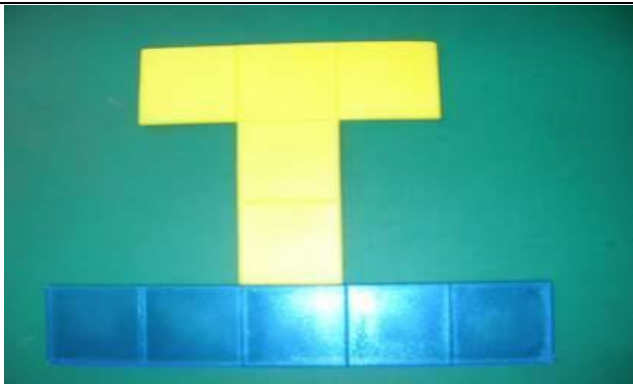
由 L+P 組出線對稱圖形



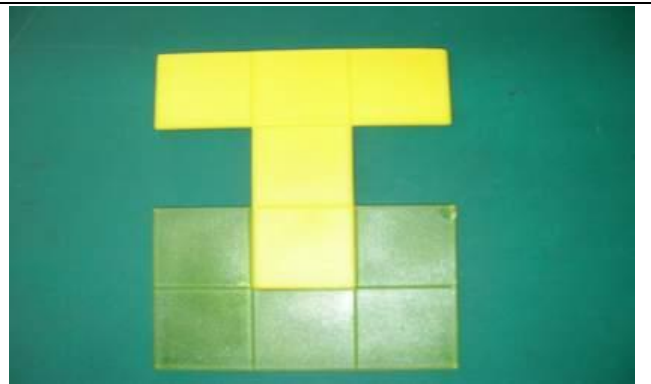
由 C+I 組出線對稱圖形



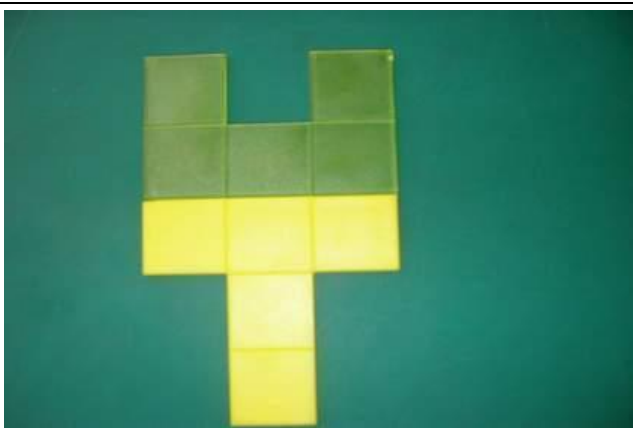
由 X+I 組出線對稱圖形



由 T+I 組出線對稱圖形



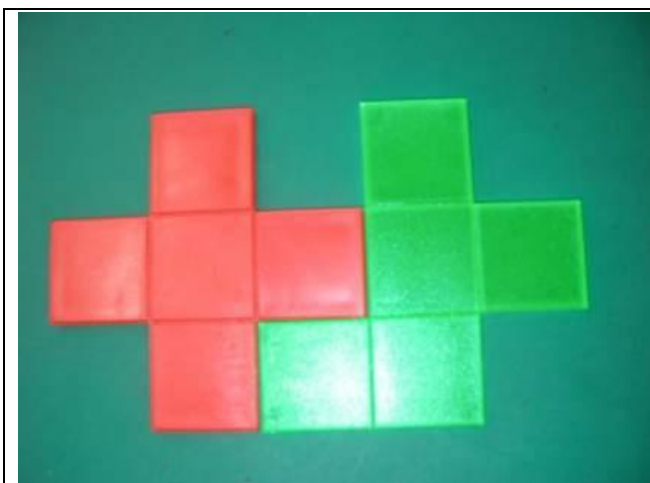
由 T+C 組出線對稱圖形



由 C+T 組出線對稱圖形

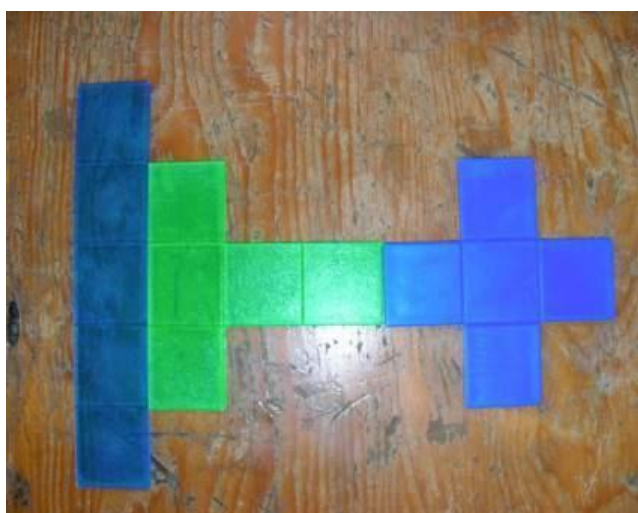


由 C+X 組出線對稱圖形



由 X+F 組出線對稱圖形

(二) 用三片五方連塊組成線對稱圖形。



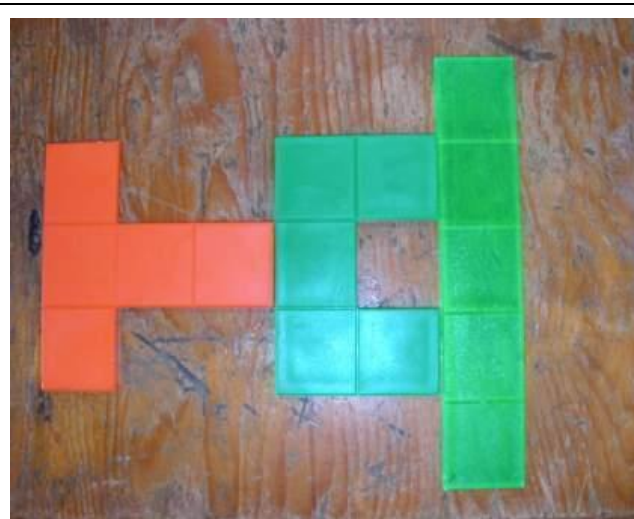
由 I+T+X 組出線對稱圖形



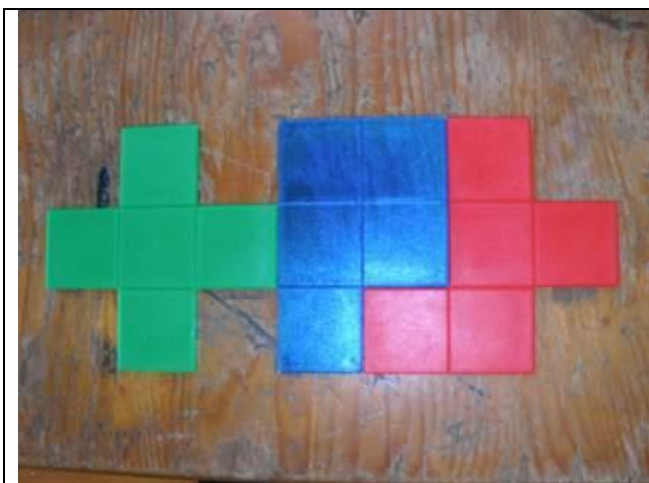
由 L+W+V 組出線對稱圖形



由 P+F+C 組出線對稱圖形



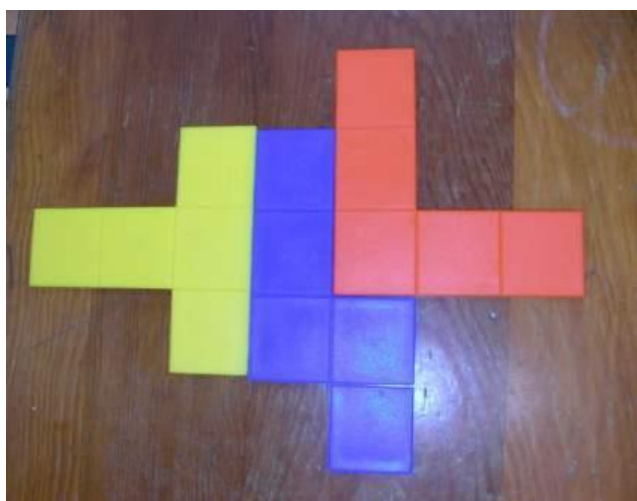
由 T+C+I 組出線對稱圖形



由 X+P+F 組出線對稱圖形



由 I+X+C 組出線對稱圖形



由 T+N+V 組出線對稱圖形



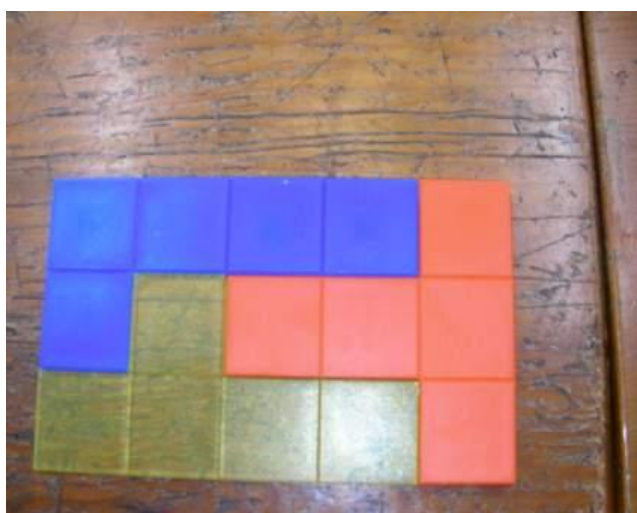
(三) 用數片五方連塊組成長方形或正方形。

五方連塊基本圖形 I。

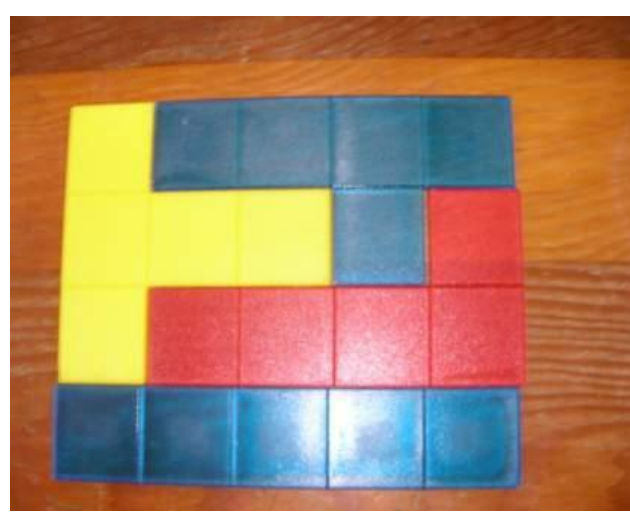
受限於五方連塊材料，無法排出。

用 I 組出 1x5 的長方形

2x5 的長方形



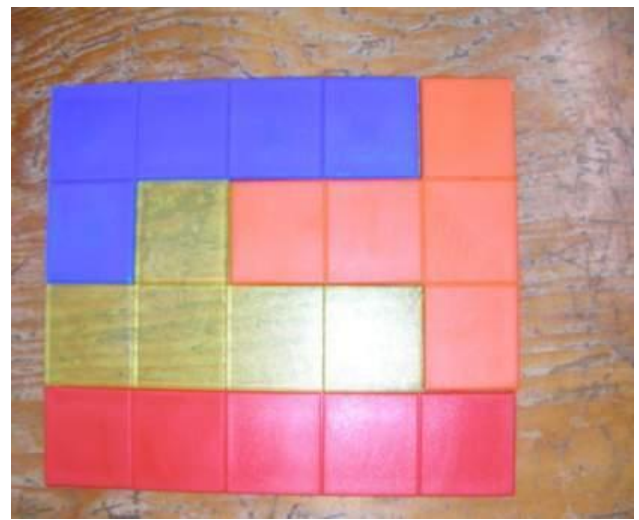
由 L+y+T 組出 3x5 的長方形



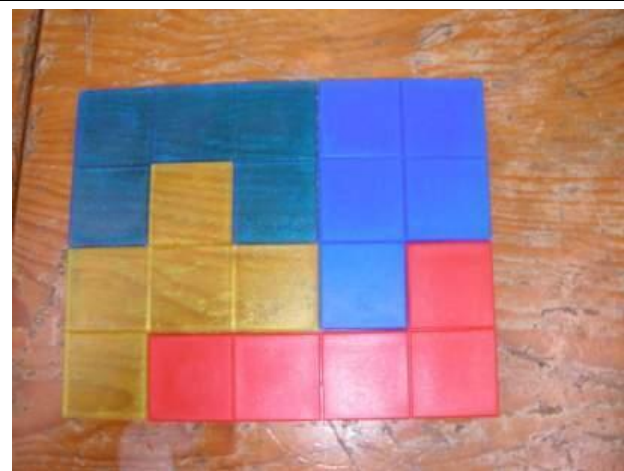
由 T+y+L+I 組出 4x5 的長方形



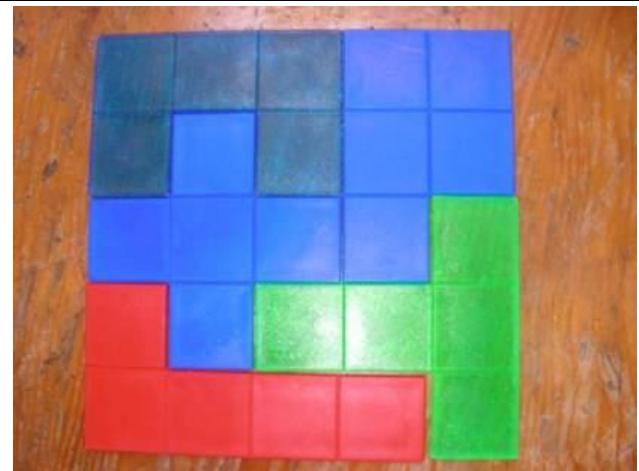
由  $y+C+V+L$  組出  $4 \times 5$  的長方形



由  $L+y+T+I$  組出  $4 \times 5$  的長方形



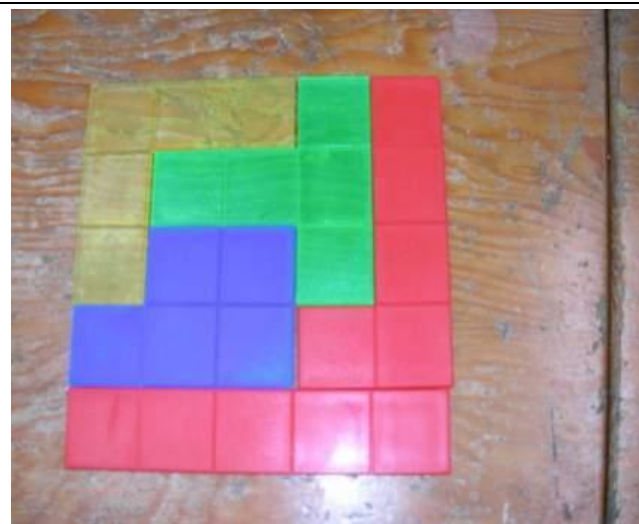
由  $C+F+P+L$  組出  $4 \times 5$  的長方形



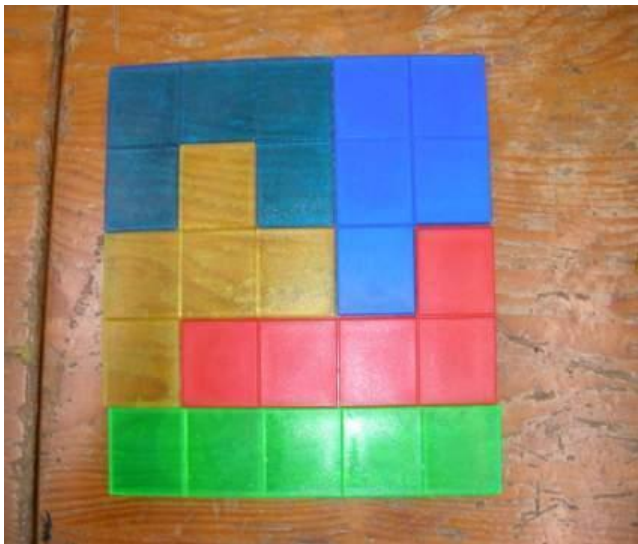
由  $C+X+P+L+T$  組出  $5 \times 5$  的正方形



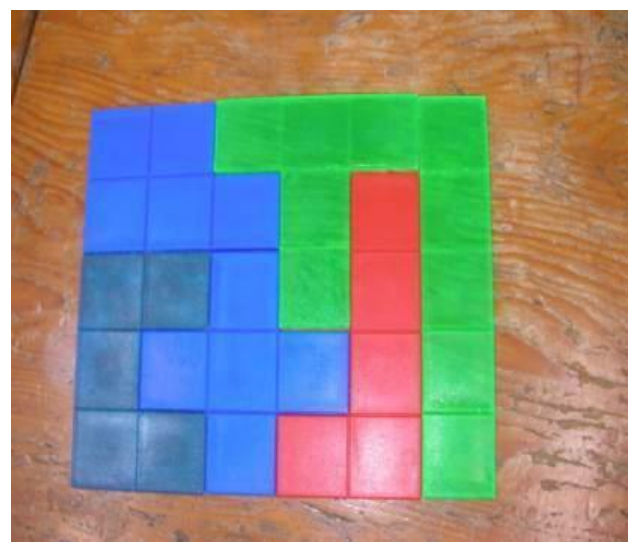
由  $y+C+V+L+I$  組出  $5 \times 5$  的正方形



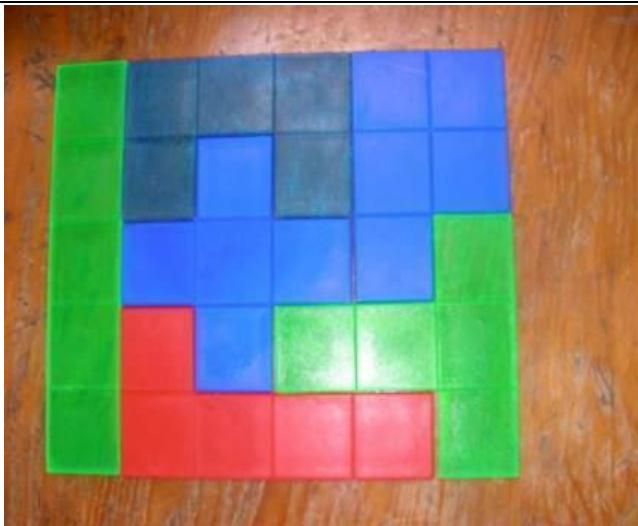
由  $V+T+P+L+I$  組出  $5 \times 5$  的正方形



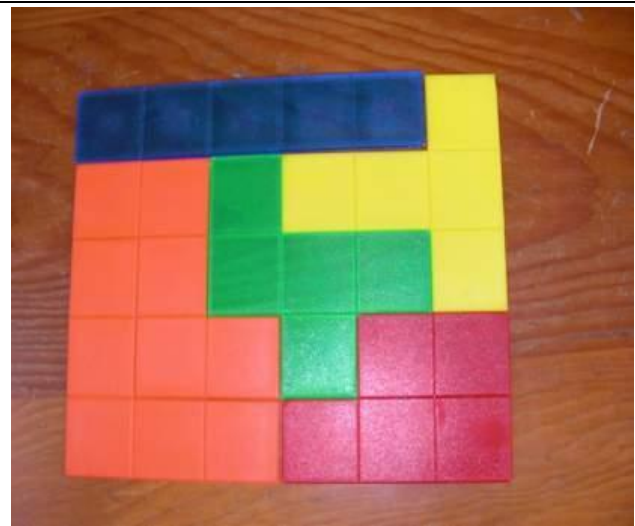
由 C+F+P+L+I 組出 5x6 的長方形



由 P+T+C+X+L+I 組出 5x6 的長方形



由 I+C+X+L+P+T 組出 5x6 的長方形



由 I+Z+V+F+T+P 組出 5x6 的長方形



由 C+X+L+I+T+y 組出 5x6 的長方形



由 P+I+T+Z+L+y 組出 5x6 的長方形

### 三、討論

(一) 利用十二組五方連塊的圖形，組合成對稱圖形時，大部分同學一開始還是以原圖形是



對稱圖形的五方連塊為主，如：C、I、T、X 為主，而 V、W 和 Z 則不方便使用。

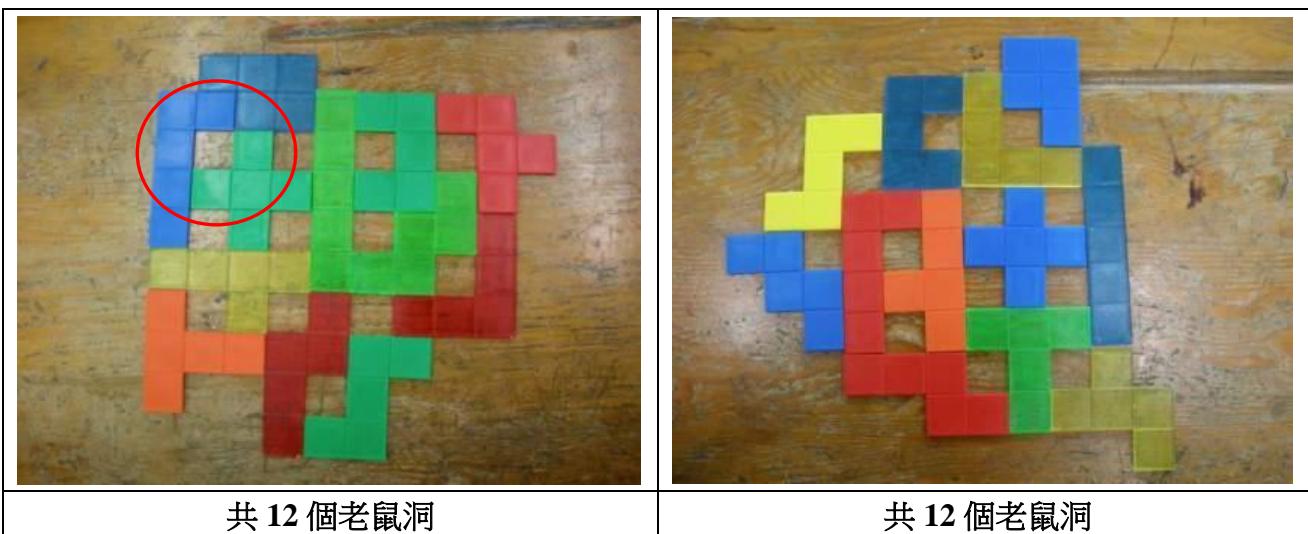
- (二) 進一步操作後發現，原圖形非對稱圖形的五方連塊，經過組合搭配後，還是可以排出完美的對稱圖形，如 P+F、L+P、X+F、L+W+V、P+F+C、X+P+F、T+N+V 等。而且材料使用 3 組的圖形選擇較多，比材料使用兩組的更易完成。
- (三) 利用十二組五方連塊的圖形，組成長方形和正方形時，我們發現：排出的最小圖形是  $5 \times 1$  的長方形，因為選用最少的組數便是一組，而十二組中唯一規則成四邊形（長方形）的只有圖形 I，所以求出最小的長方形圖形是  $5 \times 1$  的長方形。
- (四)  $5 \times 2$  的長方形，只能選用十二組五方連塊中的兩組圖形來組合，但是十二組五方連塊中一和兩層的只有 C、I、L、N、P、y，任兩組都無法順利組出  $5 \times 2$  的長方形，所以  $5 \times 2$  的長方形不可能排出來。
- (五)  $5 \times 3$ 、 $5 \times 4$ 、 $5 \times 5$ 、 $5 \times 6$  的組合，因為可以選用的材料較多，所以組出的圖形較容易，也較多變化。
- (六) 十二組五方連塊的圖形共有 60 個單位面積，如果將全部材料用完，理論上可以組出的長方形有  $1 \times 60$ 、 $2 \times 30$ 、 $3 \times 20$ 、 $4 \times 15$ 、 $5 \times 12$ 、 $6 \times 10$  六種，然而五方連塊圖形彎曲變化，實際搭配後發現真正能組出的長方形只有： $5 \times 1$ 、 $5 \times 3$ 、 $5 \times 4$ 、 $5 \times 6$  和正方形  $5 \times 5$  幾種圖形而已。

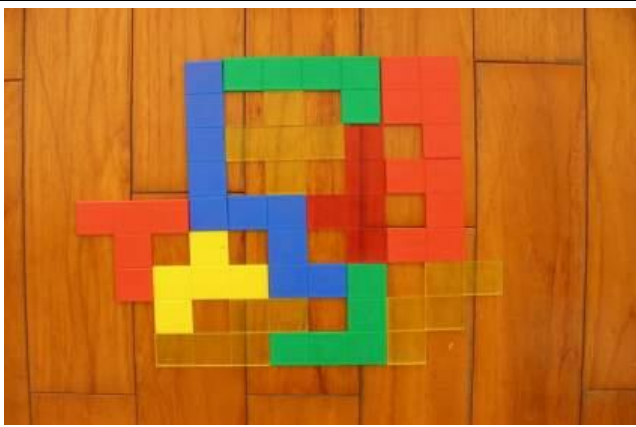
研究九、五方連塊武功祕笈-4 老鼠動遊戲之探討。

一、方法

- (一) 利用十二組五方連塊圖形為材料，組出周圍至少圍滿 8 片太陽鏡片的老鼠洞。
- (二) 用（一）的方式分別排出 1 個洞、2 個洞、3 個洞、4 個洞、5 個洞、6 個洞、7 個洞、8 個洞、9 個洞、10 個洞、 $\dots$ 。
- (三) 利用（研究四）的周長與面積概念，排出最多的老鼠洞。
- (四) 利用數學相關知識先分析、判斷、推理後再動手。

二、結果





共 12 個老鼠洞



共 12 個老鼠洞



共 12 個老鼠洞



共 12 個老鼠洞



共 12 個老鼠洞



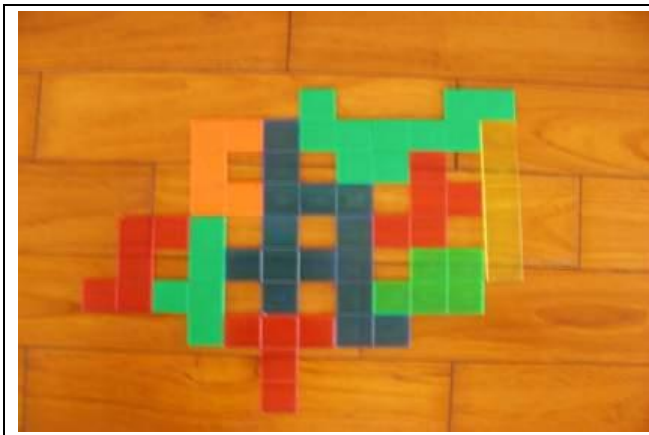
共 12 個老鼠洞



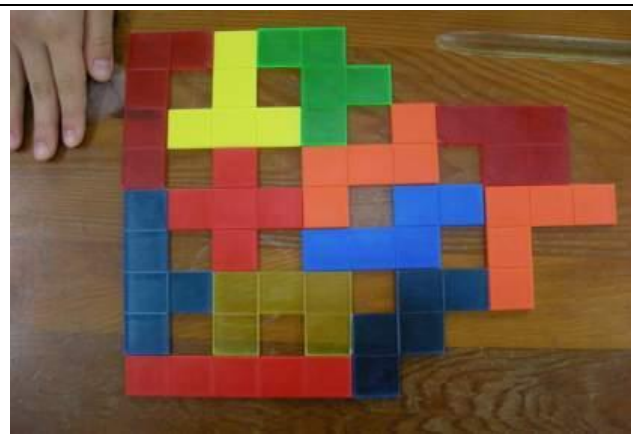
共 12 個老鼠洞



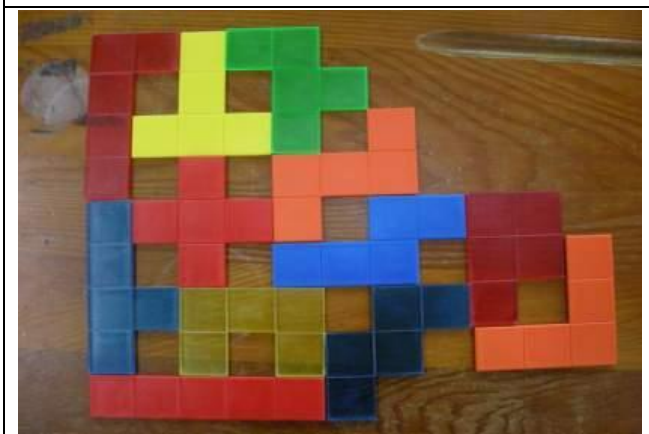
共 12 個老鼠洞



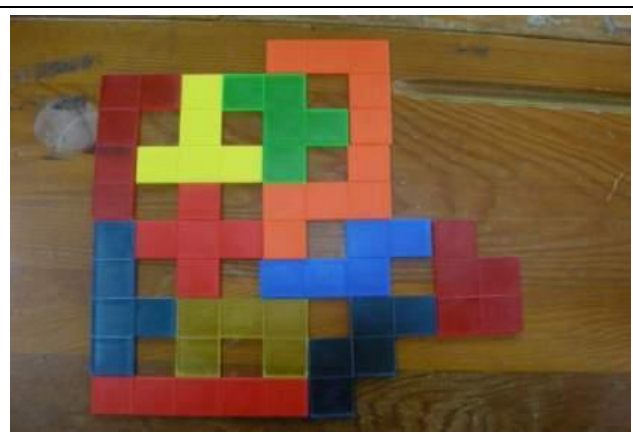
共 11 個老鼠洞



共 12 個老鼠洞



共 12 個老鼠洞



運用圖形的變化，可以排出 13 個老鼠洞

### 三、討論

- (一) 一份五方連塊共有 12 組圖形，每組圖形都是 5 個單位， $5 \times 12 = 60$  個單位。一個完整的老鼠洞要用 8 個單位圍邊框， $60 \div 8 = 7 \cdots 4$ 。所以，理論上要圍出 1~7 個老鼠洞都是可行的，但是五方連塊圖形彎曲不同，所以排列組合時還得考慮五方連塊十二組不同的圖形變化，才能順利完成。
- (二) 若要組出 8 個洞以上的老鼠洞圖形，則要共用邊框，節省五方連塊的圖形材料才可能完成。

## 陸、結論

### 一、五方連塊的變化圖形

- (一) 五方相連時，五方都排在第一層的方式有一組圖形（與五方相連堆疊成五層的圖形完全相同）；五方分成兩層相連堆疊的圖形，經旋轉、翻轉後捨棄完全相同的圖形後，只剩下五組；五方分成三層相連堆疊的圖形，經旋轉、翻轉後捨棄完全相同的圖形後剩下六組；五方分成四層相連堆疊的圖形，經旋轉、翻轉後捨棄完全相同的圖形後剩下零組（形成的圖形與兩層堆疊的圖形相同）；。因此，五方連塊組成的變化圖形  $1+5+6=12$  共有十二組。

(二) 為了方便圖形的辨識與溝通，我們依圖形的外觀取相近的英文代號：C、F、I、L、N、P、T、V、W、X、y、z。

## 二、五方連塊變化圖形之角、邊、頂點關係

(一) 經由整理歸納後發現，長方形或正方形都是四邊形，有四個角、四個邊、四個頂點；將五方連塊圖形劃上虛線成長方形或正方形時，圖中每出現一個『L』形缺口則邊數+2，出現兩個『L』形缺口則邊數+2×2，出現三個『L』形缺口則邊數+2×3；圖中每出現一個『凹』形缺口則邊數要+4。

## 三、五方連塊圖形的線對稱關係

(一) 操作後發現，五方連塊 12 組圖形中，線對稱圖形有 I、C、T、V、X 和 W 六組；非線對稱圖形有 L、y、P、Z、N 和 F。

## 四、五方連塊圖形的點對稱關係

(一) 操作後發現，五方連塊 12 組圖形中，點對稱圖形有 I、X 和 Z 三組；非點對稱圖形有 L、y、P、C、T、V、N、F 和 W 共九組。

## 五、五方連塊圖形的面積和周長關係

(一) 五方連塊的 12 組圖形中，雖然都是由五塊面積相等的正方形太陽鏡片組成，但是排列組合的方式不同，因而周長有不同的變化。其中圖形 P 有 10 個單位長，其他圖形則則有 12 個單位長。

(二) 面積相同而形狀不同的圖形，簡稱為『等積異形』。

## 六、五方連塊乾坤大挪移圖形變變變之探討(小循環)

(一) 經由操作、整理、歸納發現，分別以五方連塊 12 組圖形為主角，每次挪動一塊太陽鏡片後可變成另組圖形，其可變成的圖形組數共有 2 組、4 組、8 組、9 組和 10 組五種。

(二) 其中，圖形 I (5×1) 原圖最工整且只有一層，能挪動的太陽鏡片只有頭尾兩片，最多只能變成兩層的圖形，所以變化性最小；而圖形 F (3×3) 可挪動四片、P (3×2) 可挪動五片、y (4×2) 可挪動三片，原圖都至少有兩層，方便變成一層(五層)、兩層(三層、四層)的圖形，所以變化性最大。

## 七、五方連塊圖形接龍之探討(大循環)

(一) 五方連塊圖形的接龍與各圖形的可變性有關，所以要利用各圖形之間的相關性進行圖形接龍，才能事半功倍，輕鬆完成。

(二) 利用數學相關知識先分析、判斷、推理後再動手，比盲目的瞎忙要容易完成五方連塊的接龍遊戲。

## 八、五方連塊圖形拼盤之探討

- (一) 進一步操作後發現，原圖形非對稱圖形的五方連塊，經過組合搭配後，還是可以排出完美的對稱圖形，如  $P+F$ 、 $L+P$ 、 $X+F$ 、 $L+W+V$ 、 $P+F+C$ 、 $X+P+F$ 、 $T+N+V$  等。而且材料使用 3 組的圖形選擇較多，比材料使用兩組的更易完成。
- (二) 利用十二組五方連塊的圖形，組合成長方形和正方形時，我們發現：排出的最小圖形是  $5 \times 1$  的長方形，因為選用最少的組數便是一組，而十二組中唯一規則成四邊形（長方形）的只有圖形 I，所以求出最小的長方形圖形是  $5 \times 1$  的長方形。
- (三)  $5 \times 2$  的長方形，只能選用十二組五方連塊中的兩組圖形來組合，但是十二組五方連塊中一和兩層的只有 C、I、L、N、P、y，任兩組都無法順利組出  $5 \times 2$  的長方形，所以  $5 \times 2$  的長方形不可能排出來。
- (四) 十二組五方連塊的圖形共有 60 個單位面積，如果將全部材料用完，理論上可以組出的長方形有  $1 \times 60$ 、 $2 \times 30$ 、 $3 \times 20$ 、 $4 \times 15$ 、 $5 \times 12$ 、 $6 \times 10$  六種，然而五方連塊圖形彎曲變化，實際搭配後發現真正能組出的長方形只有： $5 \times 1$ 、 $5 \times 3$ 、 $5 \times 4$ 、 $5 \times 6$  和正方形  $5 \times 5$  幾種圖形而已

## 九、五方連塊老鼠動遊戲之探討

- (一) 一份五方連塊共有 12 組圖形，每組圖形都是 5 個單位， $5 \times 12 = 60$  個單位。一個完整的的老鼠洞要用 8 個單位圍邊框， $60 \div 8 = 7 \cdots 4$ 。所以，理論上要圍出 1~7 個老鼠洞都是可行的，但是五方連塊圖形彎曲不同，所以排列組合時還得考慮五方連塊十二組不同的圖形變化，才能順利完成。
- (二) 若要組出 8 個洞以上的老鼠洞圖形，則要共用邊框，節省五方連塊的圖形材料才可能完成。

## 柒、參考資料

- 一、康軒版數學第五冊第三單元周長與面積。
- 二、康軒版數學第六冊第三單元周長與面積。
- 三、康軒版數學第七冊第四單元垂直與平行。
- 四、康軒版數學第七冊第八單元三角形--- 角、邊、頂點、全等的意義。
- 五、康軒版數學第八冊第三單元四邊形。
- 六、康軒版數學第八冊第八單元周長與面積---複合圖形、面積公式、周長公式。
- 七、康軒版數學第九冊第三單元正方體、長方體和球---頂點、邊與面。
- 八、康軒版數學第十冊第二單元面積。
- 九、康軒版數學第十冊第八單元怎樣解題。
- 十、康軒版數學第十冊第九單元線對稱圖形。
- 十一、網站『昌爸工作坊/數學遊戲』：<http://www.mathland.idv.tw/game/mathgame.htm>
- 十二、網站『數學遊戲』：  
<http://www.ceag.kh.edu.tw/htm/ceag2/htm/Math/d/d002/%BC%C6%BE%C7%B9C%C0%B8.htm>

## 【評語】 080403

利用已學過的教材與五方連塊組成的變化圖形，設計「圖形變變變」、「接龍」、「圖形拼盤」以及「老鼠洞」等幾項有趣的遊戲，創意頗佳，可惜數學深度稍嫌不足，可再努力。