

國立屏東大學

應用物理系光電暨材料碩士班

碩士論文

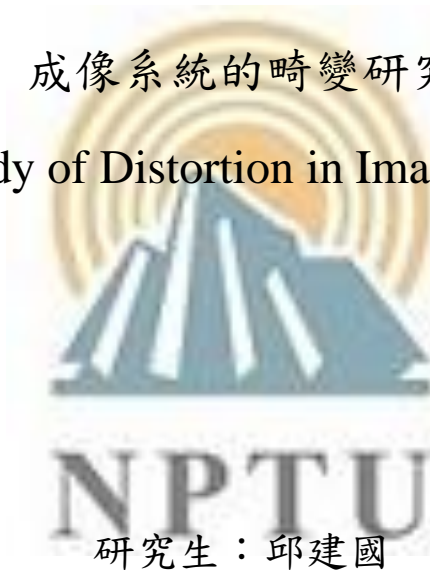
Department of Applied Physics

National Pingtung University

Master Thesis

成像系統的畸變研究

The Study of Distortion in Image Systems



研究生：邱建國

Chiu, Chien-Kuo

指導教授：許慈方 博士

Dr. Hsu, Tzu-Fang

中華民國 104 年 7 月

June, 2015

國立屏東大學應用物理系
光電暨材料碩士班碩士論文

研究生：邱建國

成像系統的畸變研究

本論文經審查及口試合格特此證明

論文口試委員會主席

邱建國

委員

利見興

委員

許慈方

指導教授：許慈方博士

許慈方

系主任：曾耀霆博士

曾耀霆

中華民國 104 年 07 月 14 日

誌謝

一晃眼，在這溫暖的屏東已待了六年，碩士論文的完成的同時，代表著學生生涯暫時畫上休止符，在屏教求學的這段時間受到很多人的幫助，受到諸位師長、同學、朋友與家人的協助與鼓勵，實有說不盡的感謝話語。首先非常感謝許慈方老師多年來的費心，大二加入實驗室時什麼都不瞭解，從基礎理論、實驗的架設到軟體的操作...等，老師總是細心與耐心的教導，研究過程中遇到瓶頸時，總是能適時的給予協助或新的方向，以及耐心指導碩論的撰寫。還有，碩士論文計畫時，口委林春榮老師，提供研究上的方向，碩士論文的口委李建興老師，以及高師大的利見興老師，指出許多論文中錯誤之處，並提供研究上可以延伸探討的題目，使我得以修補論文的缺陷，及擴展論文的內容，特此感謝。

感謝總是跟我討論實驗內容與提供意見的保龍同學，實驗室一起奮鬥的學弟們：宋承、贊智、士豪、宏易和典瓚，在我為實驗和碩論忙的焦頭爛額時，感謝你們適時的給予協助與鼓勵，柏鈞、啟淵和宜真謝謝你們幫忙布置口試會場。

最後，我要感謝我的家人，無時無刻都一直關心和包容，支持和鼓勵我完成學業，總是提醒我要注意身體健康。

摘要

本研究論文中主要利用模擬探討成像畸變成因以及修正的方式，並實際架設等效的透鏡系統進行驗證。在單透鏡系統的模擬中，證明系統中的像高和畸變成正比的關係，透鏡曲率與孔徑光闌位置在單透鏡系統中也對畸變有影響，其中以孔徑光闌的位置對畸變的影響較大，當其位置離透鏡越遠，成像的畸變越大。

在雙透鏡系統中，孔徑光闌位置也是主要影響成像畸變的因素。在曲率對稱的雙透鏡系統中，孔徑光闌最佳位置為系統的中間。在曲率非對稱的雙透鏡系統中，孔徑光闌的最佳位置則受到前後透鏡的焦距影響，根據模擬之結果得知，其最佳位置較靠近焦距短的透鏡。而且當系統中兩個透鏡的焦距差異越大時，孔徑光闌的最佳位置就越靠近焦距短的透鏡。模擬結果也顯示，孔徑光闌的位置離系統的中心越遠，畸變越大，此結果也由實驗量測證實。

對於只能將孔徑光闌位置設定於透鏡的前面或後面的系統，在雙透鏡系統中外加透鏡對成像畸變具有修正的作用，外加透鏡形式包含正透鏡、負透鏡、平板玻璃與陣列透鏡。由模擬結果得知，在雙透鏡系統中外加正透鏡，對於畸變可以些微的修正效果；若外加平板玻璃，則沒有修正效果；當外加透鏡為負透鏡時，則會使畸變更嚴重；若外加透鏡為陣列透鏡，組成陣列透鏡的單元透鏡是正透鏡時，對於畸變才有修正的效果，負透鏡則無。其中，外加透鏡為陣列透鏡較其他外加透鏡形式的修正效果稍大。

關鍵詞：畸變、成像系統、孔徑光闌、曲率半徑、陣列透鏡

Abstract

In this thesis, we discuss how to control the distortion in an image system by simulations and experiments. To analyze the single lens system, the fact of that the distortion of image was proportional to the image height. As a result, the curvature radius of each refractive surfaces of a lens and the position of aperture stop of the system would influence the distortion rate, especially the position of aperture stop. The influence of the position of aperture stop was also been experimentally observed in a single lens system.

In the simulated double lens system, the aperture stop was also the most important issue that led to the distortion of image. In a symmetrical curvature radius system, the center of the lens system was the best position of aperture stop to reduce the distortion rate. However, in a nonsymmetrical curvature radius system, the aperture stop should be located at the position between two lenses but near the lens with shorter focal length of the double lens system to effectively reduce the distortion. We also demonstrated these results by setting up an effective lens system.

When the aperture stop could not be set at the position between the two lenses of a double lens system, an optical element which is added into the space between the two lenses could also reduce the distortion rate. We observed the distortion rate curves of the system that positive lens, negative lens, glass plate or micro-lens arrays were added into the double lens system. It is found that positive lens and micro-lens array which was composed of lens elements with positive focal length could reduce the distortion rate, but the glass plate and negative lens could not. The system added micro-lens array could be more effective than system added positive lens to reduce the distortion rate.

Keywords: Distortion, Image system, Aperture stop, Curvature radius, Micro-lens array

目錄

| | |
|------------------------------|-----|
| 誌謝 | i |
| 摘要 | ii |
| Abstract | iii |
| 目錄 | iv |
| 第一章、緒論 | 1 |
| 1.1 引言 | 1 |
| 1.2 研究動機 | 2 |
| 第二章、實驗原理 | 3 |
| 2.1 透鏡成像 | 3 |
| 2.2 像差 | 5 |
| 2.3 光學設計 | 10 |
| 第三章 單透鏡系統之畸變分析 | 16 |
| 3.1 光線覓跡對畸變之影響 | 17 |
| 3.2 透鏡參數對畸變之影響 | 27 |
| 3.3 實驗驗證 | 31 |
| 3.4 小結 | 35 |
| 第四章、雙透鏡系統之畸變分析 | 37 |
| 4.1 孔徑光闌對畸變之影響 | 37 |
| 4.2 曲率對畸變之影響 | 40 |
| 4.3 實驗驗證 | 46 |
| 4.4 小結 | 50 |
| 第五章、雙透鏡系統中外加透鏡之畸變分析 | 52 |
| 5.1 外加折射透鏡對雙透鏡系統的畸變之影響 | 52 |
| 5.2 外加陣列透鏡對畸變之影響 | 56 |
| 5.3 小結 | 65 |
| 第六章、總結 | 66 |
| 參考文獻 | 68 |

圖目錄

| | |
|--|----|
| 圖 2-1 軸光線和主光線示意圖。 | 3 |
| 圖 2-2 厚透鏡成像示意圖。 | 4 |
| 圖 2-3 球面像差示意圖。 | 5 |
| 圖 2-4 彗差示意圖。 | 6 |
| 圖 2-5 焦平面上觀察到彗星狀圖案。 | 6 |
| 圖 2-6 像散示意圖。 | 7 |
| 圖 2-7 場曲示意圖。 | 8 |
| 圖 2-8 畸變示意圖。 | 8 |
| 圖 2-9 多色像差示意圖。 | 9 |
| 圖 2-10 多色像差成像面觀察示意圖。 | 9 |
| 圖 2-11 OSLO 程式設定透鏡參數介面。 | 10 |
| 圖 2-12 OSLO 程式中光束路徑圖。 | 10 |
| 圖 2-13 入射光束半徑為(a)25mm (b)15mm 的系統示意圖。 | 11 |
| 圖 2-14 入射場角度為 10° 的光束路徑圖。 | 11 |
| 圖 2-15 有限物距時的物高為 10mm 的光束路徑圖。 | 12 |
| 圖 2-16 OSLO 的畸變分析圖。 | 13 |
| 圖 2-17 畸變計算方式示意圖。 | 13 |
| 圖 2-18 開啟常規陣列。 | 14 |
| 圖 2-19 常規陣列之設定。 | 15 |
| 圖 2-20 OSLO 模擬陣列透鏡立體圖。 | 15 |
| 圖 2-21 陣列透鏡的光束路徑圖。 | 15 |
| 圖 3-1 雙凸正透鏡的光束路徑示意圖。 | 16 |
| 圖 3-2 雙凹負透鏡的光束路徑示意圖。 | 16 |
| 圖 3-3 平行入射光(入射場角度= 0°)入射至正透鏡之(a)光束路徑圖與(b)畸變分析 曲線。 | 18 |
| 圖 3-4 平行入射光(入射場角度= 0°)入射至負透鏡之(a)光束路徑圖與(b)畸變分析 曲線。 | 18 |
| 圖 3-5 入射光束以入射場 10° 之角度入射至正透鏡，其(a)光束路徑圖與(b)畸變分 析曲線。 | 19 |
| 圖 3-6 入射光束以入射場 10° 之角度入射至正透鏡，其(a)光束路徑圖與(b)畸變分 析曲線。 | 19 |
| 圖 3-7 入射場角度與畸變率的關係曲線圖。 | 20 |
| 圖 3-8 入射場角度與像高之關係曲線圖。 | 20 |
| 圖 3-9 畸變率與像高之關係。 | 21 |
| 圖 3-10 (a)正透鏡與(b)負透鏡系統之參數定義示意圖。 | 22 |

| | |
|--|----|
| 圖 3-11 物高設定在 10mm，有效焦距為 75mm 的正單透鏡系統之光束路徑圖。 | 23 |
| 圖 3-12 正透鏡的實像區間之(a) 物距與像高及(b) 物距與像距的關係曲線圖。 | 24 |
| 圖 3-13 正透鏡的虛像區間之(a) 物距與像高及(b) 物距與像距的關係曲線圖。 | 24 |
| 圖 3-14 正透鏡系統的實像與虛像之像高與畸變率關係圖。 | 24 |
| 圖 3-15 有效焦距為 75mm 的正透鏡系統，孔徑光闌位置在(a) -31mm、(b) -56mm、 (c) 31mm 與(d)56mm 處，系統之光束路徑圖。 | 26 |
| 圖 3-16 孔徑光闌位置設定與系統之畸變率關係圖。 | 26 |
| 圖 3-17 平凸正透鏡的路徑示意圖。 | 28 |
| 圖 3-18 凹凸正透鏡的路徑示意圖。 | 28 |
| 圖 3-19 孔徑光闌位置設定與畸變關係曲線圖。 | 29 |
| 圖 3-20 不同曲率半徑比值的正透鏡系統之孔徑光闌位置與畸變關係曲線圖。 | 31 |
| 圖 3-21 架設單透鏡系統示意圖。 | 32 |
| 圖 3-22 光圈位置示意圖。 | 33 |
| 圖 3-23 透鏡焦距為 85mm 的透鏡 A 系統中，光圈位置 x 為 (a) 0、(b) -74mm、 (c) -124mm、(d) 44mm 與 (e) 124mm 處的成像結果。 | 34 |
| 圖 3-24 焦距為 55mm 的透鏡 B 系統中，光圈位置 x 為 (a) 0、(b) -44mm、(c) -74mm、(d) 29mm 與 (e) 64mm 處的成像結果。 | 35 |
| 圖 4-1 雙透鏡系統光束路徑示意圖，此系統之放大率為 1。 | 38 |
| 圖 4-2 曲率對稱之雙透鏡系統之孔徑光闌位置設定於(a)鏡面 1，(b)鏡面 2，(c)鏡 面 3 與(d)鏡面 4 上之光束路徑示意圖。 | 39 |
| 圖 4-3 曲率對稱之雙透鏡系統的孔徑光闌位置設定在鏡面上之畸變率關係圖。 | 40 |
| 圖 4-4 雙透鏡系統中(a)鏡面 1 與鏡面 4 之曲率半徑 R1 與 R4 及(b)鏡面 2 與鏡面 3 之曲率半徑 R2 與 R3 和像高的關係。 | 41 |
| 圖 4-5 雙透鏡系統之(a)鏡面 1 與鏡面 4 之曲率半徑 R1 與 R4 及(b)鏡面 2 與鏡面 3 之曲率半徑 R2 與 R3 和畸變率的關係曲線圖。 | 42 |
| 圖 4-6 雙透鏡系統因曲率半徑改變後的成像高度與畸變之關係圖。 | 42 |
| 圖 4-7 放大率為 3 的雙透鏡系統。 | 45 |
| 圖 4-8 放大率為 2 的雙透鏡系統。 | 45 |
| 圖 4-9 放大率為 3 的雙透鏡系統，其孔徑光闌位置和畸變率關係圖。 | 46 |
| 圖 4-10 放大率為 2 的雙透鏡系統，其孔徑光闌位置和畸變率關係圖。 | 46 |
| 圖 4-11 雙透鏡實驗系統示意圖，兩個透鏡間距固定為 40mm。 | 47 |
| 圖 4-12 雙透鏡系統中，光圈位置示意圖。 | 48 |
| 圖 4-13 放大率為 0.7 的雙透鏡系統，光圈位置 x 為 (a) 0 mm (b) -88mm (c) 53mm 之成像結果。 | 49 |
| 圖 4-14 放大率為 1.9 的雙透鏡系統，光圈位置 x 為 (a) 0 mm (b) -88mm (c) 148mm 之成像結果。 | 50 |
| 圖 5-1 放大率 3 倍的雙透鏡系統之路徑示意圖。 | 53 |

| | |
|---|----|
| 圖 5-2 三透鏡系統示意圖。..... | 54 |
| 圖 5-3 於雙透鏡系統中外加一個透鏡的曲率半徑與系統的成像距離之關係曲線圖。 | 54 |
| 圖 5-4 三透鏡系統中，中間透鏡為正透鏡、負透鏡與平板玻璃，系統的像距與其 畸變之關係圖。..... | 55 |
| 圖 5-5 雙透鏡系統系統中間外加陣列透鏡之路徑示意圖。..... | 56 |
| 圖 5-6 陣列透鏡示意圖。..... | 56 |
| 圖 5-7 單元透鏡的曲率半徑為 2400mm 之系統畸變分析曲線。..... | 57 |
| 圖 5-8 單元透鏡的曲率半徑為 -2400mm 之系統畸變分析曲線。..... | 57 |
| 圖 5-9 單元透鏡的曲率半徑與系統(a)最大畸變率 (b)最大成像之畸變率的關係圖。 | 59 |
| 圖 5-10 單元透鏡的曲率半徑和系統的(a)像距 (b)像高之關係圖。..... | 59 |
| 圖 5-11 雙透鏡系統中，外加陣列透鏡之(a)光路徑示意圖與(b)畸變分析曲線。..... | 61 |
| 圖 5-12 雙透鏡系統中，外加正透鏡之(a)光路徑示意圖與(b)畸變分析曲線。.... | 61 |
| 圖 5-13 陣列透鏡放置於兩透鏡中間之(a)光路徑示意圖與(b)畸變分析曲線。.... | 62 |
| 圖 5-14 陣列透鏡放置於第一個透鏡前面 15mm 之(a)光路徑示意圖與(b)畸變分析 曲線。..... | 62 |
| 圖 5-15 陣列透鏡放置於第一個透鏡前面 5mm 之(a)光路徑示意圖與(b)畸變分析 曲線。..... | 63 |
| 圖 5-16 陣列透鏡放置於第二個透鏡後面 5mm 之(a)光路徑示意圖與(b)畸變分析 曲線。..... | 63 |
| 圖 5-17 雙透鏡系統中外加陣列透鏡，陣列透鏡放置的位置座標與系統的(a)最大 畸變率 (b)最大成像的畸變率之比較圖。..... | 64 |
| 圖 5-18 雙透鏡系統中外加陣列透鏡，陣列透鏡放置的位置座標與系統的畸變率為 0 之像高比較圖。..... | 64 |

表目錄

| | |
|---|----|
| 表 3-1 雙凸正透鏡的參數。 | 16 |
| 表 3-2 雙凹負透鏡的參數。 | 16 |
| 表 3-3 正透鏡系統之物距與其成像的關係參數。 | 22 |
| 表 3-4 負透鏡系統與其成像的關係參數。 | 23 |
| 表 3-5 平凸正透鏡的參數。 | 27 |
| 表 3-6 凹凸正透鏡的參數。 | 27 |
| 表 3-7 正透鏡系統之曲率半徑參數與其曲率半徑比值 r 。 | 30 |
| 表 3-8 透鏡 A 系統與透鏡 B 系統中的單透鏡之實驗參數。 | 32 |
| 表 4-1 曲率對稱之雙透鏡系統的鏡面參數。 | 38 |
| 表 4-2 雙透鏡系統中，鏡面 2、鏡面 3 與鏡面 4 之像高時的、像距與畸變數據表。 | 44 |
| 表 4-3 放大率為 0.7 的雙透鏡系統之透鏡參數。 | 47 |
| 表 4-4 放大率為 1.9 的雙透鏡系統之透鏡參數。 | 48 |
| 表 5-1 放大率 3 的雙透鏡系統的參數。 | 52 |
| 表 5-2 三透鏡系統的參數。 | 54 |
| 表 5-3 陣列透鏡中單元透鏡之參數。 | 57 |
| 表 5-4 不同曲率半徑之畸變率為 0 之像高 | 59 |
| 表 5-5 在雙透鏡系統的中間外加一個正透鏡，使系統的像高為 28.5mm，此透鏡系統之參數。 | 60 |

第一章、緒論

1.1 引言

由於現今科技的進步與發達與人類在娛樂上的需求的提升，家庭劇院投影式顯示裝置(Projection Display Device)越來越普遍，近期於汽車和遊戲上也使用投影式顯示裝置:在汽車上應用上，將行車資訊如車速、油表或導航等等，投影於擋風玻璃上，駕駛人不須低頭就能接收資訊，藉此增加行車安全；而在遊戲中，藉由戴上具投影裝置的頭盔將影像投入眼睛當中，如此所呈現的個人視野的畫面能更貼近真實，增加臨場感。

投影式顯示裝置與一般顯示裝置相比，投影式顯示裝置能提供較大的影像。然而，不論在家中投影或是用於車上的輔助系統，系統的成像距離都不能太大，尤其是應用於娛樂上的穿戴裝置，成像系統本身就需要重量輕、體積小及成像亮度高等條件，因此穿戴式投影顯示裝置還未能普及化，近期也有許多公司投入這方面的研究，如近來 google 公司推出了也是利用微型投影裝置的產品- google glass，由架於眼鏡旁的微型投影機投射影像，利用鏡片反射光線將影像入射至眼睛成像，這些影像可以提供導航或當天氣象等實用的資訊。

當光線經過透鏡系統時，就會產生像差(Aberration)，所以成像系統中有許多的像差會造成的影像失焦或是變形。由文獻[1-5]中可知，畸變(Distortion)會隨著成像愈大愈嚴重，而投影系統就是以提供大影像的成像系統，受到畸變的影響很大。受到這些畸變的影響，將會造成影像的失真與誤判，因此本論文中，我們將著重探討成像系統中的畸變，了解其影響因素，與修正的方法。

1.2 研究動機

文獻中有許多關於畸變的成因[1-5]與修正方式，最常提到畸變是光線通過透鏡時，通過透鏡中心與邊緣的放大率與焦距的不同，造成其成像的形變。所以藉由在成像系統中，加入光圈[6]將邊緣的光線遮除，可以達到修正畸變效果。然而，這種修正方式並不好，因為光圈遮擋的關係，會降低了很多的光強度，影響成像的解析度，而且只是將邊緣畸變較嚴重的影像遮除，並沒有實際對影像有修正。另一種修正畸變的方式就是改變系統中透鏡的參數[6,10]做修正，如外加透鏡或是改變透鏡曲率，修正光線在系統中的路徑，而達到修正成像畸變的效果。但是系統中透鏡的參數該如何調整才会有修正效果，這些研究中並沒有詳述。還有研究是對成像系統的成像建立數學模型[11,12]，並對此數學模型的成像作後製處理，修正其畸變。另外，在成像系統中加入陣列透鏡[7,8]也能有修正效果，此研究是實際架設陣列透鏡系統，觀測其成像，其拍攝的成像結果顯示陣列透鏡的加入對畸變有修正的效果。然而文獻中並沒有詳細的探討陣列透鏡中每個單元透鏡的焦距，與陣列透鏡置在系統中的位置對於畸變的影響程度。在上述的解決方案中，系統透鏡參數之改變，與外加陣列透鏡之設定，對修正畸變的影響值得做詳細的研究及探討。

在光學成像系統中，每個透鏡的曲率、尺寸與透鏡之間的距離，對成像的結果有很大的影響。然而，透鏡並不容易製作，透鏡成品也無法容易地在曲率及尺寸上的修改。所以透過光學設計的軟體去建立成像系統，並模擬成像的結果，可以了解系統的成像，更可以經由分析，先對系統做調整及修正，將分析完整之系統實際製作可以達到有效地成本控制。本實驗也利用光學設計軟體，來探討畸變的成因以及修正的方法與效果，藉此了解與熟悉光學系統的設計與模擬。同時，也將架設等效的透鏡系統，實際驗證所模擬分析之結果趨勢。

第二章、實驗原理

要分析系統成像之畸變需要在模擬軟體中建立一個成像系統，建立成像系統前，需要先了解透鏡是如何成像的，物所發出的光線在經過成像系統後，是如何決定成像的位置及高度，而光線經透鏡形成影像有哪些像差的產生？像差種類以及特性將在這章詳細的說明，最後說明光學模擬軟體 OSLO 是如何建立成像系統，以及成像結果分析圖如何判讀。

2.1 透鏡成像

成像系統可以由軸光線(Axial Ray)和主光線(Chief Ray)兩條去描述成像的位置及高度，如圖 2-1 所示，實線為軸光線，虛線則主光線，軸光線由物的近軸點發光經過孔徑光闌的邊緣，跟光軸相交決定成像位置。主光線由物的離軸點發光經過孔徑光闌的中心，軸光線與光軸相交的位置，此時的離軸距離為成像高度。

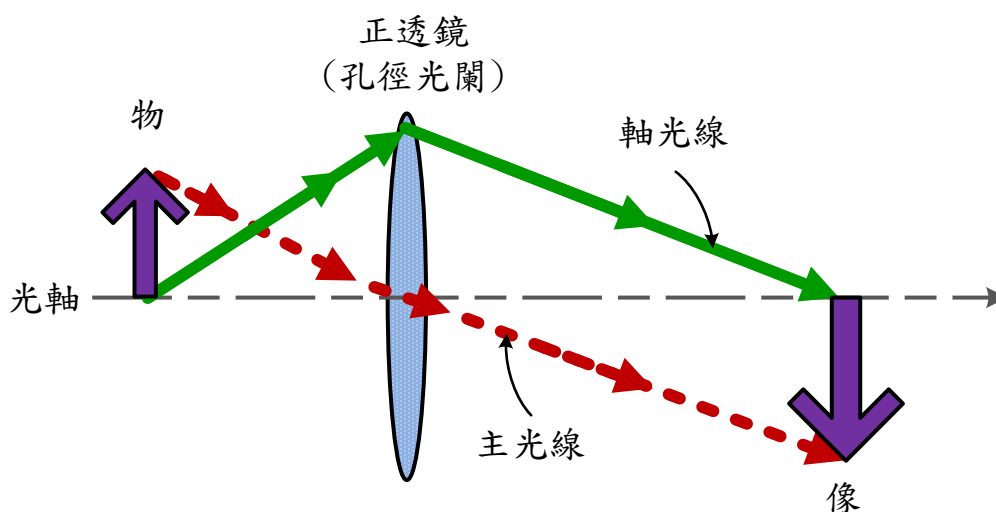


圖 2-1 軸光線和主光線示意圖。

其中孔徑光闌(Aperture Stop)是系統中實際存在的光學元件，例如透鏡鏡面或光圈，孔徑光闌位置的設定可以決定成像系統中之進光量。在圖 2-1 中，正透鏡就是決定整體光線通過的元件，所以此正透鏡就是孔徑光闌。然而，實際的透鏡並非圖 2-1 所示的薄透鏡，應該為厚透鏡的形式，如圖 2-2 所示，圖中 s_o 以及 s_i 分別為物距和像距， y_o 以及 y_i 分別為物高和像高， R_1 與 R_2 為鏡

面 1 和鏡面 2 的曲率半徑，其中鏡面曲面的圓心在鏡面的右側時，曲率半徑為正值，而當圓心在鏡面的左側時，則為負值，也就是圖中 R_1 為正值，而 R_2 為負值，而 x_o 與 x_i 分別為物到焦點與像到焦點的距離， d 為透鏡厚度， n_l 則是透鏡的折射率，藉由高斯成像公式：

$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f}$$

以及厚透鏡的成像公式：

$$\frac{1}{f} = (n_l - 1) \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{(n_l - 1)d}{n_l R_1 R_2} \right]$$

計算得到透鏡的成像位置；而成像的高度則由下列公式，比例關係可以得到：

$$\frac{y_i}{y_o} = -\frac{x_i}{f} = -\frac{f}{x_o}$$

由公式可以得知，在設定一個透鏡的基本參數為：曲率半徑、厚度以及折射率。

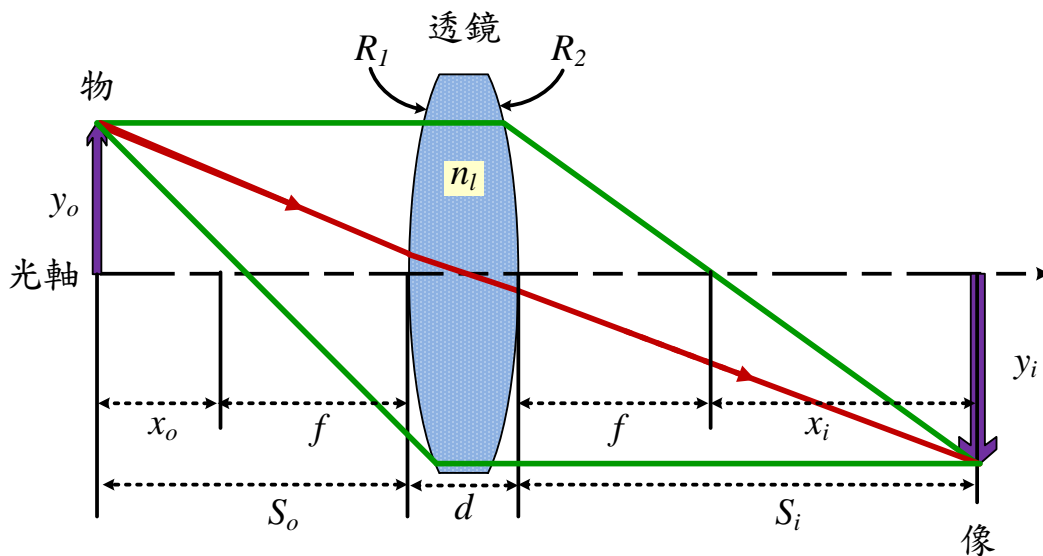


圖 2-2 厚透鏡成像示意圖。

2.2 像差

再透過成像系統成像的過程中，由於光線在經過透鏡後受到不同因素影響會造成成像有所失焦或變形的情況，而這些因素就所謂的像差(Aberration)，依照不同的成因可以將像差區分成以下幾種：球面像差 (Spherical Aberration)、彗差 (Coma)、像散 (Astigmatism)、場曲 (Field curvature)、畸變 (Distortion) 與多色像差 (Chromatic Aberration)

其中球面像差、彗差、像散、場曲和畸變都是單色像差(Monochromatic Aberration)，單一波長的光線經過透鏡後就會產生的現象，而多色像差則跟不同波長的光線其折射率不同有關。

1. 球面像差 (Spherical Aberration)

平行光入射至透鏡，離光軸距離不同的光線，其聚焦點的位置不同，造成光像匯聚後不是完美的一個點，而是有一段距離的都是焦點，如圖 2-2 所示，離光軸越遠的光束焦距越短，因此，離軸光束和近軸光束在光軸上的焦距差稱為縱向球面像差(Longitudinal Spherical Aberration)，而在近軸焦平面上觀察，近軸焦點和離軸光線在垂直方向上的高度差稱為橫向球面像差(Transverse Spherical Aberration)。

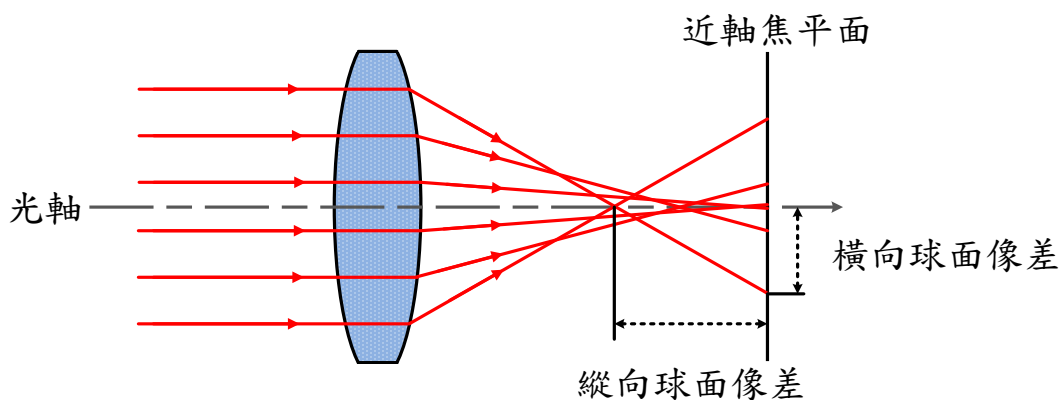


圖 2-3 球面像差示意圖。

2. 彗差 (Coma)

非平行光軸的平行入射光(與光軸夾一個角度斜向入射)，經過透鏡後不同孔徑入射的光線，其聚焦點位置不同，在焦平面的屏幕上觀察，如圖 2-3 所示，成像非一點的聚焦點，而是類似彗星狀的圖案，如圖 2-4 所示。

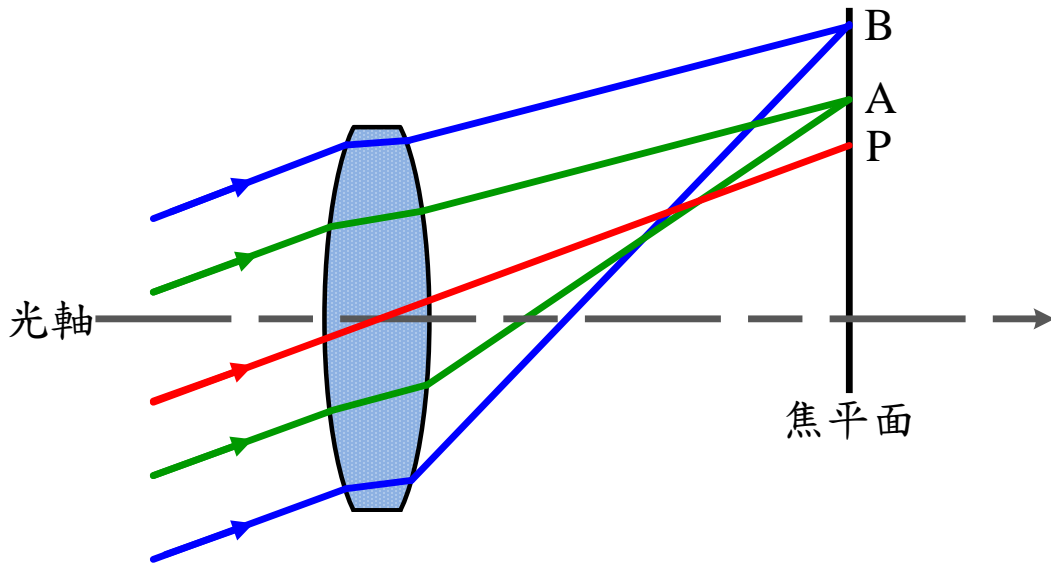


圖 2-4 彗差示意圖。

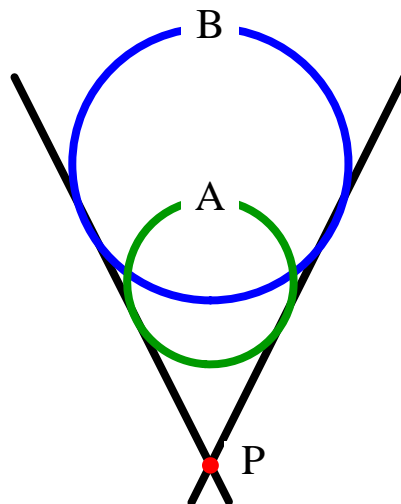


圖 2-5 焦平面上觀察到彗星狀圖案。

3. 像散 (Astigmatism)

離軸的一個點光源發差無限多條光線經過透鏡，其中在子午平面 (Tangential Ray)與弧矢平面(Sagittal Ray)上的光束聚焦距離不同，使成像非一點的聚焦點的現象。子午平面，為包含主光線(Chief Ray)和光軸(Optical Axis)的平面；弧矢平面則是包含主光線(Chief Ray)，又與子午平面垂直的平面，子午平面上的光束聚焦快，而弧矢平面上的光束聚焦較慢，造成在子午成像面與弧矢平成像面會觀察到線狀的聚焦點，如圖 2-6 所示。

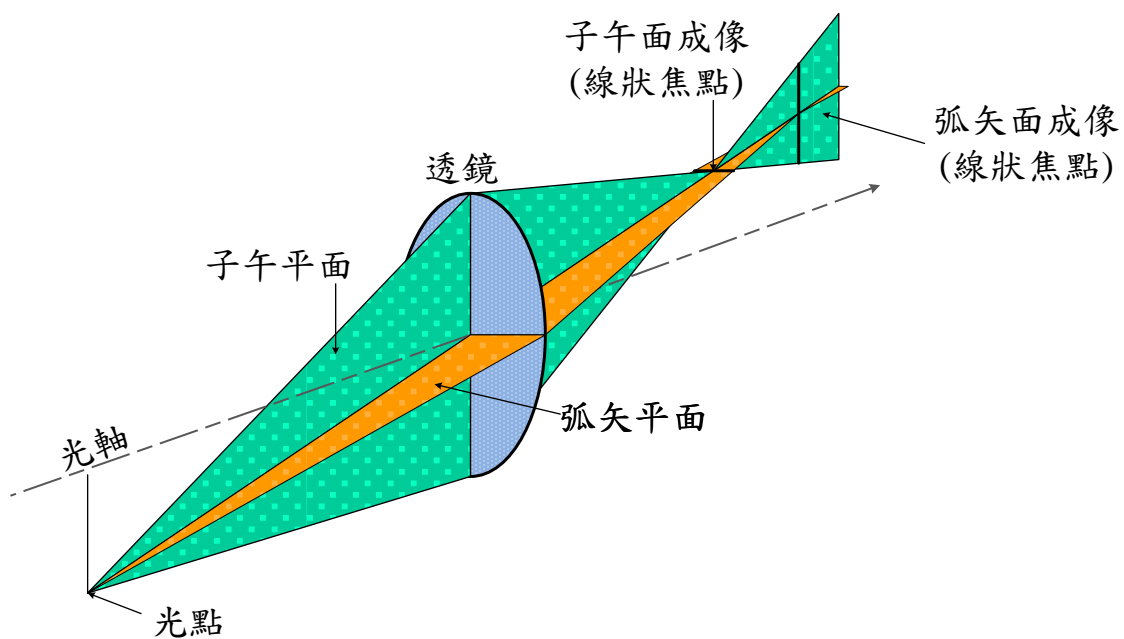


圖 2-6 像散示意圖。

4. 場曲 (Field Curvature)

一個物所發出的光束為平面波前，在通過透鏡後受到折射率的影響變成球面波前，使成像面為彎曲的曲面，如圖 2-7 所示，當透鏡沒有像散的產生，成像會位在佩茲瓦爾面(Petzval Surface)上，而當透鏡有像散的產生時，子午焦平面(Tangential Focal Surface)與弧矢焦平面(Sagittal Focal Surface)的焦距不同，使得曲面彎曲度不同，圖 2-7 是將不同焦平面在光軸上的點設定為同一點，方便比較成像的彎曲度。

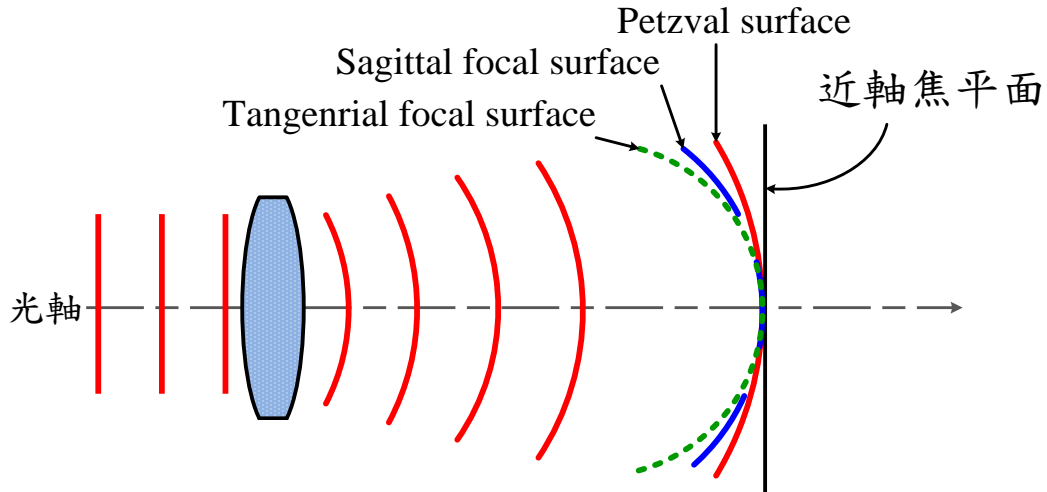


圖 2-7 場曲示意圖。

5. 畸變 (Distortion)

光線經過透鏡後因為離光軸距離不同，放大率不同，所以造成畸變的產生，有桶狀畸變和枕狀畸變的兩種形式，如圖 2-8 所示。桶狀畸變(Barrel Distortion)是隨離軸距離越遠的光線，其放大率越小，因此，當像高越大時畸變越嚴重，如圖 2-8 中方形成像的四角較四邊往內縮；而枕狀畸變(Pincushion Distortion)，則是隨離軸距離越遠的光線，其放大率越大，圖 2-8 中方形成像的四角較四邊往外擴。常見的修正畸變的方式有外加光圈，以遮住邊緣的光線的方式，使成像的畸變有修正的效果。

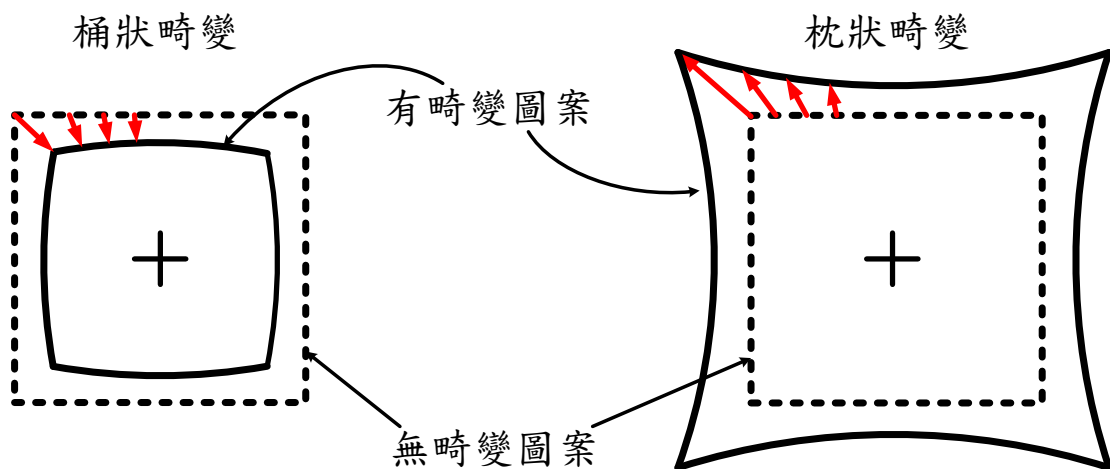


圖 2-8 畸變示意圖。

6. 多色像差 (Chromatic Aberration)

不同波長的光線，其經過透鏡時的折射率不同，造成光線偏折的角度不同，形成聚焦點非單一的現象，如圖 2-9 所示，在近軸焦點觀察，有縱向多色像差和航向多色像差的現象，在離軸的成像面觀察時，不同波長的光線成像會有高度差，如圖 2-10 所示。

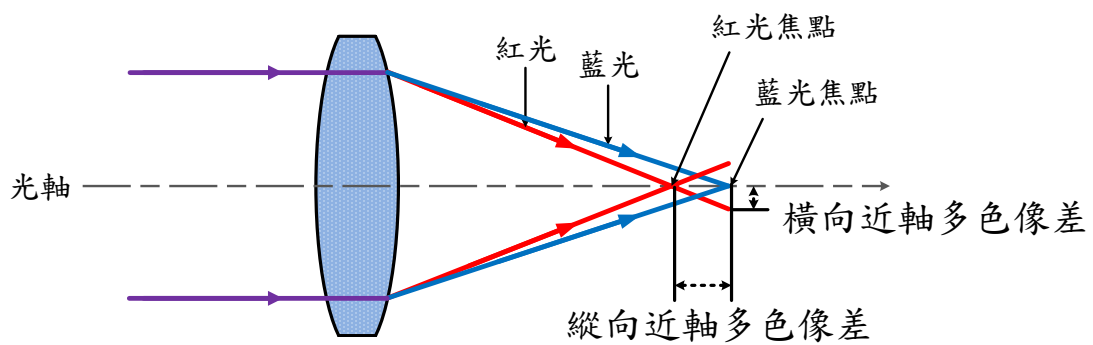


圖 2-9 多色像差示意圖。

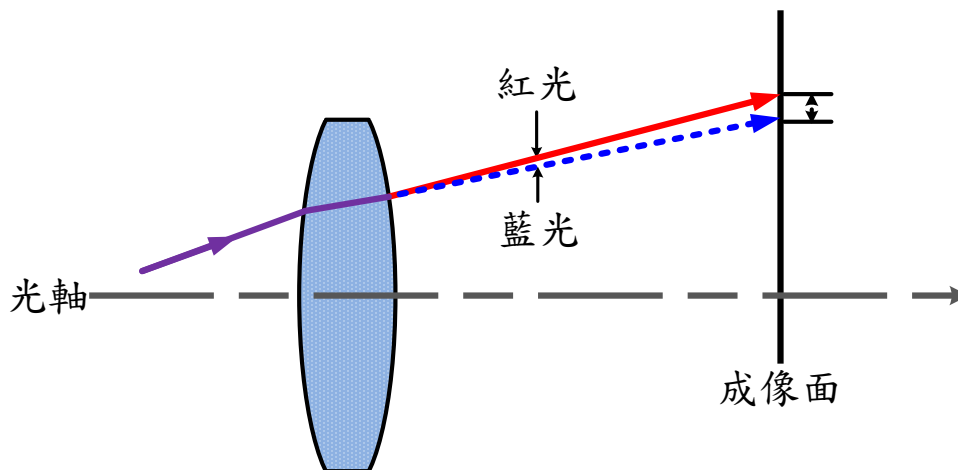


圖 2-10 多色像差成像面觀察示意圖。

2.3 光學設計

第一部份介紹光學設計軟體 OSLO，說明如何在 OSLO 中建立成像系統以及物高、物距或孔徑光闌位置...等基本設定，了解 OSLO 如何分析成像畸變及畸變分析圖的判讀。第二部分則說明何謂陣列透鏡，並如何在光學設計軟體中建立陣列透鏡，詳細陣列透鏡對成像畸變的修正效果會在第五章說明。

一.OSLO 程式模擬

OSLO 是序列性描光的模擬軟體，由物開始往像空間設定每個面的參數，如圖 2-10 是 OSLO 模擬軟體的透鏡參數設定介面，模擬程式可以描繪出成像光路，如圖 2-11 所示，並可以分析成像的畸變。

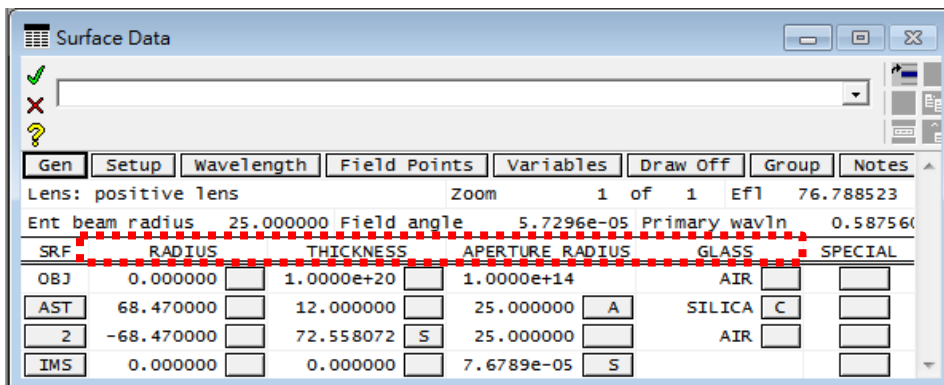


圖 2-11 OSLO 程式設定透鏡參數介面。

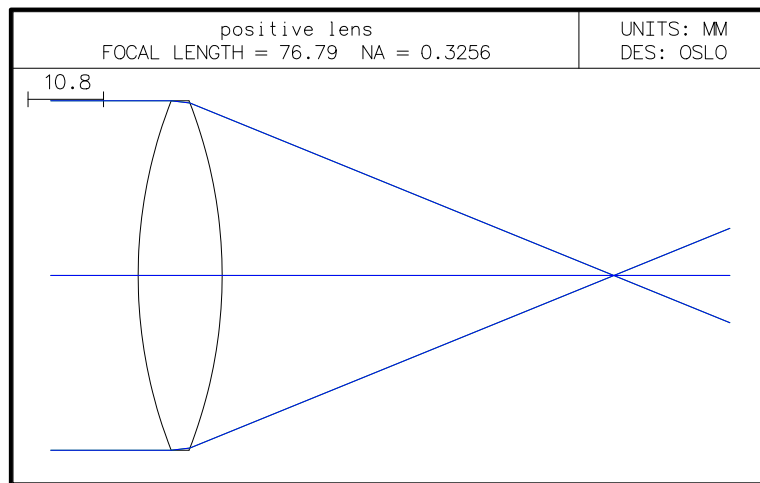


圖 2-12 OSLO 程式中光束路徑圖。

圖 2-10 中虛線框中是建立成像系統的基本參數設定，分別是透鏡的曲率 (Radius)、距離(Thickness)、透鏡半徑(Aperture Radius)以及透鏡材質(Glass)，其中距離設定包含了物距、透鏡的厚度、透鏡間的距離以及屏幕，以圖 2-10 設定的成像系統如圖 2-11 表示，平行光入設置正透鏡匯聚成一個焦點，OSLO 中對於光線可以分成：入光量和入射角度兩種設定，入光量是由設定入射光束半徑(Entrance Beam Radius)來改變入射系統時光線的分佈，如圖 2-12 所示，圖 2-12(a)和圖 2-12(b)入射光束半徑分別為 25mm 及 15mm，可以看出入射光束半徑時光線較集中通過系統。入射光線角度設定有無限物距時的入射場角度(field angle)設定，和有限物距時的物高(Object Height)設定，圖 2-13 表示入射場角度為 10° 的光束路徑圖，圖 2-14 則是物高為 10mm 與物距為 130mm 時光束路徑圖。

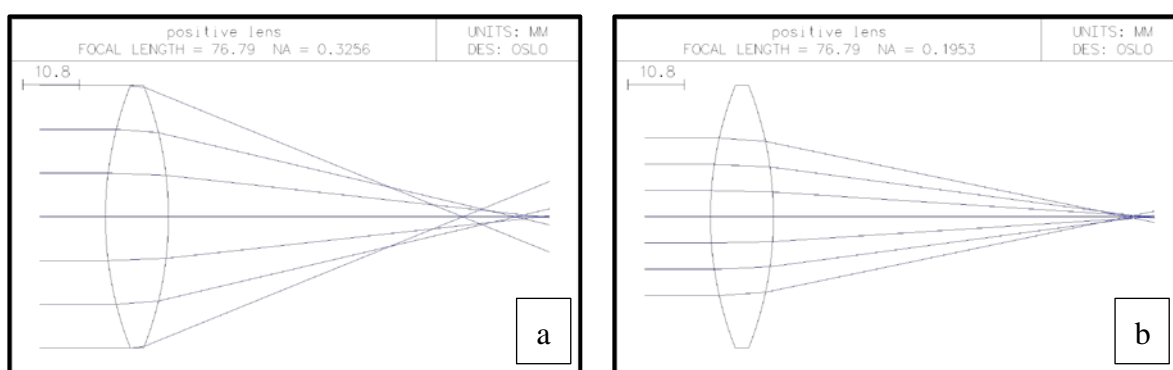


圖 2-13 入射光束半徑為(a)25mm (b)15mm 的系統示意圖。

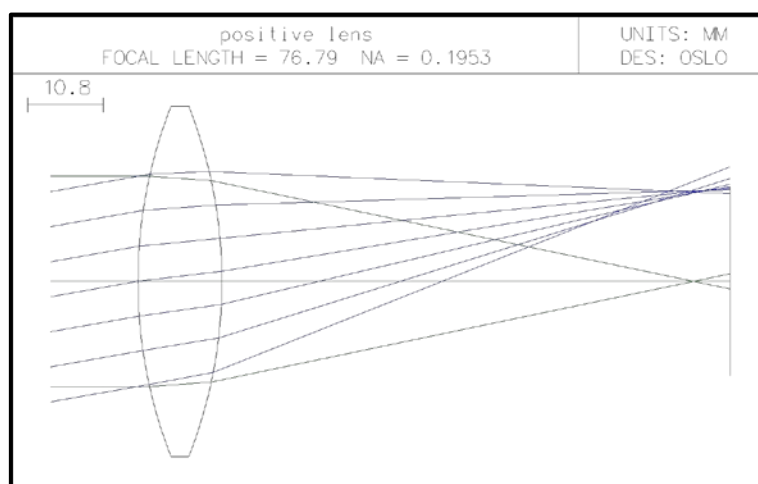


圖 2-14 入射場角度為 10° 的光束路徑圖。

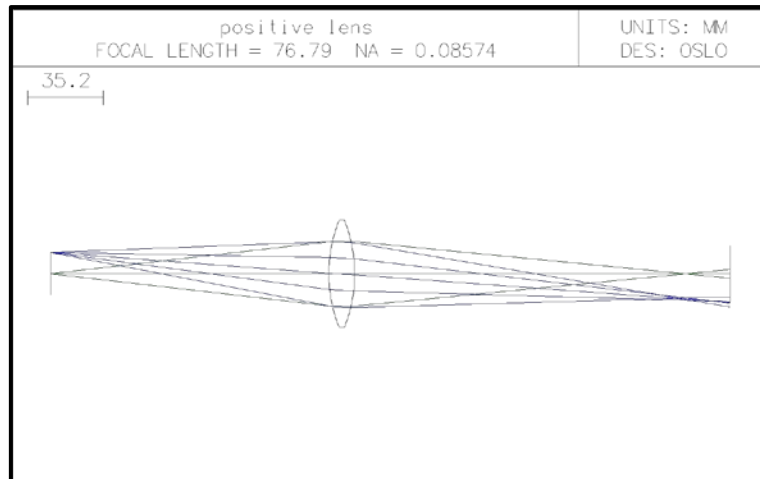


圖 2-15 有限物距時的物高為 10mm 的光束路徑圖。

以圖 2-14 的系統為例，其 OSLO 的畸變分析圖如圖 2-15 所示，圖中橫軸代表成像高度，縱軸是畸變率，圖中說明一個成像在離光軸不同距離的畸變率大小，詳細計算方式如圖 2-16 所示，圖 2-16 表示畸變率的兩種計算方式，OSLO 是使用 DIS 的計算公式，其差別在於：DIS 計算方式是理想成像和具有畸變的成像之間的距離差。而 DTV 計算方式則是考慮以中心水平線延伸，中間垂直線和邊緣點到水平線之間的距離差。DTV 計算方式因為不需要理想成像，所以在實際實驗上會以此種方式做計算，而 DIS 的計算方式因為需要理想成像，因此只有模擬的方式可以得到。

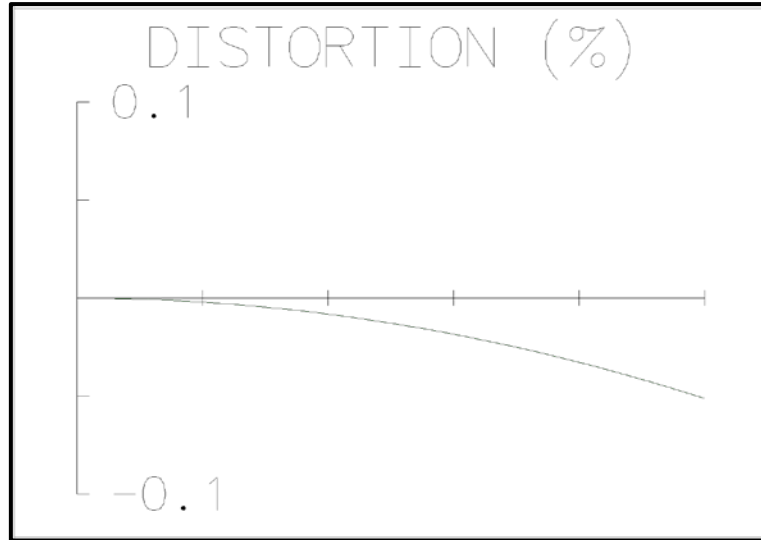


圖 2-16 OSLO 的畸變分析圖。

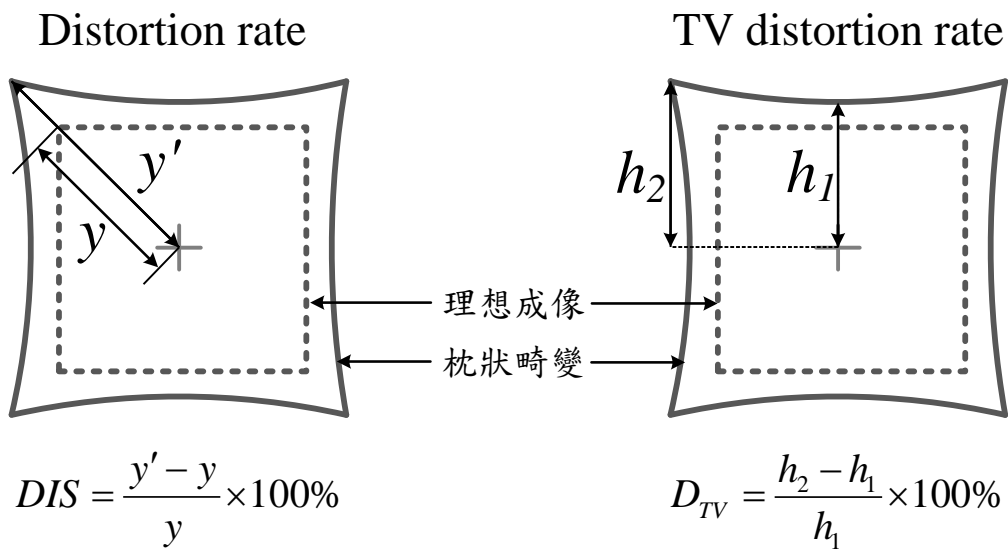


圖 2-17 畸變計算方式示意圖。

二.陣列透鏡

陣列透鏡(Micro-lens Array)是由許多小透鏡所組成的一個完整的透鏡，如圖 2-17 所示，圖中每一個小透鏡稱為單元透鏡。在一般的光學系統中，使用陣列透鏡的目的是為了光源的在平面上光強度能均勻。此外，陣列透鏡可以應用裸視 3D 系統中，使觀察者有視差感，來達到 3D 的效果。

在 OSLO 中提供了常規陣列(Regular Array)及扁平陣列(Tabular Array)，常規陣列是指陣列透鏡中單元透鏡會在同一平面上，而扁平陣列則可以設定單元透鏡不在同一平面上，以常規陣列選項建立如圖 2-18 的陣列透鏡，由點選 Special>>Surface Control>>Regular Array，可以開啟設定常規陣列的視窗，如圖 2-19 所示，首先設定陣列最後的鏡面(End Surface)，接著設定每個單元透鏡之間鏡心沿著 x 軸(x spacing)與 y 軸(x spacing)的間距，在此示範中以鏡面 3 為陣列透鏡的最後鏡面，每一個單元透鏡的鏡心間距在 x 軸與 y 軸都為 5mm，單元透鏡之孔徑半徑為 5mm，其曲率為 8mm 的平凸透鏡，圖 2-20 是 OSLO 繪出的陣列透鏡立體圖，圖 2-21 為平行光經過陣列透鏡的光束路徑圖。

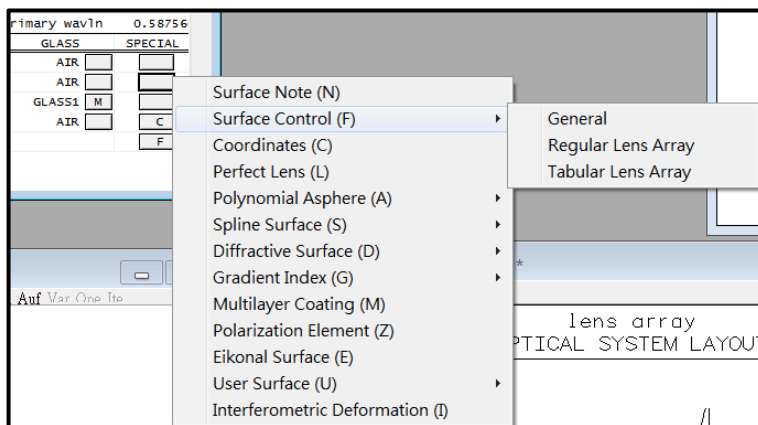


圖 2-18 開啟常規陣列。

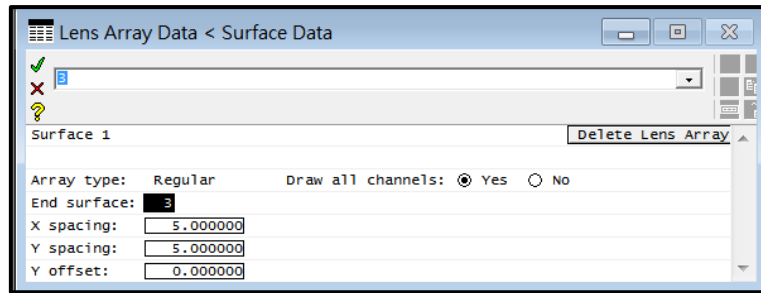


圖 2-19 常規陣列之設定。

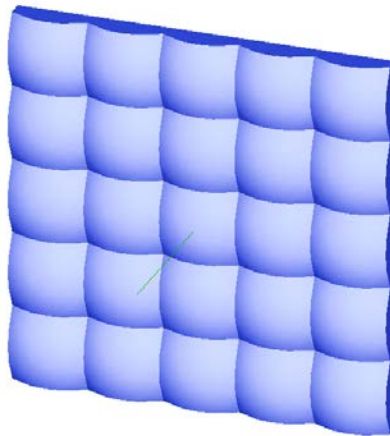


圖 2-20 OSLO 模擬陣列透鏡立體圖。

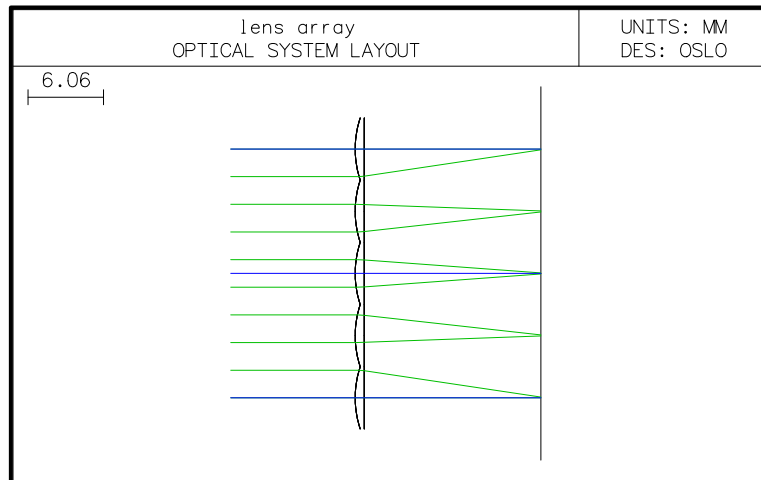


圖 2-21 陣列透鏡的光束路徑圖。

第三章 單透鏡系統之畸變分析

成像系統中，透鏡的形式與光線的路徑等等，皆會影響系統的畸變率。本章將先從最簡單的單透鏡系統，分析並討論影響成像之畸變的因素，將針對光線覓跡設定與透鏡曲率的參數兩大主題來進行討論。最後，由實驗驗證對單透鏡系統之畸變最嚴重的因素，以及其成像結果分析。

在光學系統中，單透鏡可依焦距的正值與負值而區分成正透鏡與負透鏡，正透鏡的焦距為正值，而負透鏡焦距則為負值。在本章的模擬與討論中，我們選用有效焦距(Effect Focal Length)絕對值約為 75mm 的正透鏡與負透鏡，作為探討光線設定對畸變之影響的系統，所模擬的透鏡之參數如表 3-1 與 3-2 所示，其光束路徑示意圖則示於圖 3-1 與圖 3-2。

| | 曲率半徑(mm) | 厚度(mm) | 孔徑半徑(mm) | 材質 |
|------|----------|--------|----------|--------|
| 鏡面 1 | 68.47 | 12 | 25 | SILICA |
| 鏡面 2 | -68.47 | | 25 | AIR |

表 3-1 雙凸正透鏡的參數。

| | 曲率半徑(mm) | 厚度(mm) | 孔徑半徑(mm) | 材質 |
|------|----------|--------|----------|--------|
| 鏡面 1 | 68.47 | 3 | 25 | SILICA |
| 鏡面 2 | -68.47 | | 25 | AIR |

表 3-2 雙凹負透鏡的參數。

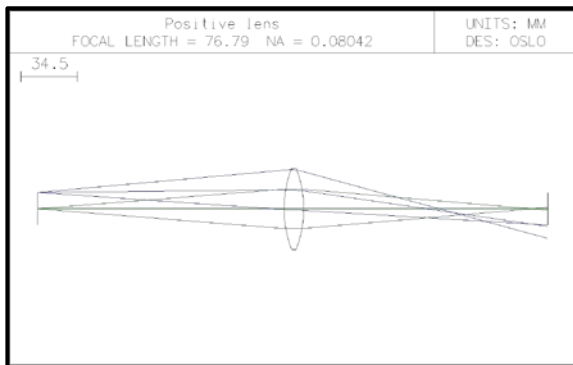


圖 3-1 雙凸正透鏡的光束路徑示意圖。

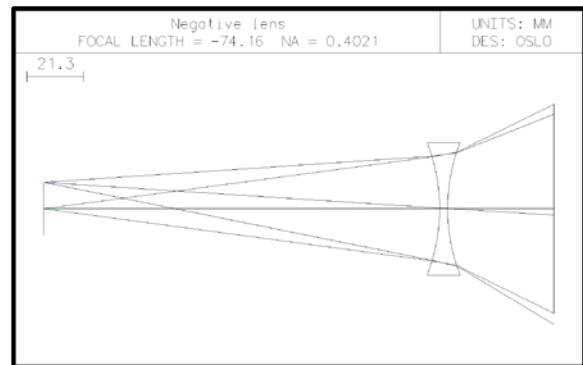


圖 3-2 雙凹負透鏡的光束路徑示意圖。

3.1 光線覓跡對畸變之影響

由參考文獻[1]中已知，成像的畸變與其高度呈正比的關係，而物空間中物體在無窮遠處時，所設定入射光束的入射場之角度，與在有限物距的情況下，所設定的物高，都會影響成像高度，因此本節將在分別在第一部分探討入射場對畸變的影響程度與第二部分討論物距與物高與畸變的關係。

光線覓跡(Ray Tracing)，是追蹤光學系統中所有光束路徑，在這些光束路徑中，軸光線(Axial Ray)通過系統中孔徑光闌(A.S., Aperture Stop)的邊緣，可以描述成像的位置；而主光線(Chief Ray)則通過孔徑光闌的中心，與此系統的成像高度有關。孔徑光闌的設定會決定主光線在成像系統中與光軸相交的位置，改變了主光線與光軸的夾角，因此孔徑光闌設定對系統中的畸變也會有影響，這部分將會在第三部分中討論。至於透鏡本身的參數，包含曲率半徑與透鏡形式等等，這些參數對於系統的畸變之影響程度，將於 3.2 中討論。

一.入射場角度設定對畸變之影響

當物距設定為無窮遠時，在光學系統模擬中，以入射場角度(Field Angle)的設定來描述入射光線。當入射場角度為零，即入射光線平行於光軸而入射至透鏡中，當此平行光線通過正透鏡，則如圖 3-3(a)，光線將匯聚至焦點。在光線匯聚至焦點時，系統應該是沒有畸變產生。在圖 3-3(b)所示的畸變曲線圖中，橫軸是成像高度，縱軸是畸變率，此曲線的數據顯示系統仍有極小的畸變率，這可能是受到球面像差的影響，造成在此焦點位置的成像仍會有極小的像高，因而產生極小的畸變率。相對地，經過負透鏡的光線會發散，而發散光線是無法由實際光線形成實像，如圖 3-4(a)所示，因此在模擬負透鏡系統時，可以追蹤及描繪其虛光線(Virtual Ray)，如圖 3-4(a)中標識箭頭方向的光線，虛光線將匯聚至虛焦點。由圖 3-4(b)的畸變分析曲線，得知在虛焦點處，但是由於此時虛像的像高依然極小，故其畸變率仍然極小。

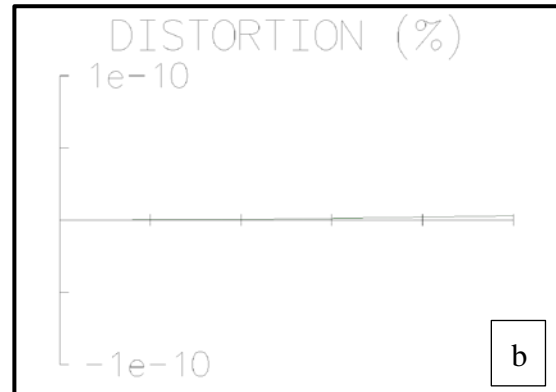
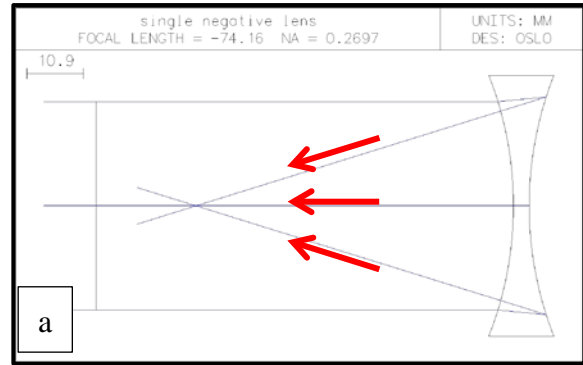
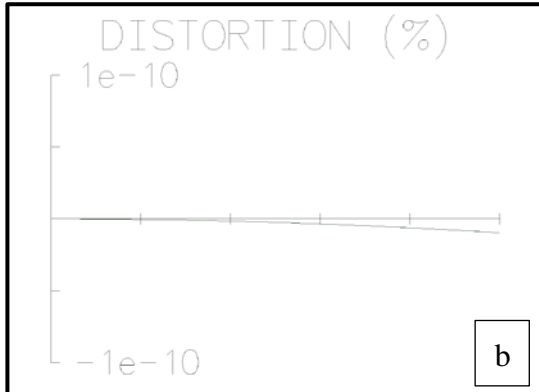
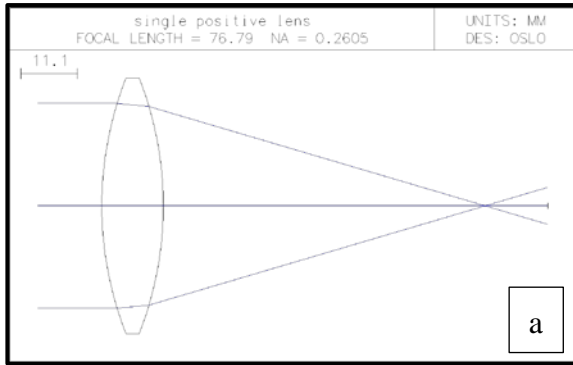


圖 3-3 平行入射光(入射場角度=0°)入射至正透鏡之(a)光束路徑圖與(b)畸變分析曲線。

圖 3-4 平行入射光(入射場角度=0°)入射至負透鏡之(a)光束路徑圖與(b)畸變分析曲線。

在入射場角度不為零時，亦即以非平行光束入射進入透鏡，圖 3-5(a)和圖 3-6(a)分別表示入射場角度為 10° 的光線入射至正透鏡與負透鏡系統的光束路徑圖，圖中可清楚看到，此時的成像不是一個點，而是具有高度，故此系統有畸變的產生。圖 3-5(b)和圖 3-6(b)則分別為入射場的角度為 10° 時，正透鏡和負透鏡系統的成像高度與其畸變分析曲線圖，由曲線的趨勢可以看出隨著成像高度的增加，其畸變率也增加。在這部分的模擬中，孔徑光闌設定在系統的第一個折射鏡面上，所以畸變率的數值相當小，關於孔徑光闌設定對畸變之影響，將會在 3-3 節討論。圖 3-5(b)的曲線數據顯示，在此入射場角度下，於正透鏡系統的最大成像高度之畸變率數值約為-0.3%，負值的畸變率表示系統為桶狀畸變；圖 3-6(b)則顯示在負透鏡系統的最大成像高度之畸變率數值約 0.1%，為枕狀畸變。由畸變率的數值顯示，在相同的入射場角度參數設定下，正與負透鏡系統的畸變率形式恰好相反；但是，負透鏡系統的畸變率的絕對數值比正透鏡系統小。

由前面的討論得知，非平行入射光將會使其成像具有高度，因而產生畸變。接下來，分析其畸變率曲線在不同的入射場角度時，其最大成像高度的畸變率數值，得到圖 3-7 所示之入射場角度與畸變率的關係圖，圖中的圓形實心點之曲線為正透鏡系統的關係曲線，方形實心點的曲線則為負透鏡系統。圖中數據顯示，入射場角度變大時，畸變率的絕對值也會增加，亦即在正透鏡系統中，隨著入射場角度變大，桶狀畸變的程度變大，負透鏡系統則是枕狀畸變的程度變大。不同入射場角度對系統的成像高度則如圖 3-8 所示，入射場角度增加，成像高度也變大。根據此結果，可推論系統的成像高度增加，其畸變率增加，模擬之結果也顯示符合此推論，結果如圖 3-9 所示。

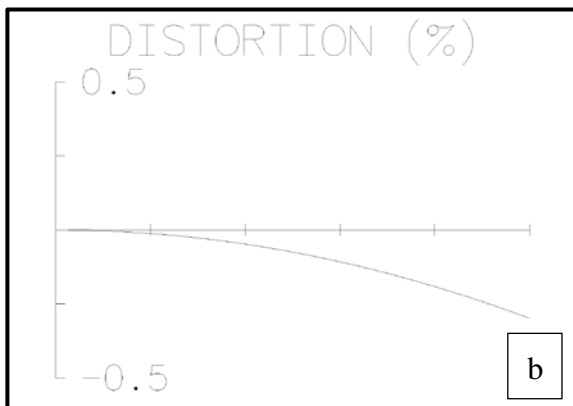
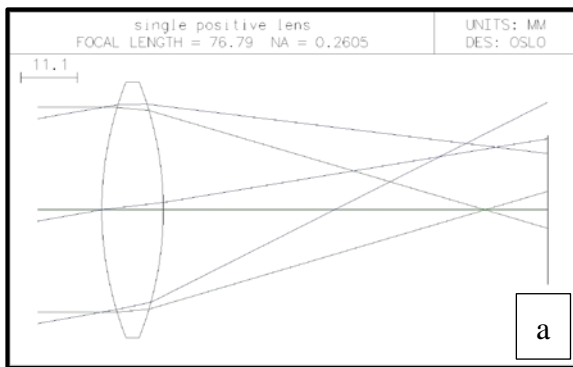


圖 3-5 入射光束以入射場 10° 之角度入射至正透鏡，其(a)光束路徑圖與(b)畸變分析曲線。

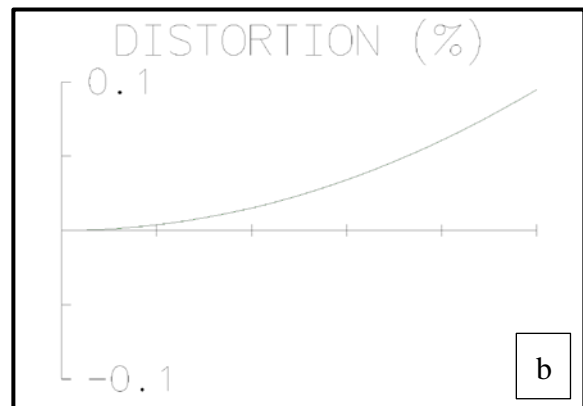
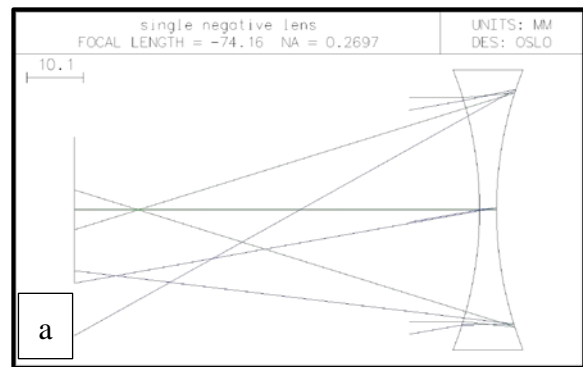


圖 3-6 入射光束以入射場 10° 之角度入射至正透鏡，其(a)光束路徑圖與(b)畸變分析曲線。

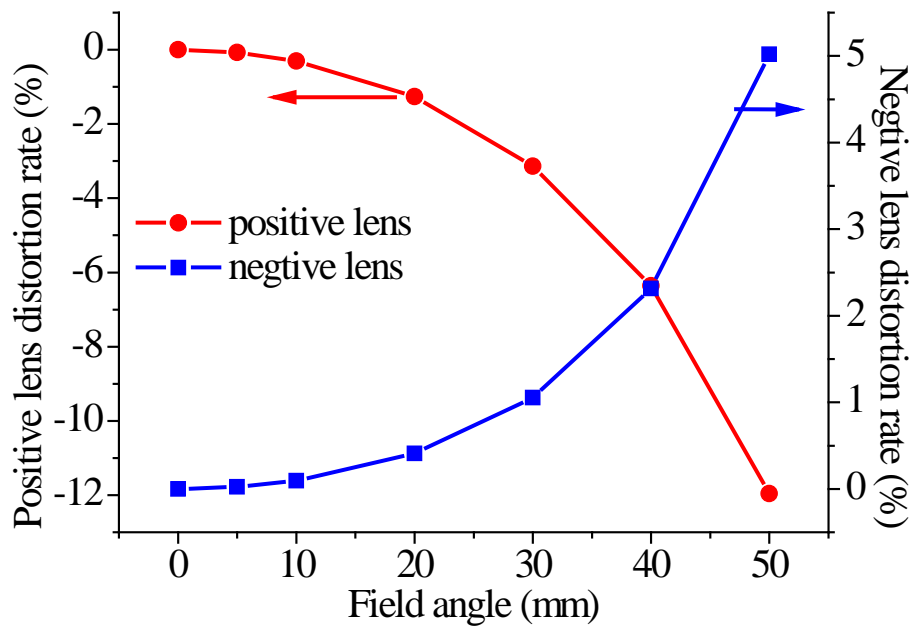


圖 3-7 入射場角度與畸變率的關係曲線圖。

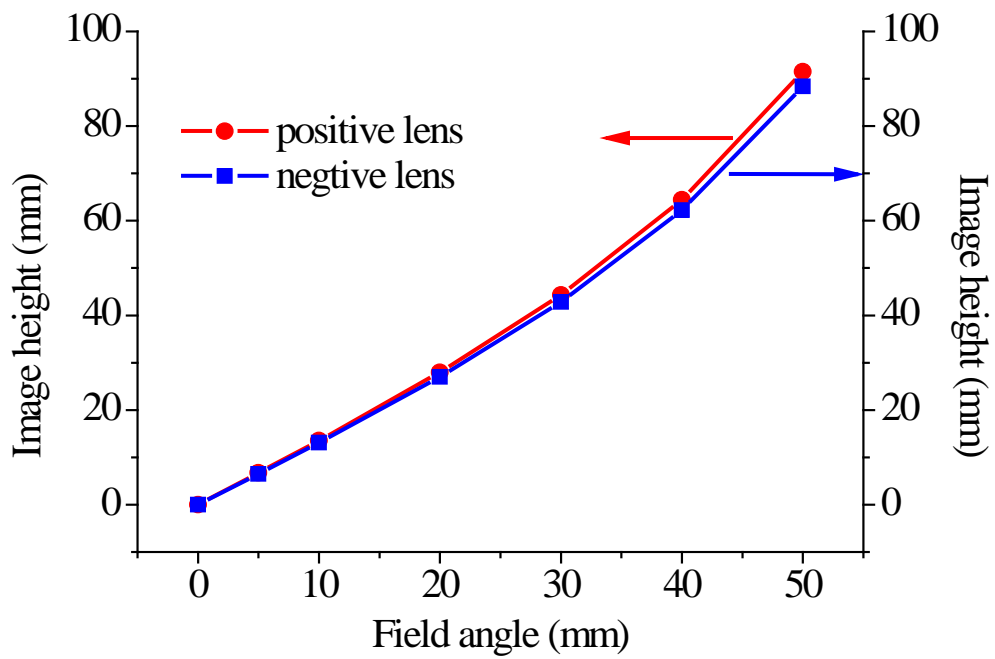


圖 3-8 入射場角度與像高之關係曲線圖。

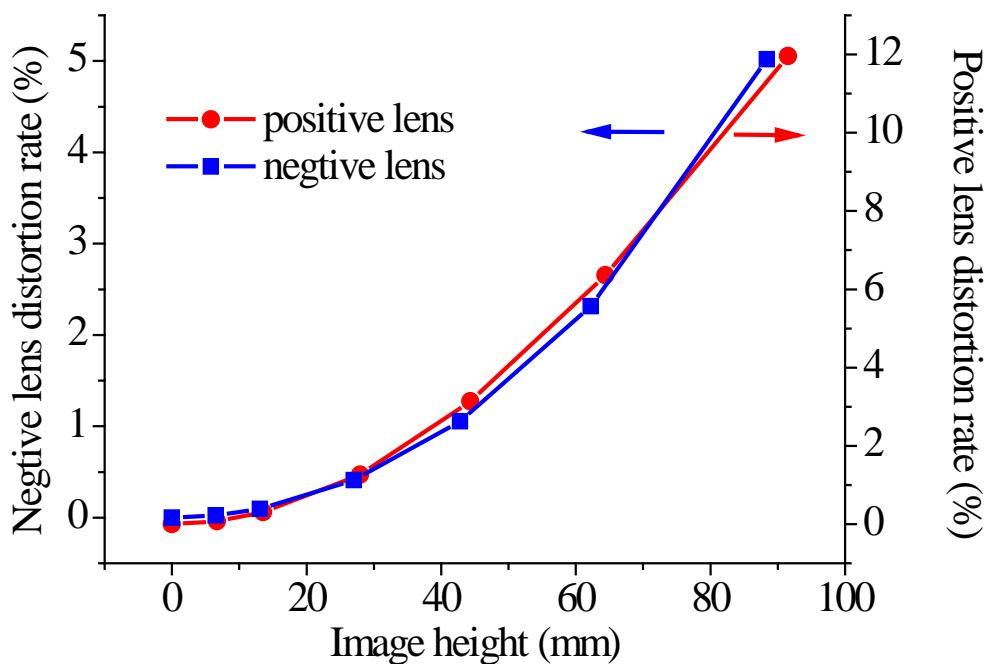


圖 3-9 畸變率與像高之關係。

二. 物距與物高設定對畸變之影響

當物距(Object distance)設定在有限值時，則物高(Object height)與物距的設定將影響到光束入射至系統的最大角度，也會影響到系統的畸變，因此接下來將討論畸變受到物距與物高之影響狀況。在討論之前，根據透鏡成像公式，正透鏡與負透鏡在不同物距設定時，其成像位置與高度關係，列於表 3-3 和表 3-4 中，透鏡系統中各種參數的定義如圖 3-10 所示

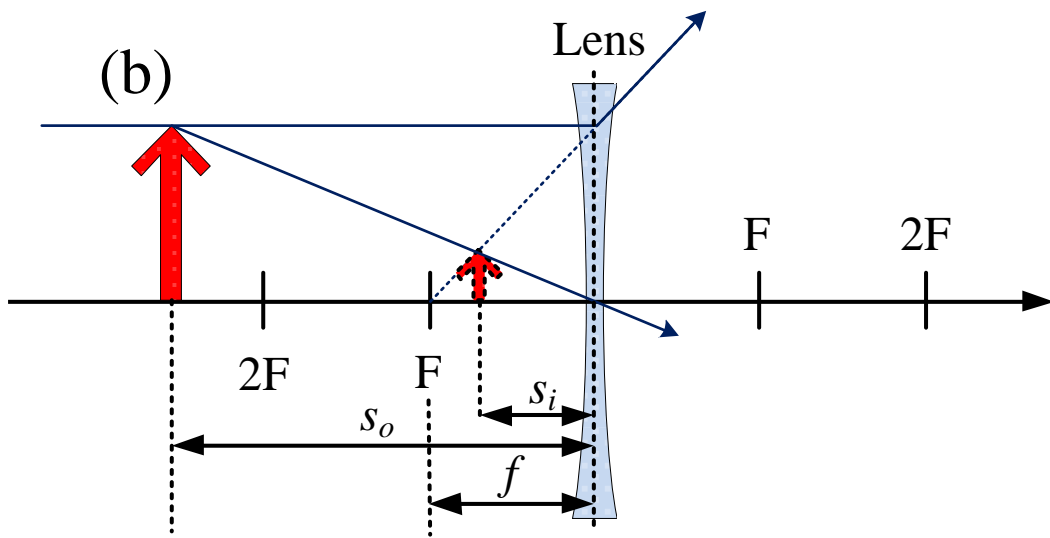
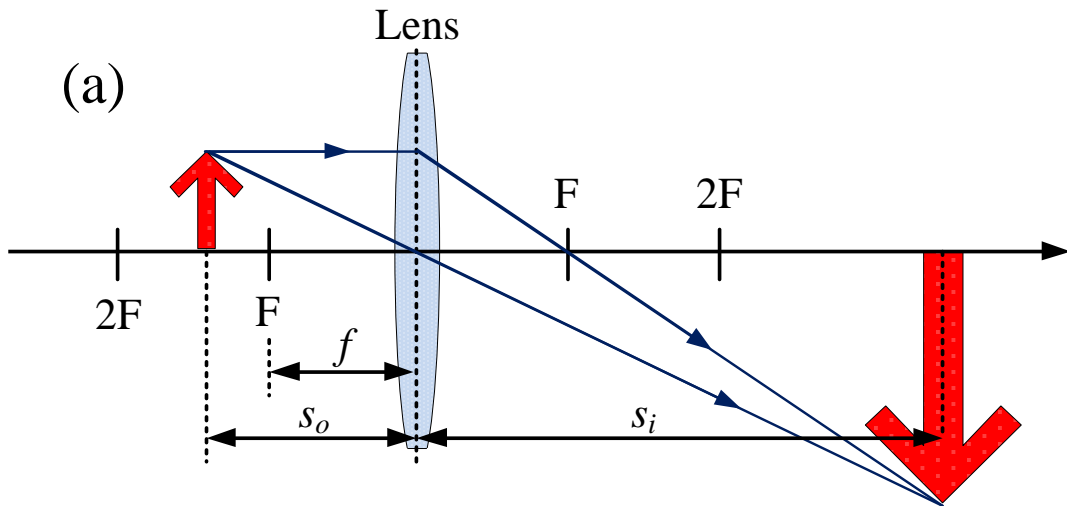


圖 3-10 (a)正透鏡與(b)負透鏡系統之參數定義示意圖，圖中 f 表示焦距， s_o 表示物距， s_i 則表示像距。

| 正透鏡 | | | | |
|----------------------------------|----|---------------------|----|------|
| 物 | 像 | | | |
| 位置 | 形式 | 位置 | 方向 | 相對大小 |
| $\infty > s_o > 2f$ | 實像 | $f < s_i < 2f$ | 倒立 | 縮小 |
| $s_o = 2f$ | 實像 | $s_i = 2f$ | 倒立 | 相等 |
| $f < s_o < 2f$ | 實像 | $\infty > s_i > 2f$ | 倒立 | 放大 |
| $s_o = f$ | | ∞ | | |
| $s_o < f$ | 虛像 | $ s_i > s_o$ | 正立 | 放大 |
| s_o : 物距， s_i : 像距， f : 焦距 | | | | |

表 3-3 正透鏡系統之物距與其成像的關係參數。

| 負透鏡 | | | | |
|----------------------------------|----|-------------------------------|----|------|
| 物 | 像 | | | |
| 位置 | 形式 | 位置 | 方向 | 相對大小 |
| 任一位置 | 虛像 | $ s_i < f $, $ s_i < s_o$ | 倒立 | 縮小 |
| s_o : 物距, s_i : 像距, f : 焦距 | | | | |

表 3-4 負透鏡系統與其成像的關係參數。

這一部分的討論與第一部份的討論使用相同的透鏡系統，即有效焦距為 75mm 的正透鏡系統。首先，先討論將物高設定於 10mm 時，物距與畸變的關係，此系統之光束路徑如圖 3-11 所示。這裡將討論成像為放大的正立虛像之區間，即物距設定在鏡前 15mm 至 60mm 的位置，與成像為倒立實像區間，即物距設定在 100mm 至 200mm 間。由於物高已被固定，所以物距的設定，將會影響到系統的像高與像距，正透鏡系統的倒立實像區間與正立虛像區間的物距與像高分別顯示於圖 3-12(a)與 3-13(a)中，其物距與像距的關係數據則分別顯示於圖 3-12(b)與 3-13(b)中，這兩種曲線的變化趨勢均符合表 3-3。分析這兩個物距區間設定時，像距與像高對於畸變率的影響，顯示於圖 3-14 中，系統的實像之像高與畸變率絕對值成正比；然而系統成虛像時，像高與畸變率絕對值呈反比，虛像的結果與實際觀察到現象不同，這是模擬軟體中其光線覓跡的方式不適合覓跡虛像，故虛像的畸變分析數據是有問題的，無法正確的模擬虛像的畸變，因此接下來的討論，都將只討論正透鏡系統的畸變。

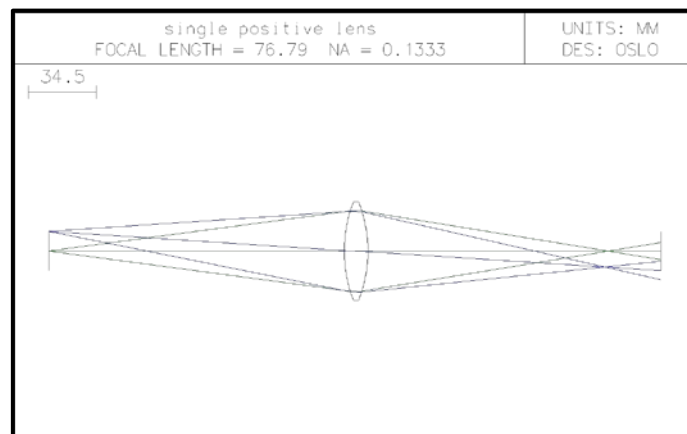


圖 3-11 物高設定在 10mm，有效焦距為 75mm 的正單透鏡系統之光束路徑圖。

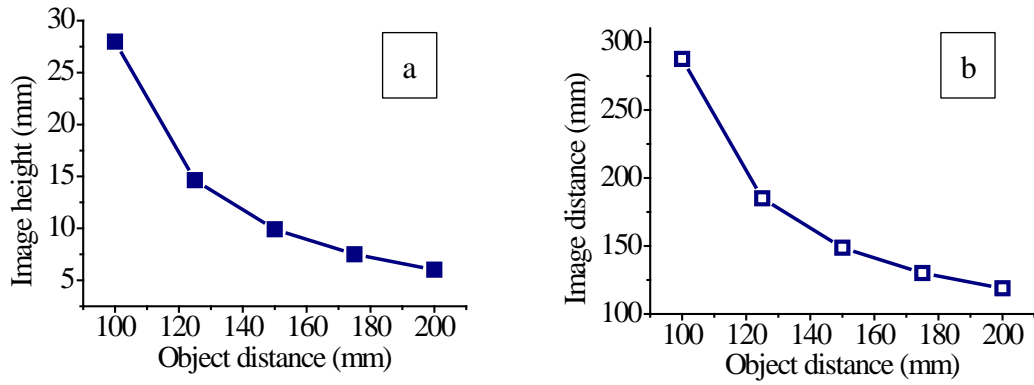


圖 3-12 正透鏡的實像區間之(a) 物距與像高及(b) 物距與像距的關係曲線圖。

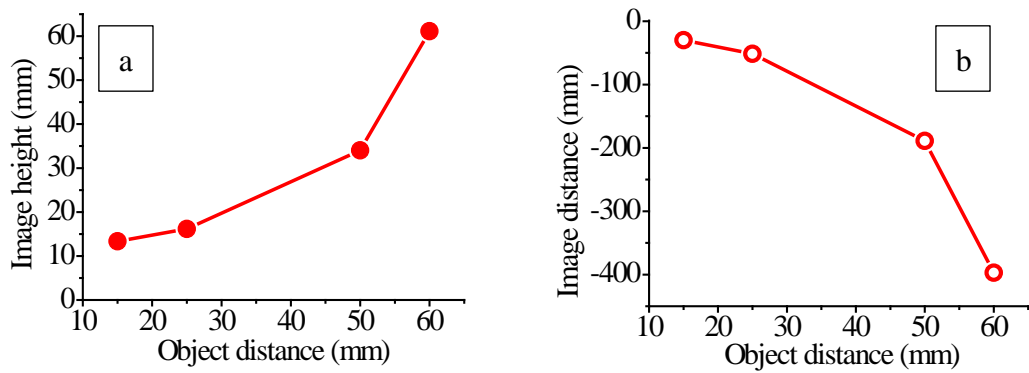


圖 3-13 正透鏡的虛像區間之(a) 物距與像高及(b) 物距與像距的關係曲線圖。

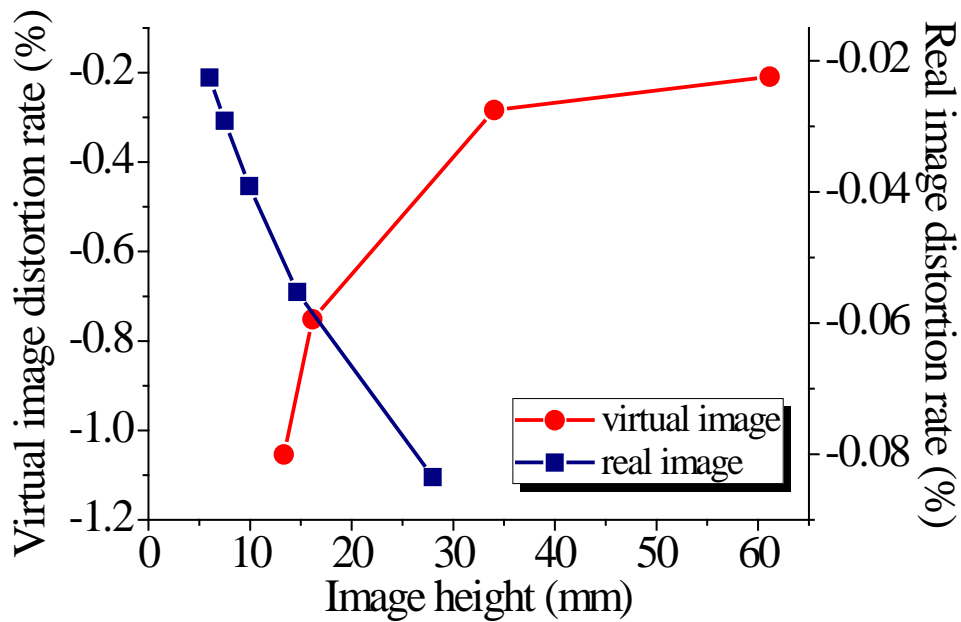


圖 3-14 正透鏡系統的實像與虛像之像高與畸變率關係圖，圖中方形實心點為實像區間的數據，方形空心點為虛像區間的數據。

三. 孔徑光闌對畸變之影響

在光學系統中，孔徑光闌為實際存在的光學元件，例如透鏡或光圈，孔徑光闌的設定可以決定成像系統中之進光量。因此，孔徑光闌的位置改變，會造成光束路徑的變化，會影響光線覓跡的結果，因此孔徑光闌的位置設定對成像的畸變有顯著影響，其關係將會在此節詳細討論。

這一部分的討論，依然使用表 3-1 中的正透鏡，焦距為 75mm，並設定物高 10mm 和物距 150mm，其成像高度為 9.9mm，像距為 148.69mm，是放大率約等於 1 的系統設定。在這一部分的討論中，定義透鏡系統的中心為座標原點，孔徑光闌放置於透鏡前面時，即物體至折射鏡面 1 的區間，其位置座標為負值；置於透鏡後面時，即折射鏡面 2 至成像的區間，其位置座標為正值。將此系統的孔徑光闌放置於距離透鏡中間 -31mm、-56mm、+31mm 與 +56mm 處，其光束路徑圖分別顯示於圖 3-14(a)、圖 3-14(b)、圖 3-14(c)與圖 3-14(d)。光線由這四張光束路徑圖，可以看出系統的像高與像距不會隨孔徑光闌位置而改變，也就是孔徑光闌的設定，對於系統的成像位置和成像高度的影響不大，雖然孔徑光闌位置不影響系統的像距與像高，但是圖 3-15 中可以看出孔徑光闌位置的改變將使得像空間中光線的角度不同，孔徑光闌的設定主要決定了主光線和光軸的相交位置，當孔徑光闌位置改變，主光線由鏡面 2 到成像面的斜率會改變，因此不同斜率的主光線成像的有不同畸變現象。

分析孔徑光闌設定於不同位置時，在其最大像高的畸變率，結果如圖 3-15 所示，圖中橫軸代表孔徑光闌的位置，數值 0 的位置是透鏡中間的位置，透鏡有 12mm 的厚度，孔徑光闌無法設定在透鏡中。圖中曲線的趨勢可以發現孔徑光闌設定在透鏡前面時，畸變率為負值，是桶狀畸變；而設定在透鏡後面，畸變率則為正值，是枕狀畸變。此外，孔徑光闌位置離透鏡越遠時，其畸變率的絕對值越大，但是孔徑光闌位置的設定不可以離透鏡太遠，否則光線將無法被覓跡，因此無法成像。

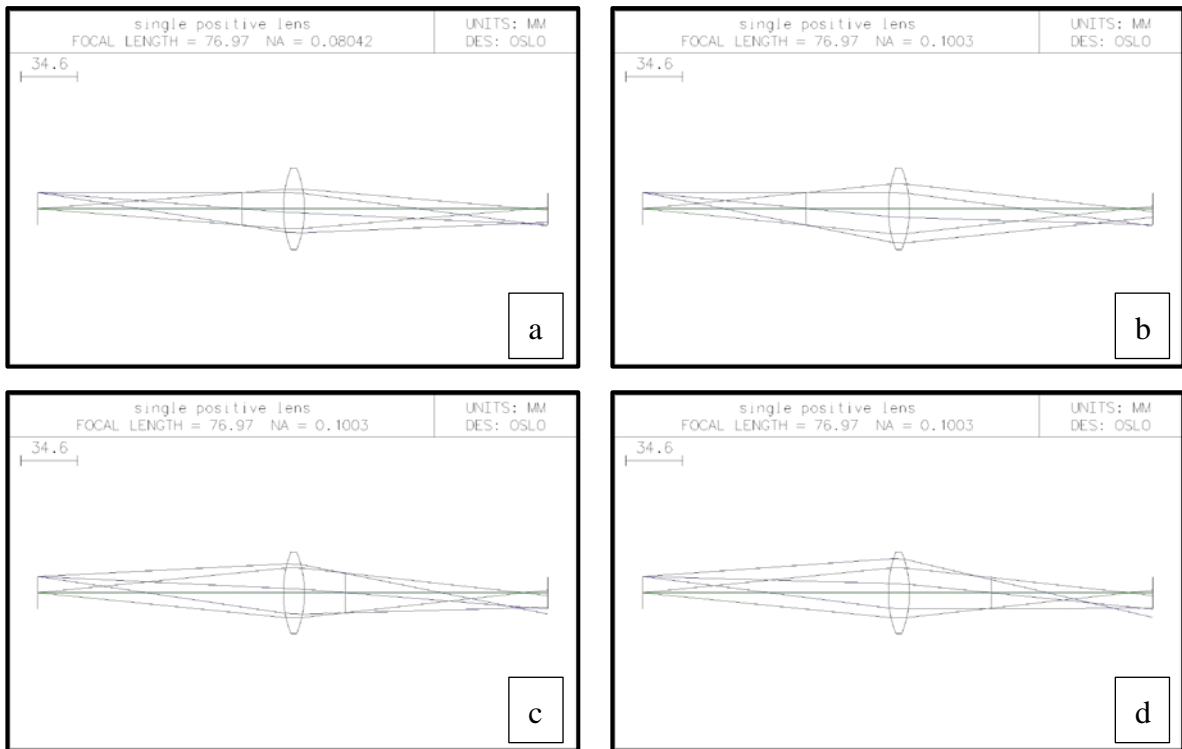


圖 3-15 有效焦距為 75mm 的正透鏡系統，孔徑光關位置在(a) -31mm、(b) -56mm、(c) 31mm 與 (d)56mm 處，系統之光束路徑圖。

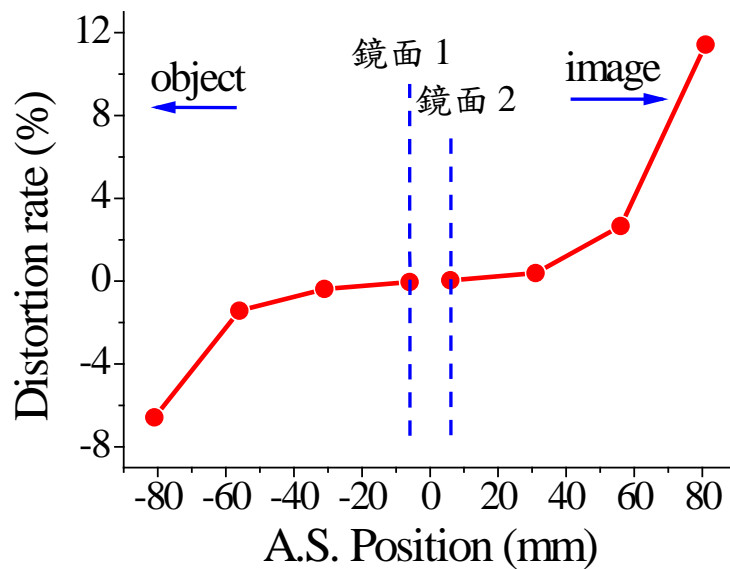


圖 3-16 孔徑光關位置設定與系統之畸變率關係圖，橫軸為孔徑光關的位置縱軸是相對應的畸變率。

3.2 透鏡參數對畸變之影響

上一節中，討論對稱型的雙凸或雙凹單透鏡系統中，入射場角度、物高與孔徑光闌位置設定對於畸變的影響情形，然而當單透鏡的兩個折射鏡面的曲率半徑不再是對稱，則系統的畸變是否會受到入射場角度、物高與孔徑光闌位置的影響？透鏡的兩個折射鏡面之曲率半徑的選擇對於這些參數的影響程度如何？

這裡只討論正透鏡系統的畸變分析，選定雙凸透鏡(biconcave)、平凸透鏡(plane-convexo)、凸平透鏡(convexo-plane)和凹凸透鏡(convexo-concav)，來討論孔徑光闌對畸變之影響，雙凸透鏡參數同表 3-1，路徑示意圖如圖 3-1；平凸透鏡透鏡參數列於表 3-5；凸平透鏡的參數與平凸透鏡幾乎相同，只是鏡面 1 與鏡面 2 折射鏡面的曲率半徑(R1 與 R2)互換，其凹凸透鏡的透鏡參數列於 3-6，其路徑示意圖示於圖 3-16 與圖 3-17。

| | 曲率半徑(mm) | 厚度(mm) | 孔徑半徑(mm) | 材質 |
|------|----------|--------|----------|--------|
| 鏡面 1 | 35.22 | 12 | 25 | SILICA |
| 鏡面 2 | 0 | | 25 | AIR |

表 3-5 平凸正透鏡的參數。

| | 曲率半徑(mm) | 厚度(mm) | 孔徑半徑(mm) | 材質 |
|------|----------|--------|----------|--------|
| 鏡面 1 | 31.0 | 12 | 25 | SILICA |
| 鏡面 2 | 225.0 | | 25 | AIR |

表 3-6 凹凸正透鏡的參數。

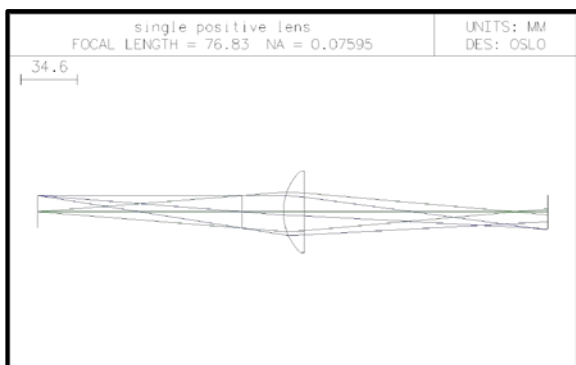


圖 3-17 平凸正透鏡的路徑示意圖。

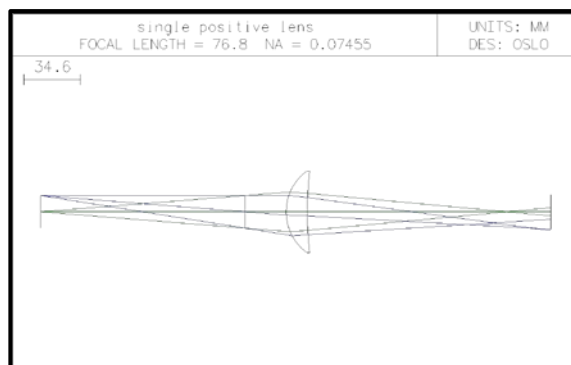


圖 3-18 凹凸正透鏡的路徑示意圖。

首先，先討論孔徑光闌位置的設定對於畸變的影響，圖 3-19 顯示雙凸(圓形點)，平凸(方形點)，凸平(三角形點)、凹凸(菱形點)這四種透鏡系統，其孔徑光闌位置設定與畸變率的關係曲線。當孔徑光闌設定在平凸透鏡和凹凸透鏡的後面 81mm 處，系統覓跡不到光線，無法找到成像，更無法計算其成像的畸變率，因此在圖 3-17 的數據中，這兩個透鏡的數據在 81mm 處沒有畸變率數值。

這四條數據曲線顯示，當孔徑光闌的位置設定在透鏡前面時，畸變率是負值，為桶狀畸變；而設定於透鏡後面時，畸變率是正值，為枕狀畸變。比較平凸透鏡與凸平透鏡的數據，平凸透鏡的凸面朝向物空間，凸平透鏡的凸面朝向像空間，孔徑光闌位置在距離透鏡後面 56mm 以內，這兩種透鏡的畸變率都約小於 1%，但是當孔徑光闌位置在距離透鏡前面 56mm 以內，凸平透鏡的畸變率就明顯略大於平凸透鏡，尤其當孔徑光闌位置在透鏡前面 81mm 處，平凸透鏡的畸變率-16.5%，凸平透鏡的畸變率-9.5%，其畸變率的差異變大，平凸透鏡在透鏡前面 56mm 和凸平透鏡在透鏡後面 56mm 的畸變率絕對值是 3.15%，正負號相反。

當孔徑光闌位置極靠近透鏡時，這四種透鏡系統的畸變率都極低，尤其當孔徑光闌位置為 0，即設定在透鏡上，其畸變率最低，故在單透鏡系統中，孔徑光闌的最佳位置為透鏡的折射鏡面上。隨著孔徑光闌的位置離透鏡越遠，

畸變率變化越大。當孔徑光闌設定在距離透鏡 81mm，以凹凸透鏡的畸變率變化最顯著，雙凸透鏡的畸變率變化最小。因此，對稱型的透鏡之畸變受到孔徑光闌位置影響最小，凹凸型的透鏡影響最大。

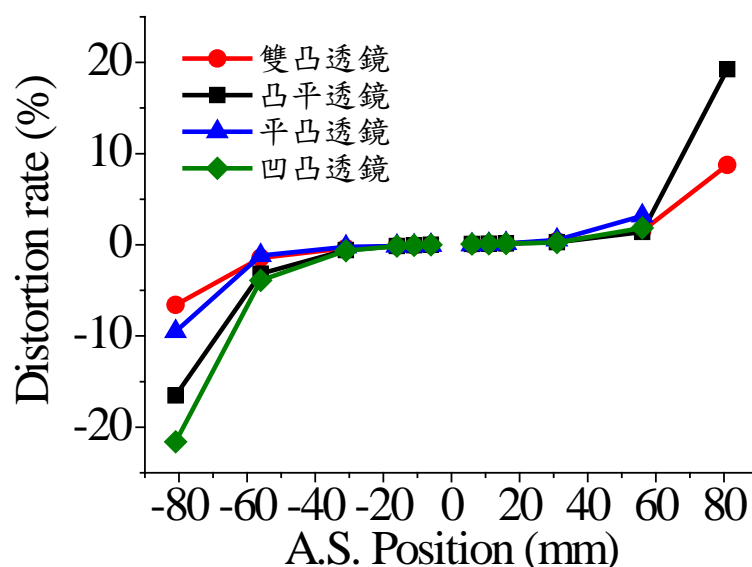


圖 3-19 孔徑光闌位置設定與畸變關係曲線圖，橫軸為孔徑光闌位置，以透鏡中間為圓點，縱軸為畸變率，其中圓形點為雙凸透鏡，方形點為凸平透鏡，三角形點為平凸透鏡，菱形點為凹凸透鏡之數據。

在圖 3-19 的討論中，了解到透鏡形式會影響到畸變，因此接下來藉由分析在單透鏡中，鏡面 1 的曲率半徑 R_1 ，與鏡面 2 的曲率半徑 R_2 之比例關係，即 R_1/R_2 比值，對於畸變率的影響。這部分的討論，我們比較五組單透鏡系統，其曲率半徑比值 $r = R_1/R_2$ ，討論孔徑光闌位置設定對其畸變之關係，這五組透鏡的曲率半徑參數設定如表 3-7 所示。當曲率半徑的比值 r 為較大的正值，則透鏡形狀為凹凸透鏡；當 r 為較接近 0 的正值，則透鏡形狀近似凸平透鏡；若 r 為 0，則為凸平透鏡；若 r 大於 -1 且小於 0 時，則為雙凸透鏡； r 越接近 -1，則越接近對稱形式的雙凸透鏡。圖 3-18 是這五組不同曲率半徑比值的透鏡系統，其孔徑光闌位置與畸變率的關係曲線圖，圖中圓形實心和三角

形實心點分別是透鏡 A 和透鏡 B，即曲率半徑比值 r 分為 -1 和 -0.22 的雙凸透鏡，方形實心點是透鏡 C，則是 r 為 0 的凸平透鏡，圓形空心點、三角形空心點與菱形空心點則分別是凹凸透鏡形式的透鏡 D($r = 0.04$)、透鏡 E($r = 0.14$)與透鏡 F($r = 0.24$)。當孔徑光闌位置在透鏡 E($r = 0.14$)和透鏡 F($r = 0.24$)的後面 81mm，由於無法覓跡到光線，無法成像，因此畸變率沒有數值。圖 3-20 數據顯示，透鏡畸變受到孔徑光闌位置影響的較小是：雙凸透鏡，其次是凸平透鏡，最大的是凹凸透鏡，而且 r 值越大的凹凸透鏡受到影響越嚴重。

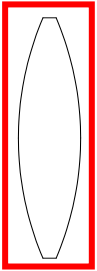

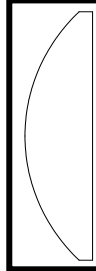
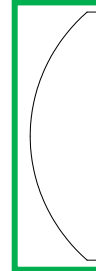
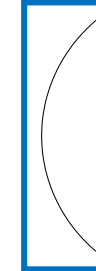
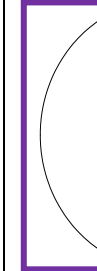
| | 曲率半徑(mm) | | | | | |
|-----------|---|---|---|--|---|---|
| | 透鏡 A | 透鏡 B | 透鏡 C | 透鏡 D | 透鏡 E | 透鏡 F |
| 鏡面 1(R1) | 68.47 | 43.1 | 35.2 | 34.0 | 31.0 | 28.0 |
| 鏡面 2 (R2) | -68.47 | -200 | ∞ | 870.0 | 225.0 | 116.7 |
| $r=R1/R2$ | -1 | -0.22 | 0 | 0.04 | 0.14 | 0.24 |
| 透鏡形狀 |  |  |  |  |  |  |

表 3-7 正透鏡系統之曲率半徑參數與其曲率半徑比值 r 。

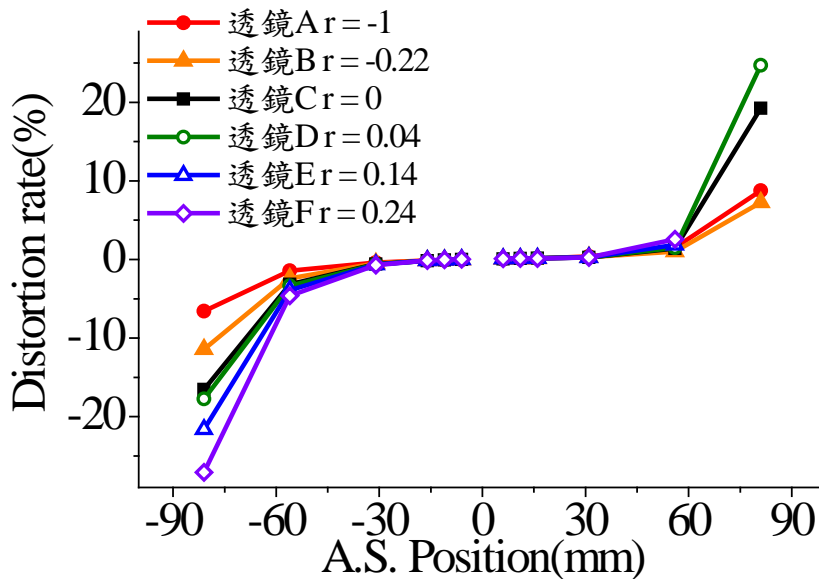


圖 3-20 不同曲率半徑比值的正透鏡系統之孔徑光闌位置與畸變關係曲線圖，橫軸為孔徑光闌位置，以透鏡中間為圓點，縱軸為畸變率，圓形實心、三角形實心點、方形實心點、圓形空心點、三角形空心點與菱形空心點分別為曲率半徑比值 $r=-1$ 、 -0.22 、 0 、 0.04 、 0.14 與 0.24 之透鏡。

3.3 實驗驗證

根據 3.1 與 3.2 節的討論，孔徑光闌位置對單透鏡系統的成像畸變影響最嚴重，因此在本小節中將架設實際的光學系統，改變系統中光圈的放置位置，探討是否光圈位置設定在距離透鏡較遠時，成像的畸變會較大，置於折射鏡面上時，系統的畸變最小。同時也驗證光圈設定於透鏡前與透鏡後時，其畸變型態是否與模擬的結果相同。

圖 3-21 是所架設的單透鏡實驗系統示意圖，此系統以 LED 燈做為光源，經過邊長 $5\text{mm} \times 5\text{mm}$ 的方格圖，即為此系統的物。通過物的光線再經過表 3-8 所示的參數之正透鏡成像，最後經成像於 CCD，在電腦中讀取由 CCD 所拍攝之影像結果。這裡分別量測與討論焦距為 85mm 的透鏡 A 系統與 55mm 之透鏡 B 系統的孔徑位置與其成像的畸變關係，透鏡 A 與透鏡 B 的光學參數如表 3-8 所示。

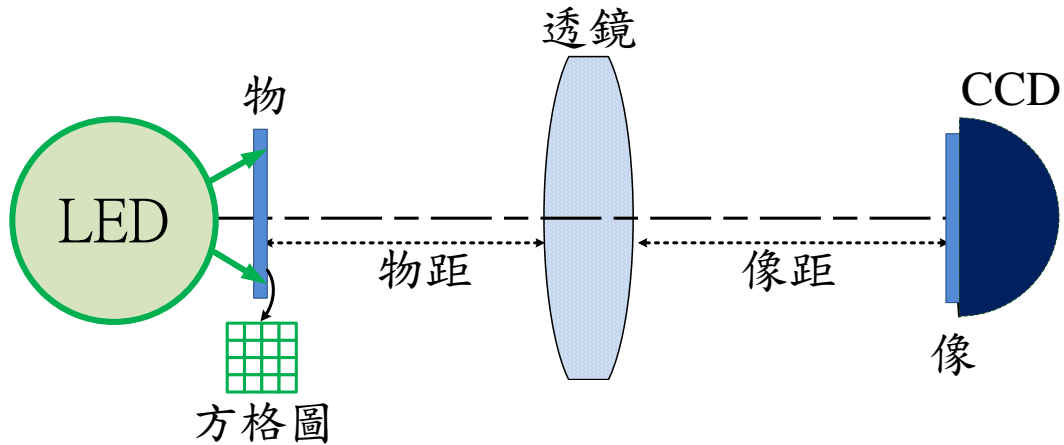


圖 3-21 架設單透鏡系統示意圖。

| | 焦距(mm) | 物距(mm) | 像距(mm) | 孔徑半徑(mm) |
|------|--------|--------|--------|----------|
| 透鏡 A | 85 | 160 | 160 | 21 |
| 透鏡 B | 55 | 110 | 110 | 20 |

表 3-8 透鏡 A 系統與透鏡 B 系統中的單透鏡之實驗參數。

圖 3-22 是在架設系統時，決定光圈位置座標的示意圖，光圈置於透鏡前，也就是物空間時，位置為負值；而置於透鏡後，即像空間處，則位置是正值。透鏡 A 系統(透鏡焦距為 85mm)的光圈位置設置在 0mm、-124mm、-74mm、44mm 與 124mm 處，其成像結果如圖 3-23 所示；透鏡 B 系統(透鏡焦距為 55mm)的光圈位置設置在 0mm、-74mm、-44mm、29mm 與 64mm 處，其成像結果如圖 3-24 所示。圖 3-23(a)和圖 3-24(a)皆是光圈位置為 0 處的成像，即為光圈分別置於焦距為 85mm 和 55mm 的透鏡上，可以觀察到其方格成像幾乎沒有形變，也就是幾乎沒有畸變的現象產生。圖 3-23(b)與圖 3-23 (c)則是將光圈置於距離透鏡前面的成像結果，圖 3-23(c)的光圈位置-124mm，較圖 3-23(b)的光圈位置-74mm 遠，由圖 3-23(c)中看到方格成像產生形變，形變的型態明顯看出是桶狀畸變，而圖 3-23(b)則顯示成像無明顯的形變，亦即幾乎觀察不到畸變的現象。因此將光圈放置於透鏡前，的確如模擬的結果，為桶狀畸變。而且光圈位置在透鏡前面且離透鏡越遠時，桶狀畸變就越嚴重。圖 3-23(d)與圖

3-23 (e)則是光圈置於透鏡後面 44mm 與 124mm 的成像，圖 3-23(e)的成像明顯看出往外型變的枕狀畸變形式；而 3-23(d)則只有些許的往外型變，但不是很明顯，因此光圈位置在透鏡後面，且較接近透鏡時，其枕狀畸變就越不明顯，這個結果與 3-1 節的討論相同。圖 3-24 透鏡 B 系統的成像結果趨勢，與圖 3-23 的系統相似，即顯示在透鏡焦距較短的單透鏡系統中，光圈位置放置在透鏡前面為桶狀畸變，放置在後面為枕狀畸變；光圈位置離透鏡越遠，畸變越嚴重，放置於透鏡上，幾乎沒有畸變。此結果也與模擬結果相同，同時也說明光圈位置對於單透鏡系統的畸變之影響，與透鏡的焦距無關。

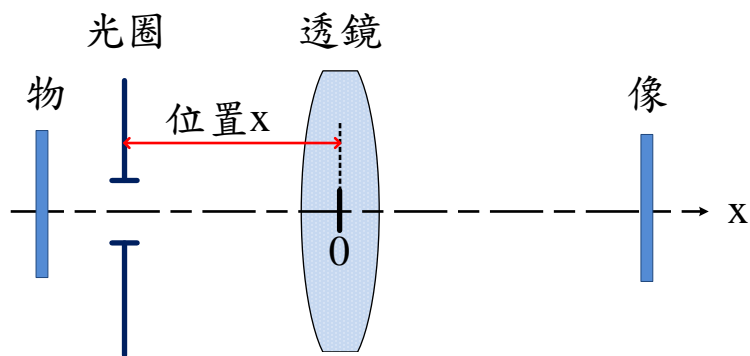


圖 3-22 光圈位置示意圖。

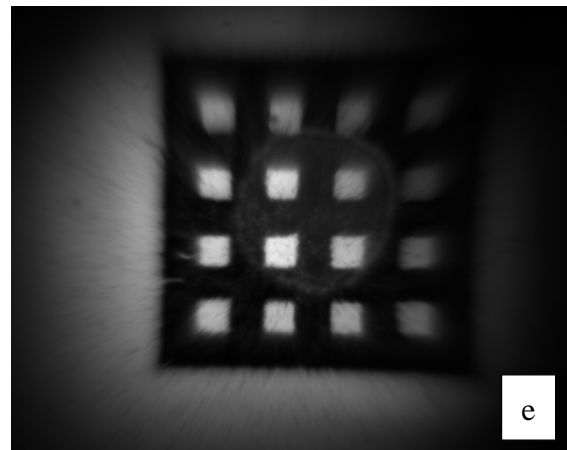
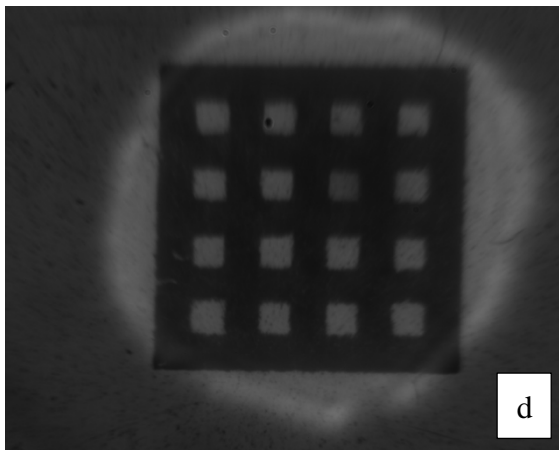
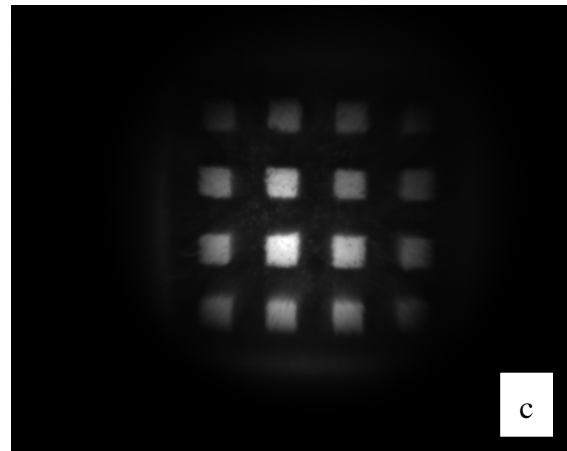
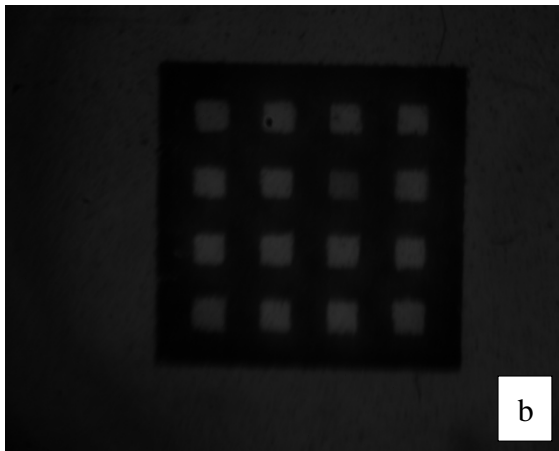
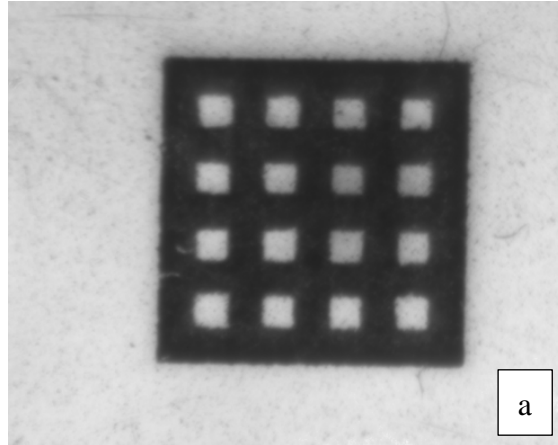


圖 3-23 透鏡焦距為 85mm 的透鏡 A 系統中，光圈位置 x 為 (a) 0、(b) -74mm、(c) -124mm、(d) 44mm 與 (e) 124mm 處的成像結果。

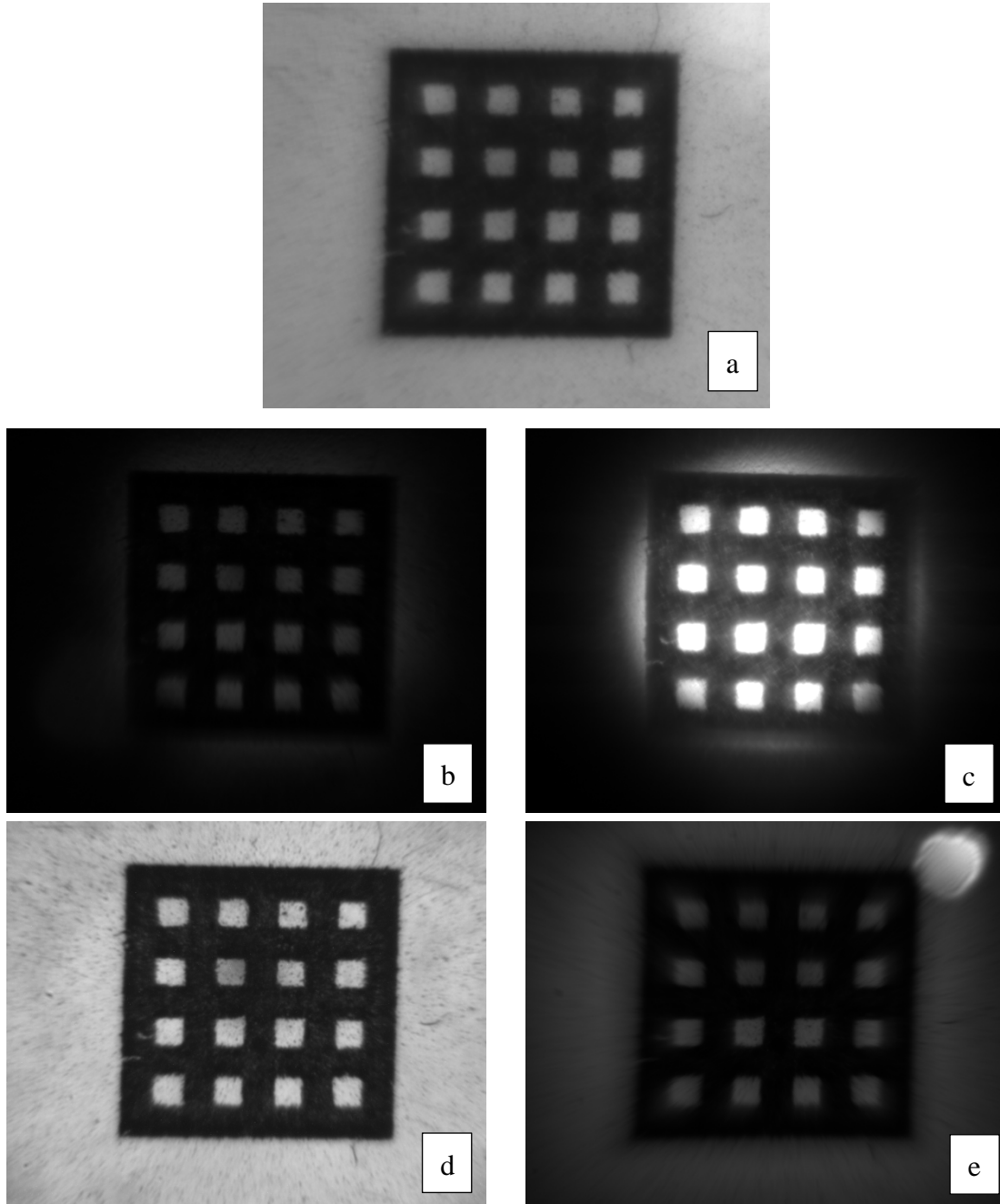


圖 3-24 焦距為 55mm 的透鏡 B 系統中，光圈位置 x 為 (a) 0、(b) -44mm、(c) -74mm、(d) 29mm 與 (e) 64mm 處的成像結果。

3.4 小結

在光學系統中，最基本的光學元件為單透鏡，包含正透鏡與負透鏡。畸變的形成，是因為像空間中不同高度的光線之放大率不同所造成，亦即系統的像高會影響到畸變。在單透鏡系統中，入射場角度與物高之設定，皆會影響

到像高。根據模擬之結果顯示，隨著入射場角度的增加，其畸變率之絕對值越大，像高也越大，故可以證明像高越大畸變越大。

當系統為有限物距時，在固定物高的入射光，入射至正透鏡。物距在能使系統的成像為實像的區間時，其成像高度和畸變率成正比之關係。然而，由於光學模擬軟體中其光線覓跡的方式不適合覓跡虛像，所以當物體置於使系統的成像為虛像的區間時，模擬得到之成像高度和畸變率卻成反比之關係，與理論不合，也就是虛像無法被正確的分析其畸變，故接下來之討論皆只討論實像系統。

系統的孔徑光闌的位置設定也會影響到畸變，與入射場角度及物距對畸變的影響相比，孔徑光闌位置設定對畸變影響較顯著。當孔徑光闌位置離透鏡越近，則畸變率絕對值越小，也就是畸變修正效果越好。孔徑光闌設定在透鏡前面時，系統為桶狀畸變，若設定於透鏡後面則是枕狀畸變。

孔徑光闌的位置對畸變之影響也與透鏡的形狀有關，當透鏡的兩個折射鏡面的曲率半徑比值 r 接近 -1 ，即為對稱形式的雙凸透鏡時，系統之畸變受到孔徑光闌的位置影響最小；當比值 r 為 0 時是平凸透鏡，其影響次之；當比值 r 為正值，數值越大越接近凹凸透鏡的形式時，畸變受到孔徑光闌的位置影響最嚴重。故整理後可知，在對稱形式的透鏡系統，孔徑光闌位置的設定對畸變的修正最有效。

由架設一個相類似的單透鏡實驗系統，藉由觀測通過透鏡的方格成像證實光圈位置的設定的確會影響到系統的畸變，當光圈位置離較遠離透鏡，則成像畸變較大，光圈設置在透鏡上，幾乎觀測不到畸變。光圈設置在透鏡前面時，成像為桶狀畸變；若置於透鏡後面則是枕狀畸變。所觀測到之成像的畸變趨勢，皆與模擬結果相似。

第四章、雙透鏡系統之畸變分析

由於單透鏡系統具有不可避免之像差，在大部分的光學系統中，皆使用多個透鏡對系統的像差進行修正，因此本章將討論由兩個透鏡所組成的系統，即雙透鏡系統，對於畸變的修正。在第三章的討論得知，在單透鏡系統中，孔徑光闌位置對單透鏡成像的畸變有極大的影響，本章也將討論在雙透鏡系統中，孔徑光闌的位置設定是否也有此影響。此外，本章也將探討在雙透鏡系統中，藉由折射鏡面的曲率改變，使得系統之像高相同，但像距不同，在此條件下，系統的畸變率之變化情況。最後，利用架設相似的雙透鏡系統，驗證模擬之結果。

4.1 孔徑光闌對畸變之影響

根據第三章的討論得知，在單透鏡系統中，孔徑光闌位置設定在透鏡面上時，系統的畸變最小。而雙透鏡系統，孔徑光闌的位置對於畸變的影響程度又將會如何？因此本節討論在雙透鏡系統中孔徑光闌位置對於畸變的影響情況。

在此，先建立一個凹凸透鏡組成的雙透鏡系統，如圖 4-1 所示，各個鏡面的參數示於表 4-1 中，第一個透鏡的兩個折射鏡面，鏡面 1 與鏡面 2，其曲率半徑分別是 34mm 與 870mm，第二個透鏡的兩個折射鏡面，鏡面 3 與鏡面 4，其曲率半徑分別是 -870mm 與 -34mm，此系統為鏡像對稱的系統，後面我們皆以「曲率對稱之雙透鏡系統」稱呼此系統。為了讓系統的有效焦距(Effect Focal Length)是正值，亦即為正透鏡系統，因此將這兩個透鏡的間距設定為 40mm。同時，設定系統的物距為 77mm，此時計算得到其像距為 77.32mm，像高為 10.02mm，系統的放大率為 1。

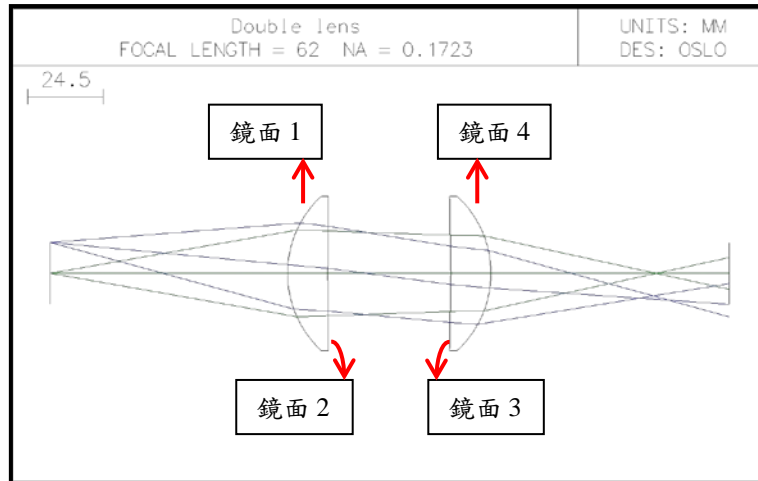


圖 4-1 雙透鏡系統光束路徑示意圖，此系統之放大率為 1。

| | 曲率(mm) | 厚度(mm) | 孔徑半徑(mm) | 材質 |
|------|--------|--------|----------|--------|
| 鏡面 1 | 34.0 | 12 | 25 | SILICA |
| 鏡面 2 | 870.0 | 40 | 25 | AIR |
| 鏡面 3 | -870.0 | 12 | 25 | SILICA |
| 鏡面 4 | -34.0 | | 25 | AIR |

表 4-1 曲率對稱之雙透鏡系統的鏡面參數。

首先，先討論凹凸雙透鏡系統的孔徑光闌位置分別設定在透鏡系統的四個折射鏡面上的畸變狀況，系統之光束路徑如圖 4-2 所示。圖 4-3 為孔徑光闌位置與其相對應的畸變率分析圖，縱軸為畸變率，橫軸表示孔徑光闌的位置座標，其座標原點為雙透鏡系統中兩個透鏡的中間位置，往負值座標方向是物的方向，正值座標方向則是像的方向，圖中位置座標為-20mm、-32mm、20mm 與 32mm 處分別標示鏡面 1、鏡面 2、鏡面 3 與鏡面 4，表示孔徑光闌分別設定在這四個折射鏡面上。當孔徑光闌位置設定在第一個透鏡的鏡面 1 與鏡面 2，畸變率分別為-1.77%與-0.79%，設定在第二個透鏡的鏡面 3 與鏡面 4，則分別為 0.81%與 1.86%。這些數值顯示，在同一個透鏡系統中，將孔徑光闌的位置設定在靠近系統中心的鏡面時，可以稍微降低畸變率，但是差異不大。

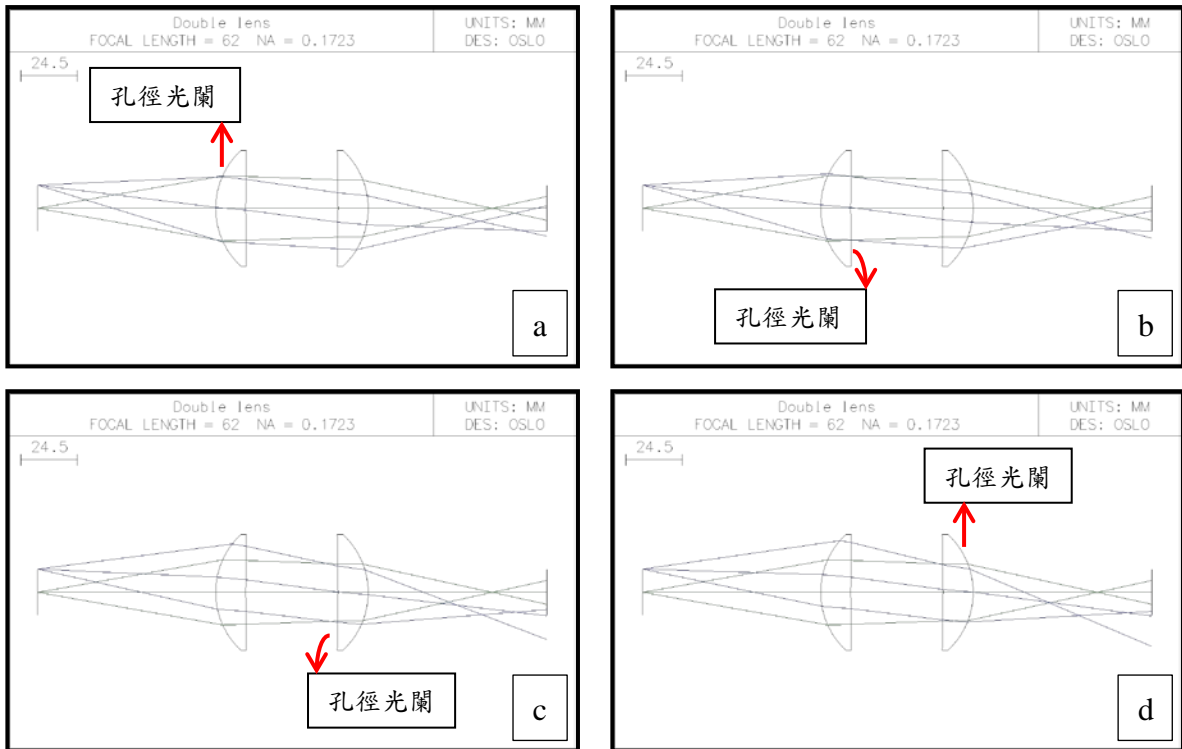


圖 4-2 曲率對稱之雙透鏡系統之孔徑光闌位置設定於(a)鏡面 1，(b)鏡面 2，(c)鏡面 3 與(d)鏡面 4 上之光束路徑示意圖。

圖 4-3 的孔徑光闌位置與畸變率之關係圖中，當孔徑光闌位置不一定直接設定在透鏡的鏡面上，其顯示於中，圖中這裡討論孔徑光闌的位置在系統中間前後 53mm 的座標區間，其中座標位置 -20mm 至 -32mm 是第一個透鏡的區域，20mm 至 32mm 則是第二個透鏡的區域，這兩個區間不討論畸變。圖中顯示孔徑光闌位置座標為負值時，畸變率為負值，座標為正值時，畸變率則為正。亦即表示在此雙透鏡系統中，當孔徑光闌位置偏向物空間，則為桶狀畸變，反之，當位置偏向像空間，則為枕狀畸變。

同時，圖中數據亦顯示，當孔徑光闌位置座標大於 32mm 時，畸變率激增。這是因為當孔徑光闌設定在鏡面 1 前面，且位置座標小於 -32mm 時，相對系統的第二個透鏡而言，透鏡與孔徑光闌之間的距離就超過 56mm。同理，當設定在鏡面 4 後面，且位置座標大於 32mm 處，相對系統的第一個透鏡而言，透鏡與孔徑光闌間的距離也超過 56mm。根據第三章的圖 3-19 的討論得知，當孔徑光闌與透鏡間距離大於 56mm 後，其畸變率將會快速增加，如圖 4-4

中位置座標大於 32mm，孔徑光闌位置設定於第一個透鏡前面或第二個透鏡後面時，其畸變率的急速增加，是因為受到另一個單透鏡的畸變率增加的影響。根據圖 4-3 的數據，對畸變最佳設定，應該是將孔徑光闌設定在兩個透鏡的中間，且越靠近兩個透鏡的中間，畸變率可以越小。

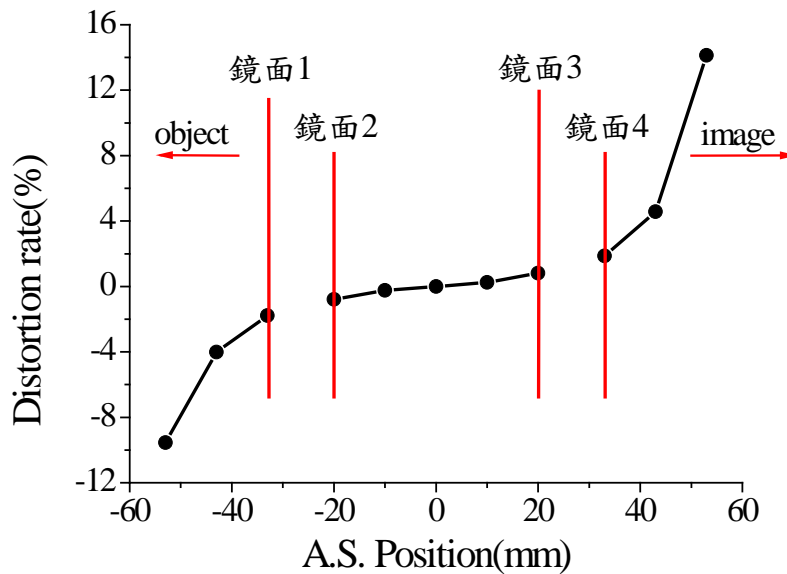


圖 4-3 曲率對稱之雙透鏡系統的孔徑光闌位置設定在鏡面上之畸變率關係圖。

4.2 曲率對畸變之影響

上一節討論兩個透鏡的曲率半徑對稱之雙透鏡系統，孔徑光闌對系統的畸變影響，若這兩個透鏡的曲率半徑不再對稱，則對畸變有何影響？孔徑光闌的位置對系統的是否依然如上節所討論，其最佳位置是否依然在兩個透鏡的中間？在此節的討論中，會先改變系統中某一個鏡面的曲率半徑，固定其他三個鏡面的曲率半徑，探討此時系統的像高和像距的結果與畸變的關係。接著，討論曲率的改變，孔徑光闌的位置與畸變的關係。

根據上一節，曲率對稱的雙透鏡系統的討論得知，當系統的孔徑光闌位置設定於系統的中間時，畸變率最小，因此對於曲率半徑部分的討論，依然先假設孔徑光闌設置於整個系統的中間。折射鏡面的曲率半徑之改變，會造成

像高與像距的改變，圖 4-4 和圖 4-5 分別表示了曲率半徑與像高及像距的關係，圖中方形點為鏡面 1 (R1) 的數據，圓形點為鏡面 2 (R2)，正三角形點為鏡面 3 (R3)，倒三角形則為鏡面 4 (R4)，橫軸表示曲率半徑，鏡面 1 與鏡面 4 的曲率半徑，R1 與 R4，數值在 35mm 至 120mm 之間變化，鏡面 2 與鏡面 3 的曲率半徑，R2 與 R3，則由 30mm 變化至 850mm。此外，鏡面 3 與鏡面 4 的曲率半徑為負值，但在圖 4-4 與圖 4-5 中，為了便於討論，皆取其絕對值。

圖 4-4 與圖 4-5 中數據顯示，鏡面 1 與鏡面 4 的曲率半徑 R1 與 R4 增加，其像高與像距也增加。擬合曲線圖中的數據點，R4 曲線大致符合線性曲線，即像高與像距隨著 R4，呈現幾乎正比的關係；R1 曲線則大約呈現 0.2 次方的非線性曲線，因此鏡面 1 的曲率半徑改變較鏡面 4 的變化小。而鏡面 2 與鏡面 3 的像高與像距，則隨著曲率半徑的增加而降低與減少。當鏡面 2 和鏡面 3 的曲率半徑小於 100mm 時，其像高與像距較大；大於 100mm 後，像高與像距則不太會再改變，即趨於穩定。

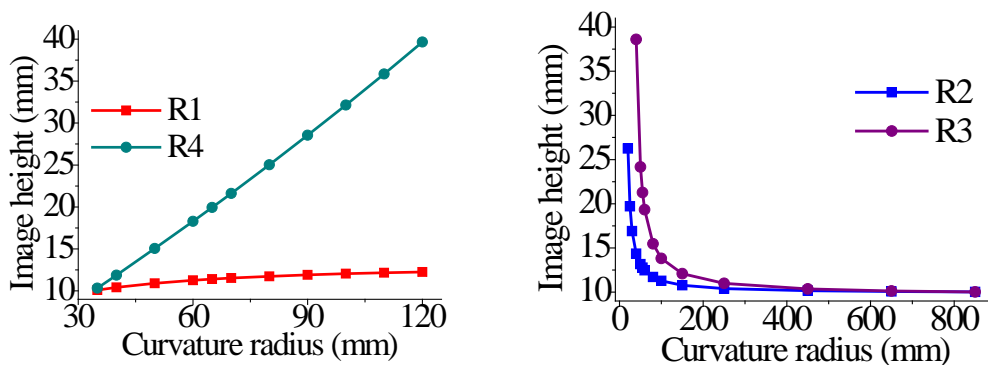


圖 4-4 雙透鏡系統中(a)鏡面 1 與鏡面 4 之曲率半徑 R1 與 R4 及(b)鏡面 2 與鏡面 3 之曲率半徑 R2 與 R3 和像高的關係。

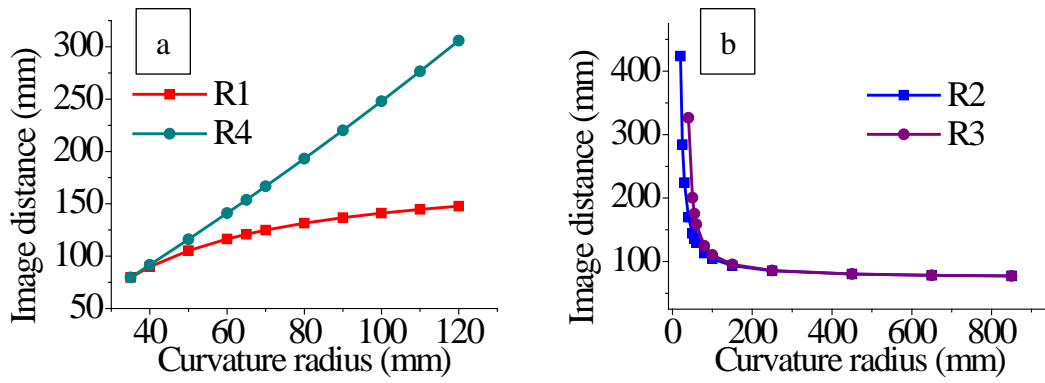


圖 4-5 雙透鏡系統之(a)鏡面 1 與鏡面 4 之曲率半徑 R1 與 R4 及(b)鏡面 2 與鏡面 3 之曲率半徑 R2 與 R3 和畸變率的關係曲線圖。

分析透鏡之折射鏡面的曲率半徑對於畸變率之影響，如圖 4-6 所示。當鏡面 1 和鏡面 2 的曲率半徑(即 R1 與 R2)變大，桶狀畸變的效果會增加；而鏡面 3 和鏡面 4(即 R3 與 R4)的曲率半徑增加時，枕狀畸變的效果也會增加。

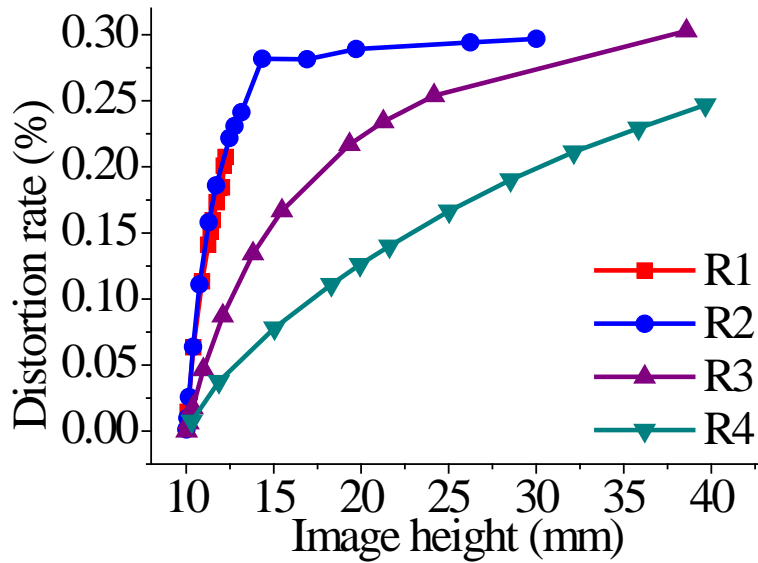


圖 4-6 雙透鏡系統因曲率半徑改變後的成像高度與畸變之關係圖。

由於曲率半徑將改變系統之像高與像距，根據第三章的討論，曲率半徑與畸變率的變化關係主要受到像高的變化影響，故分析各折射鏡面在其曲率半徑變化區間內之像高變化與畸變率的關係，如圖 4-6 所示。在這部分的討論中，只討論畸變率的大小，不討論其形式，故圖中取畸變率之絕對值。在圖 4-6 中，方形點為 R1 的數據，圓形點為 R2 的數據，正三角形為 R3 的數據，倒三角形則為 R4 的數據。根據其數據可以看出，像高增加，畸變率就會增加，其中 R1 的曲率半徑的變化對像高的影響能力較低，最大像高只有 13.45mm，畸變率相對於像高變化的斜率約 0.19%，雖然斜率的變化較其他鏡面大，但是對像高的影響範圍較其他鏡面小。R2、R3 與 R4 曲線對成像高度的影響則範圍比較大，當 R2 為 18.59mm 時，可以得到 R2 曲線中的最大像高 30mm，R3 曲線則是曲率半徑為 -40mm 有其最大像高 38.6mm，R4 曲線在曲率半徑為 -120mm 時最大像高 39.6mm。在圖 4-6 的曲線中，在相同像高時，R4 曲線的畸變率較小。

比較鏡面 2、鏡面 3 與鏡面 4 這三個折射鏡面在相同像高時，其像距與畸變率之關係數據，列於表 4-2 中。在相同像高的時候，當成像距離越靠近系統，成像的畸變率就會越小，故可得知在相同的放大率下，將成像的距離縮短，可降低其畸變率。

| 像高 (mm) | | R2 | R3 | R4 |
|---------|--------|--------|--------|--------|
| 20 | 像距(mm) | 291.15 | 164.58 | 154.32 |
| | 畸變率(%) | 0.289 | 0.223 | 0.126 |
| 25 | 像距(mm) | 379.44 | 207.97 | 193.08 |
| | 畸變率(%) | 0.293 | 0.257 | 0.166 |
| 30 | 像距(mm) | 504.08 | 252.11 | 233.96 |
| | 畸變率(%) | 0.296 | 0.278 | 0.201 |

表 4-2 雙透鏡系統中，鏡面 2、鏡面 3 與鏡面 4 之像高時的、像距與畸變數據表。

接下來，將觀察曲率非對稱的雙透鏡系統，其孔徑光闌位置對畸變率之影響。這部分的討論，將藉由改變鏡面 3 的曲率半徑來控制系統的放大率，如圖 4-7 所示的系統為放大率 3 的系統，其鏡面 3 的曲率半徑-44.2mm，物高 10mm，像高 30.06mm；而圖 4-8 則是放大率 2 的系統，其鏡面 3 的曲率半徑-58mm，物高 10mm，像高 20.02mm。雖然這兩個系統的物高設定相同，但由於這兩個系統的鏡面 3 之曲率半徑與放大率不同，因此這兩個系統的總焦距不相同，而且組成系統的前後兩個透鏡的焦距不相同，故孔徑光闌位置對畸變率改變程度不相同，孔徑光闌位置放置於系統中間時，其畸變率應該不再是最小。

圖 4-9 顯示放大率為 3 的系統之孔徑光闌位置與畸變率的關係曲線中，圖中縱軸為畸變率，橫軸為孔徑光闌的位置，圖中顯示孔徑光闌的位置設定在系統的第一個透鏡前面與的二個透鏡後面，其畸變率變大；設定在兩個透鏡區間內，即鏡面 2 與鏡面 3 間，其畸變率較小，由-0.1%增加到 0.75%；此系統的最小畸變率，即畸變率為 0%，發生在孔徑光闌位置在鏡面 2 後面 3mm 處。圖 4-10 所示的放大率 2 的系統之孔徑光闌位置與畸變率的關係曲線，隨著孔徑光闌的位置越遠離此透鏡系統，其畸變率越大；在兩個透鏡區間的畸變率由-0.2%增加至 0.7%；系統的畸變率最小之孔徑光闌位置在鏡面 2 後面 5

mm 處。

在這兩個系統中，孔徑光闌放置於系統的中央處皆不是系統的畸變率最小的位置，而且比較這兩個系統，放大率 3 的系統之孔徑光闌位置的最佳位置，即畸變率最小的位置，比放大率 2 的系統靠近鏡面 2。這裡所模擬之放大率為 3 的系統中，其第一個透鏡的焦距為 75mm，而第二個透鏡的焦距是 250.65mm；而放大率為 2 的系統，第一個透鏡的焦距為 75mm，第二個透鏡的焦距是 163.93mm。根據此關係，可以推論在曲率非對稱的雙透鏡系統中，孔徑光闌的最佳位置會偏向焦距較短的透鏡，當前後兩個透鏡的焦距差異越大時，孔徑光闌最佳位置將會越靠近焦距短的透鏡。

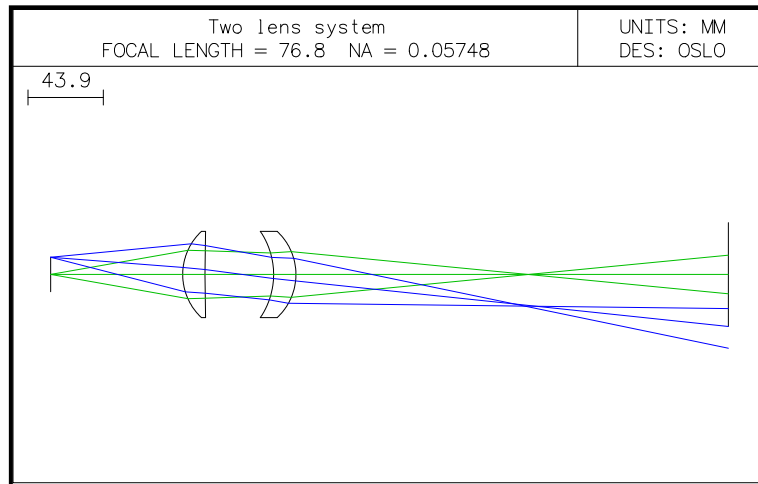


圖 4-7 放大率為 3 的雙透鏡系統。

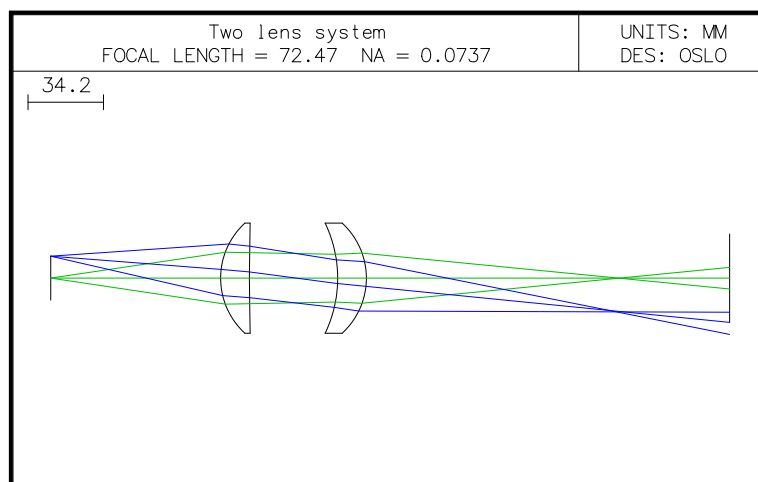


圖 4-8 放大率為 2 的雙透鏡系統。

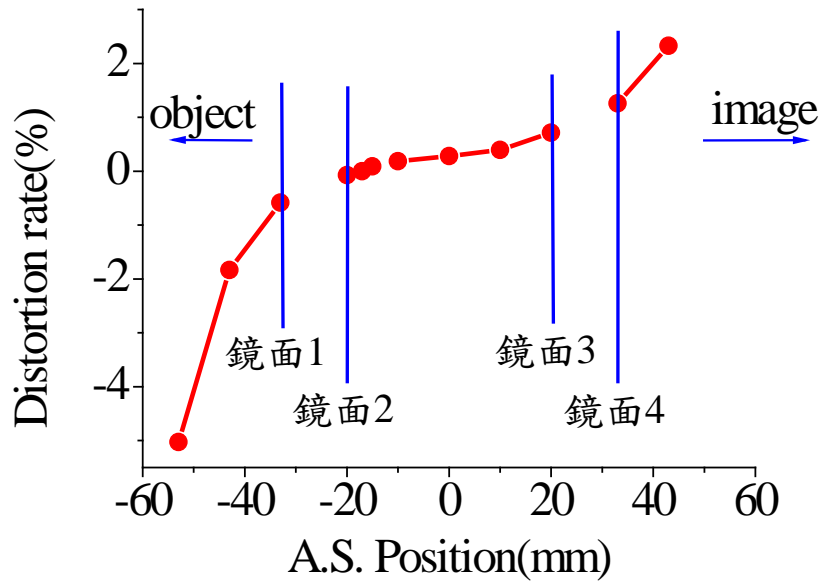


圖 4-9 放大率為 3 的雙透鏡系統，其孔徑光關位置和畸變率關係圖。

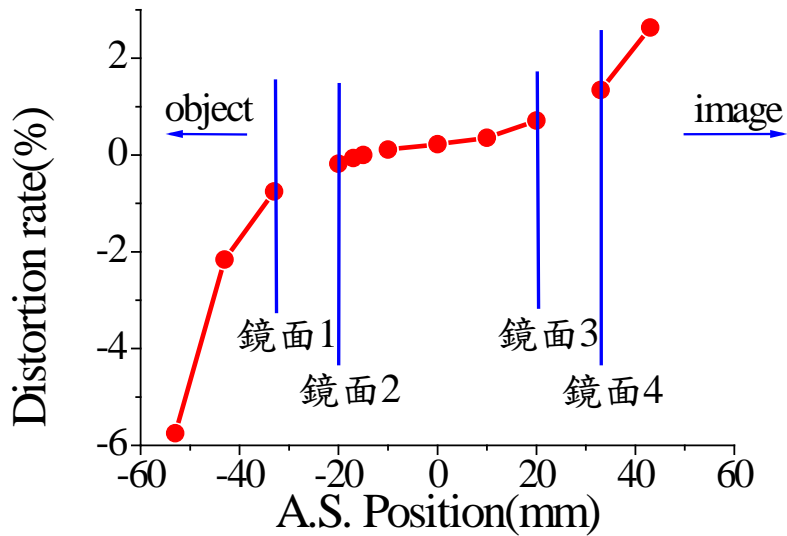


圖 4-10 放大率為 2 的雙透鏡系統，其孔徑光關位置和畸變率關係圖。

4.3 實驗驗證

在模擬的雙透鏡系統中，不論兩個透鏡的曲率半徑是否對稱，孔徑光關設定於兩個透鏡之間時，其畸變率絕對值都相當小；而當孔徑光關位置在兩透鏡區間之外時，成像的畸變率絕對值有明顯的提升；孔徑光關位於透鏡系統

前面時，也就是放置於物空間時，其成像具有桶狀畸變，當孔徑光闌位於透鏡系統後面，即像空間的區間時，成像具有枕狀畸變。這部分可以藉由架設兩個透鏡組成雙透鏡成像系統，進行驗證此模擬結果。

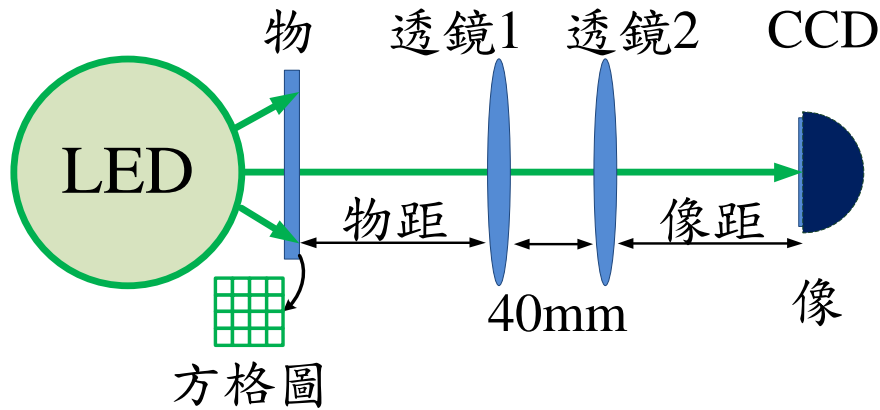


圖 4-11 雙透鏡實驗系統示意圖，兩個透鏡間距固定為 40mm。

圖 4-11 是所架設的雙透鏡實驗系統示意圖，此系統也是使用 LED 燈做為光源，經過邊長 5mm×5mm 的方格圖，再經過兩個透鏡後成像，由 CCD 拍攝獲取成像結果。此系統中，兩個透鏡間距固定為 40mm，物距皆設定為 77mm。這裡討論系統放大率為 0.7 與 1.9 的系統，因此系統中兩個透鏡的其他光學參數分別列於表 4-3 與表 4-4 中，表 4-3 的放大率為 0.7 之成像系統的像距為 65mm，而表 4-4 之放大率為 1.9 的成像系統之像距是 140mm。這部分的實驗將驗證光圈位置與畸變率的關係，光圈位置設定的示意圖如圖 4-12 所示，由於這裡只驗證光圈至於透鏡系統前面與後面的畸變型態，故光圈位置 x 的座標原點設定於此透鏡系統，光圈放置在物至的透鏡 1 的區間之位置座標 x 數值為負，放置於透鏡 2 至 CCD 的區間為正值。

| | 焦距(mm) | 厚度(mm) | 孔徑半徑(mm) |
|------|--------|--------|----------|
| 透鏡 1 | 85 | 8 | 21 |
| 透鏡 2 | 55 | 8 | 20 |

表 4-3 放大率為 0.7 的雙透鏡系統之透鏡參數。

| | 焦距(mm) | 像距(mm) | 孔徑半徑(mm) |
|------|--------|--------|----------|
| 透鏡 1 | 85 | 8 | 21 |
| 透鏡 2 | 140 | 8 | 21 |

表 4-4 放大率為 1.9 的雙透鏡系統之透鏡參數。

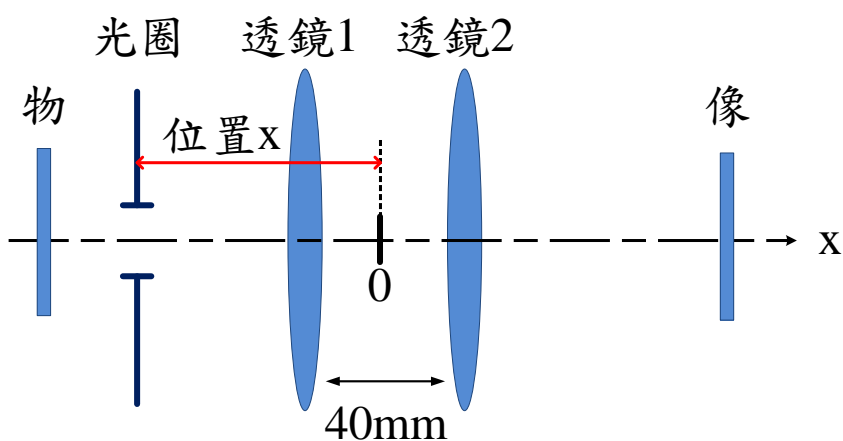


圖 4-12 雙透鏡系統中，光圈位置示意圖。

圖 4-13 是放大率為 0.7 的雙透鏡系統，光圈位置分別設定在系統上、系統前面(-88mm)與系統後面(53mm)時，將 CCD 固定放置於透鏡系統後面 65mm 拍攝成像，即像距為 65mm。在圖 4-13(a)顯示的光圈設定於透鏡系統時，即系統的孔徑光闌位在鏡面 1 上，此成像結果顯示幾乎沒有畸變。在圖 4-13(b)所顯示的光圈設定在系統中心前 88mm 的成像，亦即光圈放置於物空間，照片顯示成像有些微的桶狀畸變產生，但是不嚴重。而圖 4-13(c)是光圈放置在系統中心後 53mm 處的成像，成像右下角的位置可以觀察到有枕狀畸變的現象，成像的畸變沒有呈現中心對稱，應該是系統架設時，透鏡產生偏心，即透鏡的中心不在光軸上，使得成像有不對稱的情形。

圖 4-14 是放大率為 1.9 的雙透鏡系統，固定像距為 140mm，光圈位置分別設定在系統上(置於鏡面 1 處)、系統前面(-88mm)與系統後面(148mm)的成像，由於成像尺寸比感光元件大，所以只拍攝成像的左上角

區域。在圖 4-14(a)中，其成像的邊緣亦幾乎觀測不到畸變，也就是光圈放置在透鏡的鏡面 1 處，幾乎沒有畸變。而在圖 4-14(b)中，光圈在系統中心前 88mm 的成像，可以明顯觀察到方格的左邊現有彎曲的現象，是桶狀畸變的形式；圖 4-14(c)則是光圈在系統中心後 148mm 時，其成像的邊緣有向外彎曲的現象，是枕狀畸變的形式。由兩個不同放大率的成像結果，比較可以得知，當光圈位置設定相同($x=-88\text{mm}$)時，放大率較大的系統，拍攝到的影像較大，故其成像有較明顯的畸變。在這個實驗中，亦顯示將光圈放置於透鏡系統前，成像具有桶狀畸變，而光圈置於系統後面，則是枕狀畸變，當光圈位於系統上，即放置於透鏡 1 時，相當於 4-1 與 4-2 節中模擬孔徑光闌置於鏡面 1，成像的畸變幾乎觀察不到。這些觀測到之現象，皆與 4-1 與 4-2 節中的模擬結果相符合。

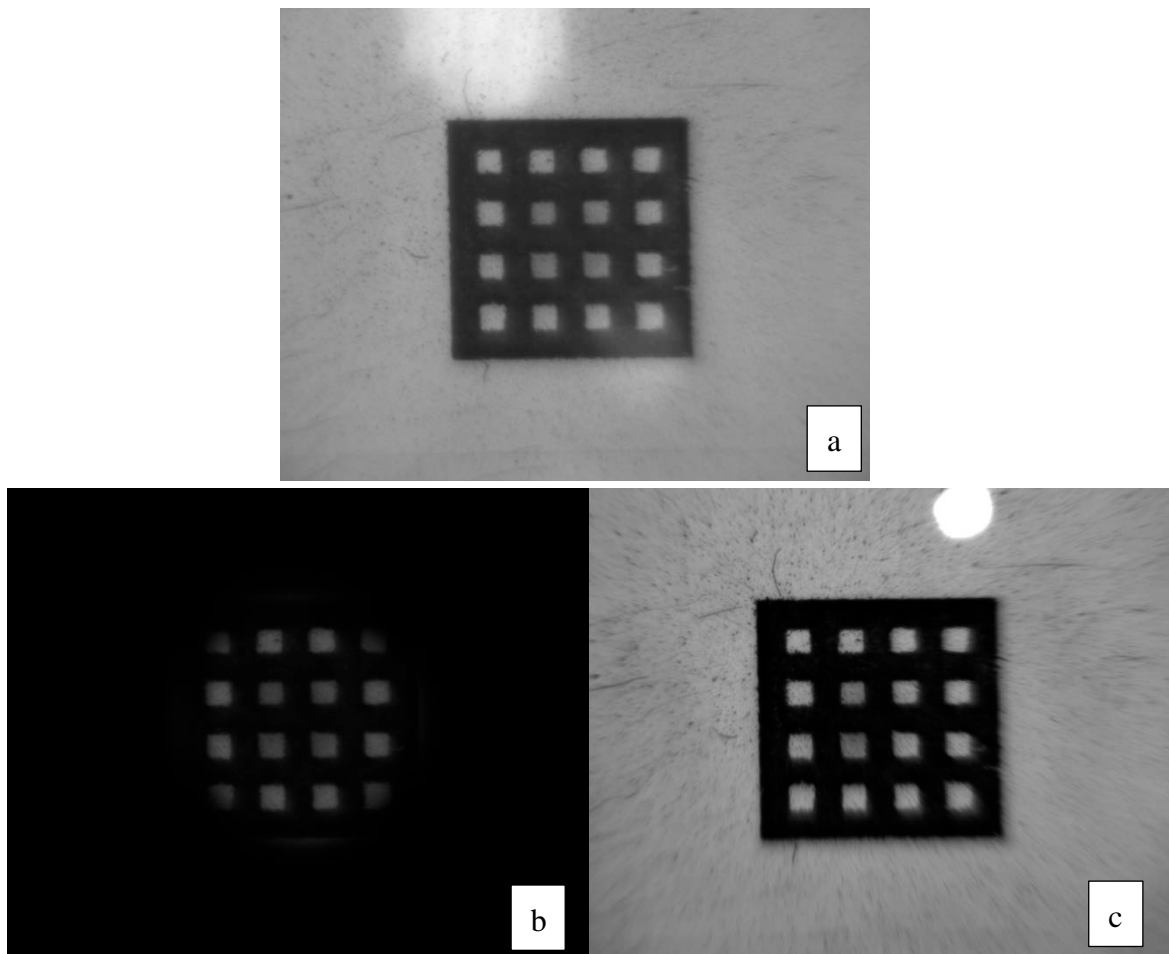


圖 4-13 放大率為 0.7 的雙透鏡系統，光圈位置 x 為 (a) 0 mm (b) -88mm (c) 53mm 之成像結果。

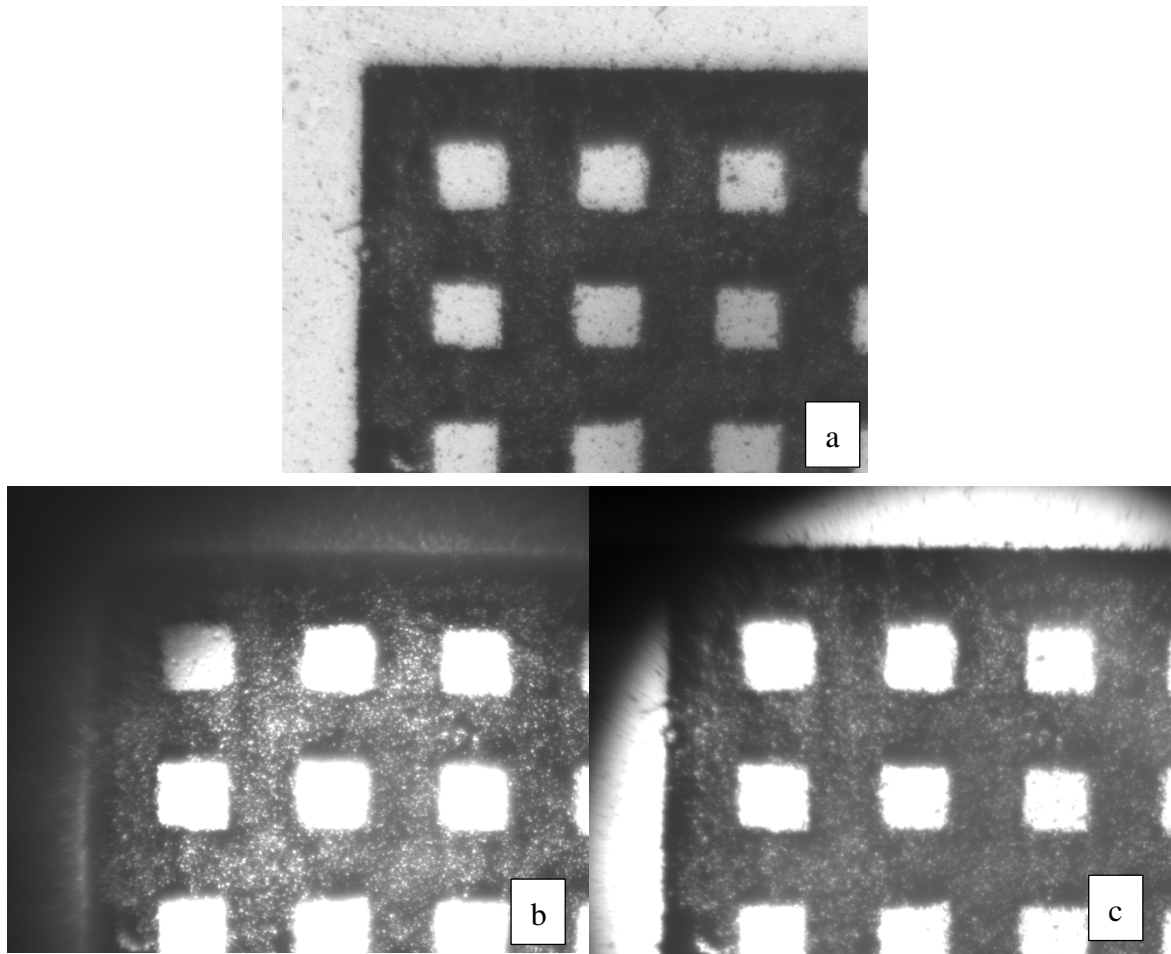


圖 4-14 放大率為 1.9 的雙透鏡系統，光圈位置 x 為 (a) 0 mm (b) -88mm (c) 148mm 之成像結果。

4.4 小結

在雙透鏡系統中，當系統中兩個透鏡的曲率對稱，且放大率為 1 時，即為曲率對稱之雙透鏡系統，對畸變最佳設定，應該是將孔徑光闌設定在兩個透鏡的中間，且越靠近兩個透鏡的中間，畸變率可以越小。

當系統放大率不為 1，且系統中兩個透鏡的曲率不對稱時，當鏡面 1 和鏡面 2 的曲率半徑(即 $R1$ 與 $R2$)變大，桶狀畸變的效果會增加；而鏡面 3 和鏡面 4(即 $R3$ 與 $R4$)的曲率半徑增加時，枕狀畸變的效果也會增加。鏡面 1 的曲率半徑 $R1$ 的變化對像高的影響能力較低，鏡面 2、3 與 4 的曲率半徑 $R2$ 、 $R3$ 與 $R4$ 對成像高度的影響比較明顯。而像高增加，畸變率就會增加。在相同像高的時候，當成像距離越靠近系統，成像的畸變率就會越小，故可得相同的

放大率下，將成像的距離縮短，可降低畸變。

由於此非曲率對稱雙透鏡系統中的兩個透鏡的焦距可以不同，其孔徑光闌位置設定對畸變率改變程度不同，因此系統畸變最佳時的孔徑光闌位置不再是系統的中間。孔徑光闌的最佳位置向跟前後透鏡的焦距有關，當前後透鏡焦距差異越大時，其最佳位置會靠近焦距較短的透鏡，而前後透鏡焦距差異越小時，系統越接近對稱，孔徑光闌最佳位置較靠近系統中心。

實際架設雙透鏡系統的實驗中可以觀察到，相同的光圈位置，成像越大時畸變越嚴重；當光圈設定於透鏡系統上，即孔徑光闌在鏡面 1 上，幾乎觀察不到畸變；而將光圈置於透鏡系統前是桶狀畸變，置於透鏡系統後則為枕狀畸變。這些觀測到的現象，皆與模擬結果相符合。

第五章、雙透鏡系統中外加透鏡之畸變分析

在第四章中，討論到於雙透鏡系統中，控制孔徑光闌的位置於兩個透鏡中間時，對於系統的畸變修正效果最好；設置於透鏡系統的前面或後面時，系統的畸變將變差。但是有些光學系統的孔徑光闌不適合設置於透鏡中間，也就是孔徑光闌設置於透鏡前面或後面時，就必須外加光學元件來修正系統的畸變率。本章將討論在雙透鏡系統中外加光學元件，包含 5-1 節的各種折射透鏡與 5-2 節的陣列透鏡，了解這些外加光學元件對於系統的畸變率的修正效果。

5.1 外加折射透鏡對雙透鏡系統的畸變之影響

在第四章的雙透鏡系統討論中得知，像距較短的系統，其畸變率較低。若在雙透鏡系統的中間位置再加入一個正透鏡，使像距縮短，能否也具有修正成像畸變的效果，此節將進行討論。而負透鏡的像差形式皆與正透鏡相反，所以系統中正和負透鏡的搭配，具有修正像差的效果，因此本節也將討論在雙透鏡系統中，外加一個負透鏡，了解它對系統的畸變的修正效果。

這一部分的設計與討論，先設計一組畸變率較大的雙透鏡系統，以便討論折射透鏡後的畸變改善效果。這裡使用表 4-1 的雙透鏡系統，其中鏡面 3 的曲率半徑更改為-44.2mm，其他透鏡參數如表 5-1，設定物距為 77mm，物高為 10mm，孔徑光闌設定在第一個透鏡前面 20mm 處，此系統的放大率為 3，畸變率約-5%，系統的光束路徑顯示於圖 5-1。

| | 曲率半徑(mm) | 厚度(mm) | 孔徑半徑(mm) | 材質 |
|------|----------|--------|----------|--------|
| 鏡面 1 | 34.0 | 12 | 25 | SILICA |
| 鏡面 2 | 870.0 | 40 | 25 | AIR |
| 鏡面 3 | -44.2 | 12 | 25 | SILICA |
| 鏡面 4 | -34.0 | | 25 | AIR |

表 5-1 放大率 3 的雙透鏡系統的參數。

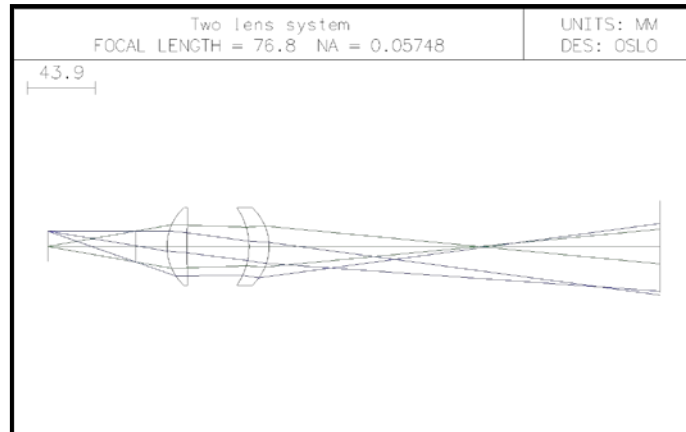


圖 5-1 放大率 3 倍的雙透鏡系統之路徑示意圖。

於圖 5-1 的系統中間再加入一個透鏡，其光束路徑如圖 5-2 所示，整個系統的透鏡參數如表 5-1 所示，其中鏡面 1、鏡面 2、鏡面 5 與鏡面 6 是原本之雙透鏡系統的折射鏡面，而鏡面 3 和鏡面 4 是外加透鏡的折射鏡面，鏡面 3 和鏡面 5 是本模擬中曲率半徑改變的操作變因，其他設定為控制變因，包含物距設定為 77mm，物高為 10mm，孔徑光闌設定於第一個透鏡前面 20mm 位置處，系統為 3 倍放大率，系統的總長度(第一個折射鏡面到第六個折射鏡面的總距離)不變，與原本之雙透鏡系統的總長度相同。同時，成像高度也控制在約為 30mm，故鏡面 3 和鏡面 5 的曲率半徑改變，將使成像距離變化，本節也將討論在此系統中不同成像距離的畸變率。圖 5-3 分別顯示了在此外加透鏡的雙透鏡系統中，外加的中間透鏡為正透鏡與負透鏡時，鏡面 3 和鏡面 5 的曲率半徑與系統之像距的關係，圖中橫軸是像距，縱軸是曲率半徑；圓形點為鏡面 3 的數據，曲率設定由 500mm 至 80mm 為一個正透鏡，和 -50mm 至 -500mm 區間的負透鏡，方形點則為鏡面 5 的數據，為了使系統放大率為 3，所以曲率半徑配合鏡面 3 做調整。同時比較外加透鏡為正透鏡與負透鏡的數據，可以發現外加的透鏡為正透鏡時，整體的像距都比外加透鏡為負透鏡的系統短。不論在正透鏡或負透鏡的外加透鏡系統下，鏡面 3 的曲率半徑對於像距的變化影響比較大，所以推論鏡面 3 的曲率半徑變化對於系統的畸變率之影響應該也會比較明顯。

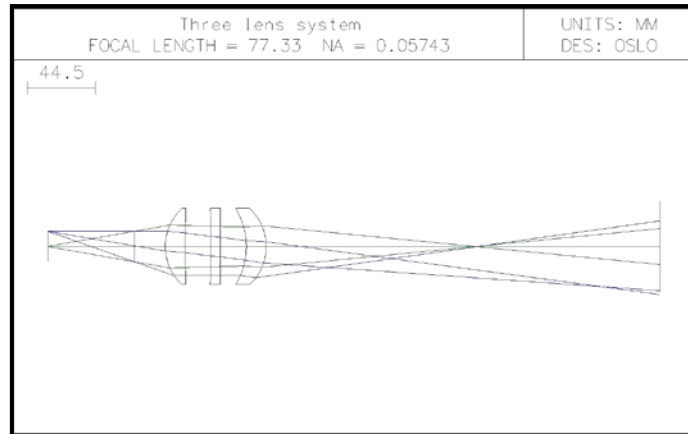


圖 5-2 三透鏡系統示意圖。

| | 曲率半徑(mm) | 厚度(mm) | 孔徑半徑(mm) | 材質 |
|------|----------|--------|----------|--------|
| 鏡面 1 | 34.0 | 12 | 25 | SILICA |
| 鏡面 2 | 870.0 | 17 | 25 | AIR |
| 鏡面 3 | 變數 | 6 | 25 | SILICA |
| 鏡面 4 | 0 | 17 | 25 | AIR |
| 鏡面 5 | 變數 | 12 | 25 | SILICA |
| 鏡面 6 | -34.0 | | 25 | AIR |

表 5-2 三透鏡系統的參數。

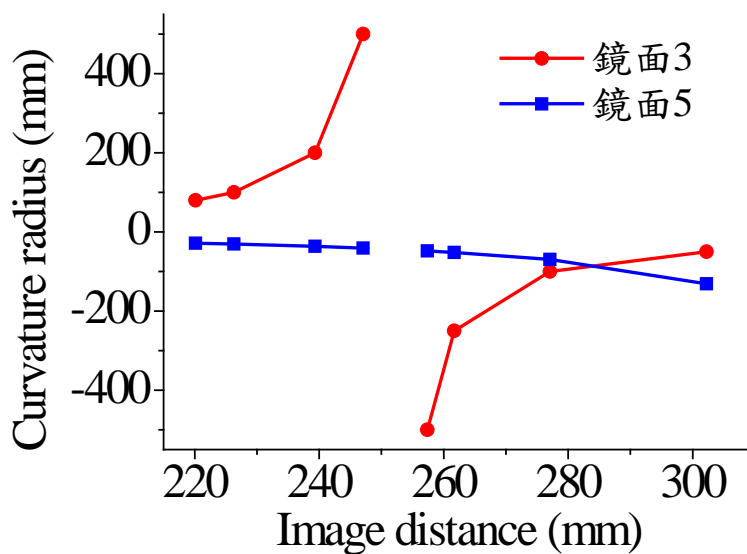


圖 5-3 於雙透鏡系統中外加一個透鏡，外加透鏡為正透鏡(鏡面 3 曲率為正值)或負透鏡(鏡面 3 曲率為負值)時，鏡面 3(圓形點)與鏡面 5(方形點)的曲率半徑與系統的成像距離之關係曲線圖。

當外加透鏡為正透鏡與負透鏡的系統，系統成像距離與畸變率的關係曲線如圖 5-4 所示，圖中圓形點曲線為外加正透鏡系統，方形點曲線則是外加負透鏡系統。本節中所討論的放大率 3 倍的雙透鏡系統，像距為 252.1mm，其畸變率約為-5%。接下來比較在此雙透鏡系統中間加入正透鏡、負透鏡及平板玻璃，其像距與畸變率的關係，對於畸變的改善效果，結果示於圖 5-4 中，圖中圓點為外加正透鏡，方點為外加負透鏡，三角點為外加平板玻璃的數據。圖中數據顯示，加入平板玻璃不會改變像距，但是其畸變率比原本的雙透鏡系統稍微降低至-4.8%，這是因為光線通過平板玻璃後，不會有匯聚或發散的效果，只是由於光線在平板玻璃上的橫向位移，因此其畸變率稍微變小。當雙透鏡系統外加負透鏡，其成像畸變幾乎都變得比雙透鏡系統嚴重，因此外加負透鏡，對於系統的畸變並沒有任何助益。在雙透鏡系統中加入正透鏡，由數據顯示雖然可以下降系統的畸變率，但其下降的幅度非常小，與第四章討論到孔徑光闌位置的設定對畸變的影響程度相比，可以說外加透鏡對系統的畸變效果修正比較有限。

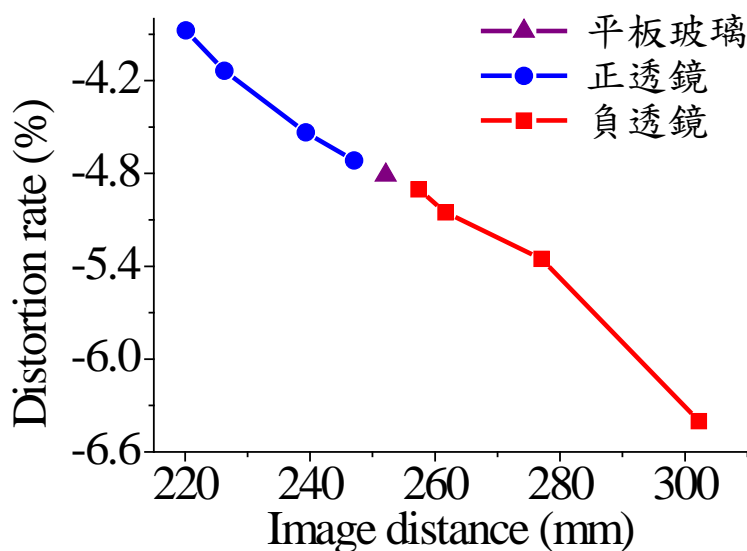


圖 5-4 三透鏡系統中，中間透鏡為正透鏡、負透鏡與平板玻璃，系統的像距與其畸變之關係圖，圖中圓點為正透鏡，方點為負透鏡，三角點為平板玻璃的數據。

5.2 外加陣列透鏡對畸變之影響

根據文獻[7,8]，實驗證明外加陣列透鏡對系統成像之畸變有修正的效果，但並沒有討論到陣列透鏡中透鏡的焦距及陣列透鏡的位置對畸變之影響，因此，在本節中將藉由雙透鏡系統外加陣列透鏡，探討陣列透鏡的曲率與其位置，對於系統畸變率的影響。這裡所使用的雙透鏡系統與 5-1 節的系統相同，參數如表 5-1 所示。圖 5-5 為雙透鏡系統中外加陣列透鏡之光束路徑示意圖，此系統的孔徑光闌設定在第一個透鏡前面 20mm。陣列透鏡的形式如圖 5-6 所示，每個相同的小透鏡以陣列式排列而成，這些小透鏡稱為單元透鏡，單元透鏡的參數如表 5-3 所示，相對於其他折射透鏡而言，這些單元透鏡的厚度極薄，因此在圖 5-5 的路徑示意圖中以一個平面表示整個陣列透鏡。

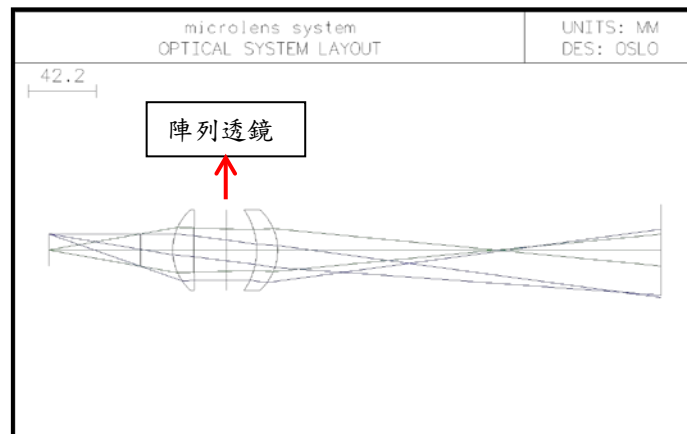


圖 5-5 雙透鏡系統系統中間外加陣列透鏡之路徑示意圖。

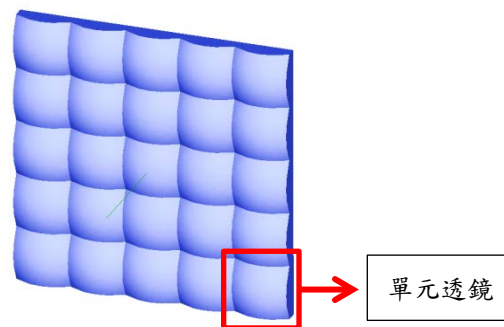


圖 5-6 陣列透鏡示意圖。

| | 曲率半徑(mm) | 厚度(mm) | 孔徑半徑(mm) | 材質 |
|-------|----------|--------|----------|-----|
| 第一個鏡面 | 變數 | 1 | 0.1 | BK7 |
| 第二個鏡面 | 0 | | 0.1 | |

表 5-3 陣列透鏡中單元透鏡之參數。

一.陣列透鏡曲率對畸變之影響

探討不同單元透鏡的曲率半徑對成像畸變之效果，圖 5-7 和圖 5-8 為單元透鏡的第一個鏡面之曲率半徑分別為+2400mm 和-2400mm 的畸變分析曲線。根據表 5-3 的數據所示，每一個單元透鏡的第二個鏡面的曲率半徑為 0，根據造鏡者公式，第一個鏡面的曲率半徑可以決定其焦距，故第一個鏡面的曲率半徑為+2400mm，其陣列透鏡焦距為 4643.3mm，若第一個鏡面的曲率半徑為-2400mm，其陣列透鏡焦距為-4644.62mm。圖 5-7 與圖 5-8 的數據顯示，在陣列透鏡焦距為正值時，系統的最大成像之畸變率會有修正，也就是數值偏往畸變率為 0，然而在成像較小的區域，其畸變率數值顯示有過度修正的現象。在陣列透鏡焦距為負值時，畸變分析曲線整個往負值的方向移動，其絕對值變大，也就是系統產生更嚴重的桶狀畸變，所以單元透鏡的曲率半徑為負值的陣列透鏡就不考慮進行系統畸變的修正。

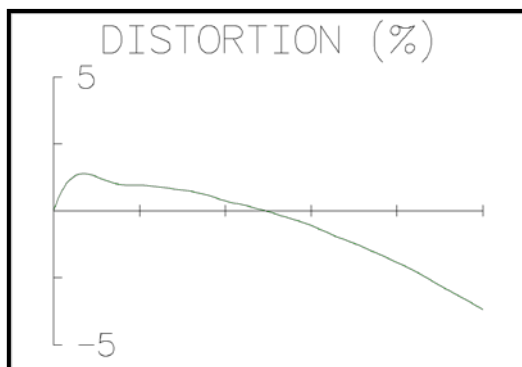


圖 5-7 單元透鏡的曲率半徑為 2400mm 之系統畸變分析曲線。

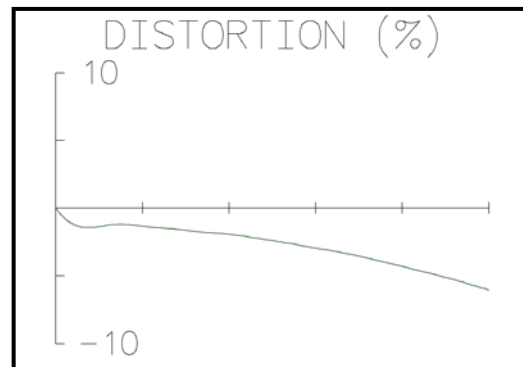


圖 5-8 單元透鏡的曲率半徑為 -2400mm 之系統畸變分析曲線。

由於在圖 5-7 顯示當系統的畸變有被修正時，其畸變分析曲線會先過度修正，然後彎曲，相交通過橫軸，因此有反曲點的產生，反曲點的畸變率即為系統的最大畸變率，而相交通過橫軸的畸變率為 0%，此時有最佳修正的像高，圖 5-9 顯示曲率半徑與其系統的最大畸變率點及最大像高的畸變率之關係。沒有加入陣列透鏡的雙透鏡系統的畸變分析曲線，沒有出現反曲點，也就是沒有過度修正的問題；但是圖 5-9(a)顯示，當陣列透鏡加入後，就會有反曲點，也就是圖中的最大畸變率數值，意味著加入陣列透鏡的系統之畸變都有過度修正的情況。畸變過度修正的狀況，隨著單元透鏡的第一個鏡面的曲率半徑增加而減小。而根據圖 5-9(b)的數據，在陣列透鏡中第一個鏡面的曲率半徑大於 600mm 後，系統的最大成像之畸變率隨著陣列透鏡中第一個鏡面的曲率半徑增加，其畸變率的絕對值雖然變大，但是都小於 4% 的範圍內，與雙透鏡系統相比，系統的畸變顯著地被修正。

當雙透鏡系統外加一個陣列透鏡，其第一個鏡面的曲率半徑與系統的像距與像高的關係，結果顯示於圖 5-10 中，圖 5-10(a)是單元透鏡的曲率半徑和系統像距之關係，而圖 5-10(b)單元透鏡的曲率半徑和系統像高之關係圖，此數據顯示，當曲率半徑增加，系統的像高與像距皆增加，也就是加入陣列透鏡會改變像高和像距，當單元透鏡的曲率越小時，像高和像距都會縮小，而使最大成像的畸變率絕對值有下降。

由圖 5-9(b)的數據顯示，曲率為 1200mm、1800mm 和 2400mm 的最大成像的畸變修正效果較好，為了探討三個曲率半徑中最佳修正的曲率半徑，因此找出不同曲率半徑之最佳修正的像高，也就是畸變分析曲線相交通過橫軸時，畸變率為 0 的像高，如表 5-4 所示，最佳修正像高越大，表示成像邊緣的修正效果越好，因此，當單元透鏡的曲率半徑為 1200mm 時，成像邊緣的修正效果最好，為較佳修的曲率半徑。

| | | | |
|----------------|-------|-------|-------|
| 單元透鏡的曲率半徑(mm) | 2400 | 1800 | 1200 |
| 畸變率為 0 之像高(mm) | 14.99 | 20.83 | 24.19 |

表 5-4 不同曲率半徑之畸變率為 0 之像高

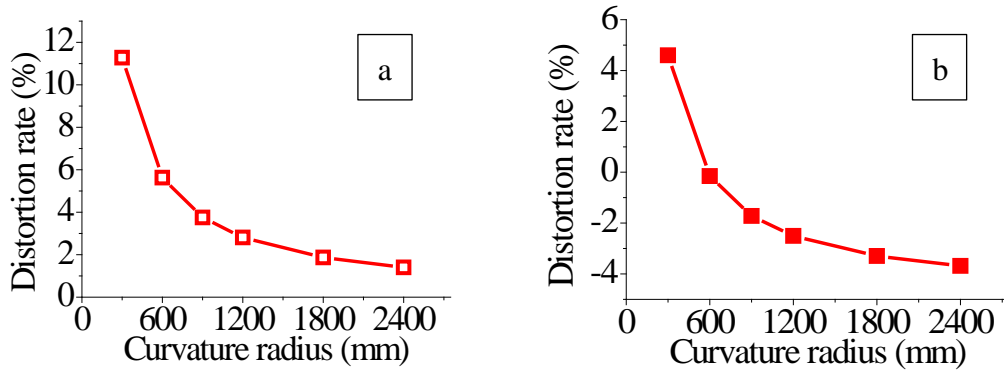


圖 5-9 單元透鏡的曲率半徑與系統(a)最大畸變率 (b)最大成像之畸變率的關係圖。

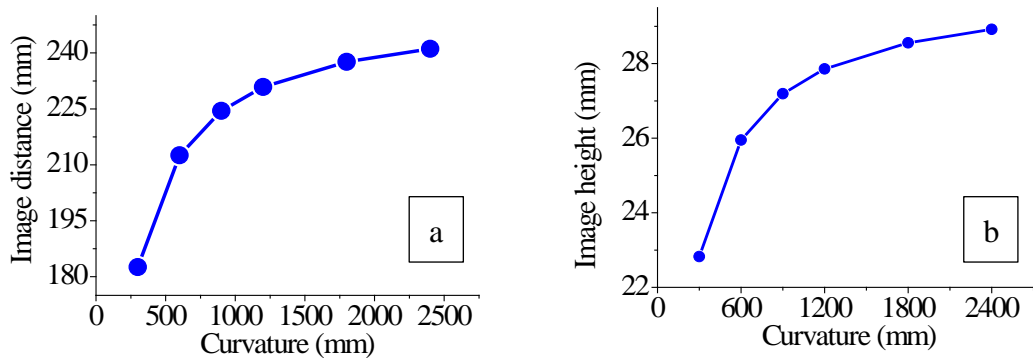


圖 5-10 單元透鏡的曲率半徑和系統的(a)像距 (b)像高之關係圖。

接著，我們想要了解在雙透鏡系統中，外加正透鏡或陣列透鏡，哪一種對於修正系統的畸變較為有效。這裡陣列透鏡的部分，根據圖 5-10 的數據分析，我們選用單元透鏡的第一個鏡面之曲率半徑為 1800mm 的外加陣列透鏡系統，此時系統的成像高度為 28.5，系統如圖 5-11(a)所示。同時，將陣列透鏡置換成一個正透鏡，建立一個成像高度同為 28.5mm 的外加正透鏡系統，系統如圖 5-12(a)所示。圖 5-11(b)與圖 5-12(b)分別是這兩個系統的畸變率分析曲線，比

較其畸變率曲線之趨勢，外加正透鏡不會有過度修正的問題，因此不會有反曲點的產生，亦即不會有最大畸變率。在雙透鏡系統外加正透鏡時，其最大成像的畸變率為-4.19，而外加陣列透鏡的則為-3.29，由最大成像的畸變率數值可以明顯看出，外加陣列透鏡畸變率絕對值比外加正透鏡小，但是兩者數值差異不大。也就是在雙透鏡系統中，外加陣列透鏡的畸變修正效果比外加正透鏡效果好，只是其修正的效果很有限，因此下面將討論陣列透鏡的位置改變是否有最佳的修正效果。

| | 曲率半徑(mm) | 厚度(mm) | 孔徑半徑(mm) | 材質 |
|------|----------|--------|----------|--------|
| 鏡面 1 | 34.0 | 12 | 25 | SILICA |
| 鏡面 2 | 870.0 | 17 | 25 | AIR |
| 鏡面 3 | 94.8 | 6 | 25 | SILICA |
| 鏡面 4 | 0 | 17 | 25 | AIR |
| 鏡面 5 | -30.76 | 12 | 25 | SILICA |
| 鏡面 6 | -34.0 | | 25 | AIR |

表 5-5 在雙透鏡系統的中間外加一個正透鏡，使系統的像高為 28.5mm，此透鏡系統之參數。

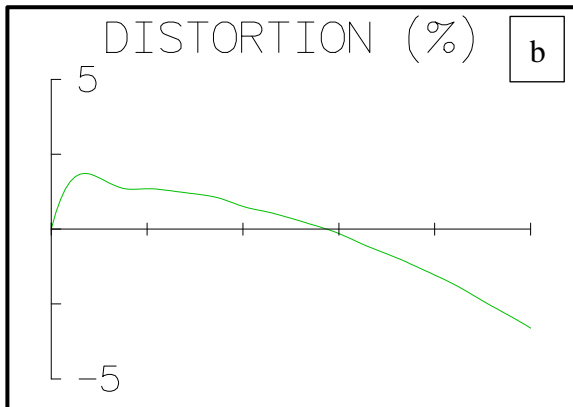
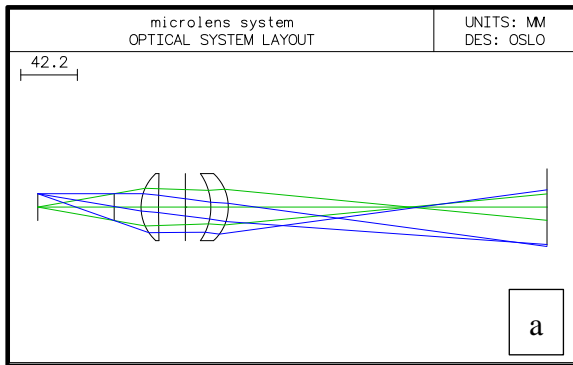


圖 5-11 雙透鏡系統中，外加陣列透鏡之(a)光路徑示意圖與(b)畸變分析曲線。

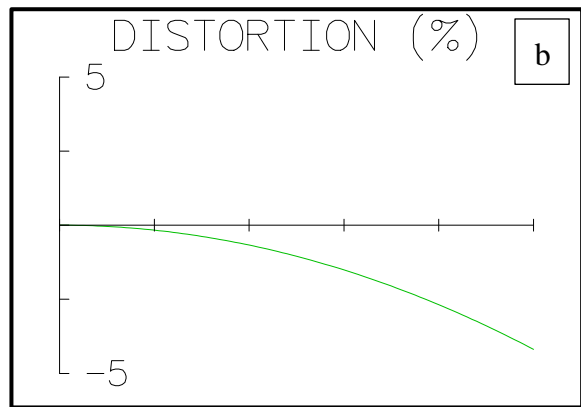
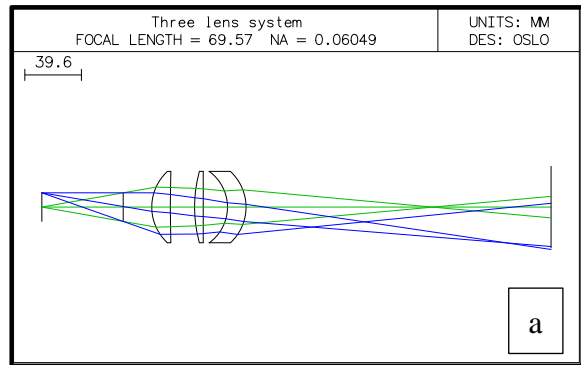


圖 5-12 雙透鏡系統中，外加正透鏡之(a)光路徑示意圖與(b)畸變分析曲線。

二.陣列透鏡位置對畸變之影響

在上一部份已經確定在雙透鏡系統中外加陣列透鏡，能夠修正成像的畸變，而接下來將討論陣列透鏡的位置對於畸變得修正效果。此部分的討論選擇使用前一部分討論中較佳修正效果的外加陣列透鏡系統，即單元透鏡之曲率半徑為 1200mm 的陣列透鏡當修正元件，設定此系統的孔徑光關於第一個透鏡前面的 20mm，也就是距離系統中間 52mm 的位置，將陣列透鏡放置於雙透鏡系統中不同的位置，觀察其畸變變化。圖 5-13 是將陣列透鏡放置距離系統中央，而圖 5-14、圖 5-15、與圖 5-16 分別表示了陣列透鏡放置距離系統中央前面 47mm 與 37mm 及後面 37mm 處，即表示放置在系統的第一個透鏡前面 15mm 與 5mm 及系統的第二個透鏡後面 5mm 處，系統的光束路徑示意圖及畸變分析曲線。由畸變分析曲線可以發現，當陣列透鏡位置在第一個透鏡前面，在比較靠近第一個透鏡時，其畸變率曲線和橫軸相交的位置的成像高度會增加，而相交的位

置代表畸變率為 0 時的像高，同時，當陣列透鏡靠近第一個透鏡時，畸變被過度修正的現象也開始顯現。而當陣列透鏡置於兩個透鏡中間時，畸變被過度修正更明顯，其最大成像的畸變修正也多。陣列透鏡置於第二個透鏡後面，對於畸變就沒有修正的效果，因此接下來討論不同陣列透鏡位置對畸變之關係，就不討論陣列透鏡放置於第二透鏡後面系統之數值。

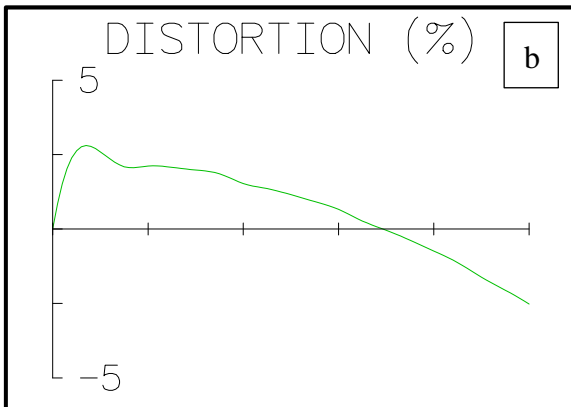
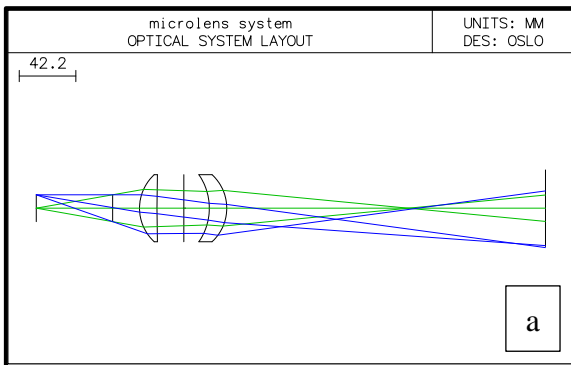


圖 5-13 陣列透鏡放置於兩透鏡中間之(a)光路徑示意圖與(b)畸變分析曲線。

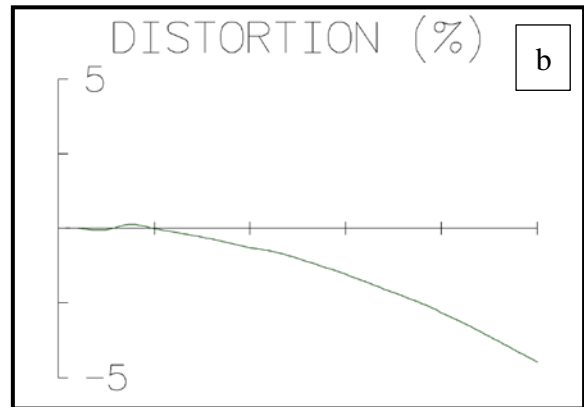
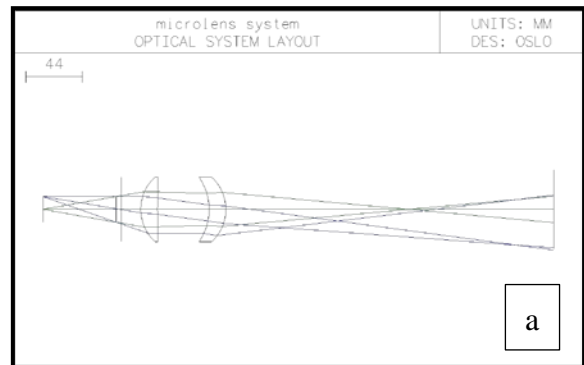


圖 5-14 陣列透鏡放置於第一個透鏡前面 15mm 之(a)光路徑示意圖與(b)畸變分析曲線。

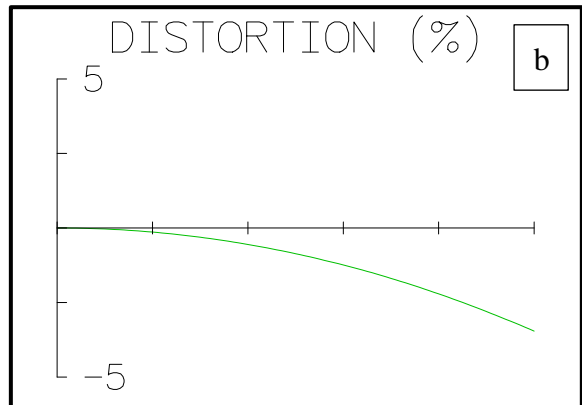
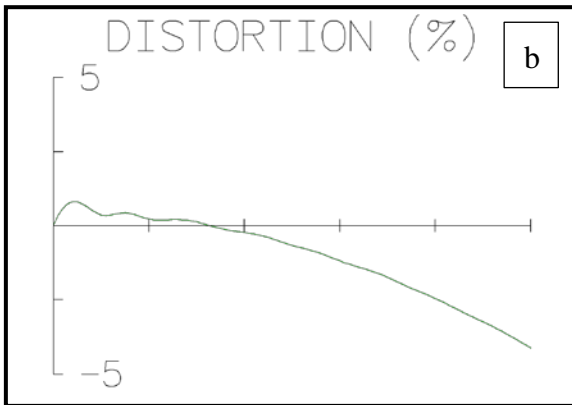
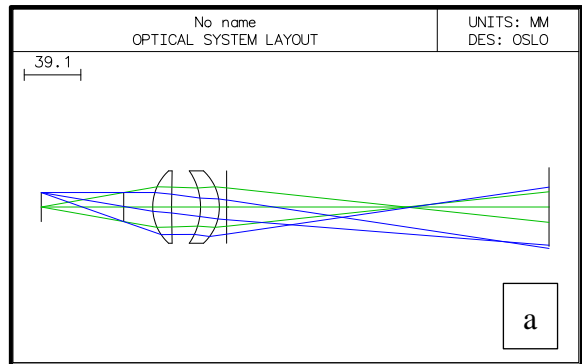
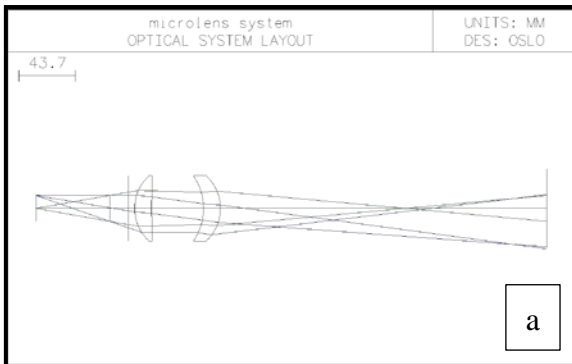


圖 5-15 陣列透鏡放置於第一個透鏡前面 5mm 之 (a)光路徑示意圖與(b)畸變分析曲線。

圖 5-16 陣列透鏡放置於第二個透鏡後面 5mm 之 (a)光路徑示意圖與(b)畸變分析曲線。

將陣列透鏡放置於雙透鏡系統中的第一個透鏡的前面或後面，其位置座標與畸變率的關係圖如圖 5-17 所示，圖中橫軸表示以雙透鏡系統中心為座標原點的陣列透鏡之位置座標，此雙透鏡系統的第一個透鏡的兩個折射鏡面的位置座標分別為-33mm 與-20mm 區間，第二個透鏡的折射鏡面之位置座標則為 20mm 與 33mm 區間，陣列透鏡無法放置於這些區間內。根據上一小節的討論，由於陣列透鏡置於第二個透鏡後面無修正效果，因此圖 5-17 的橫軸只討論到 20mm 位置。圖 5-17 中數據顯示，陣列透鏡的位置越往成像方向移動，系統的最大成像之畸變率絕對值越小，也就是畸變修正效果越好。圖中數據也顯示，當陣列透鏡放置在-53mm，即系統孔徑光闌位置，對畸變沒有任何的修正效果。圖 5-18 表示了陣列透鏡於系統中不同位置時，畸變率為 0 的像高，可以知道當陣列透鏡在兩個折射透鏡間，越往像空間靠近，成像邊緣的修正效

果越好。因此，在雙透鏡系統中外加陣列透鏡，其最佳的擺設位置是放置在兩個折射透鏡間，靠近像空間，亦即靠近第二個透鏡的位置為佳。

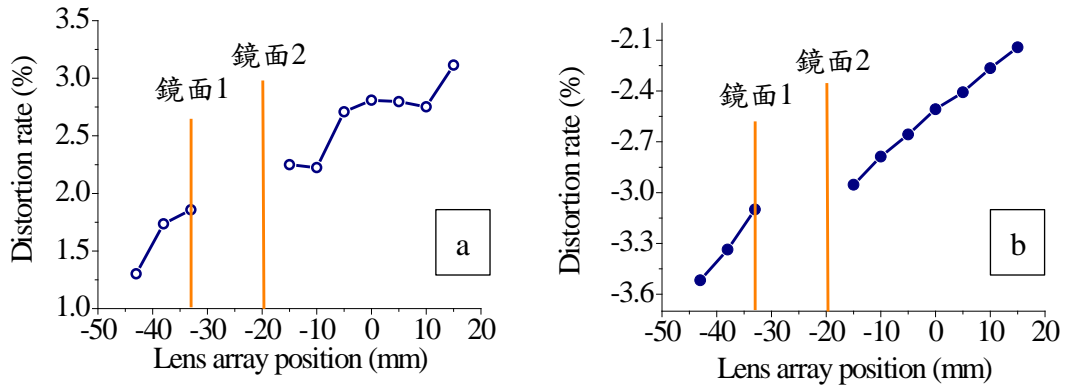


圖 5-17 雙透鏡系統中外加陣列透鏡，陣列透鏡放置的位置座標與系統的(a)最大畸變率 (b)最大成像的畸變率之比較圖，其中位置座標原點為雙透鏡系統中心的位置，往左為負，往右為正。

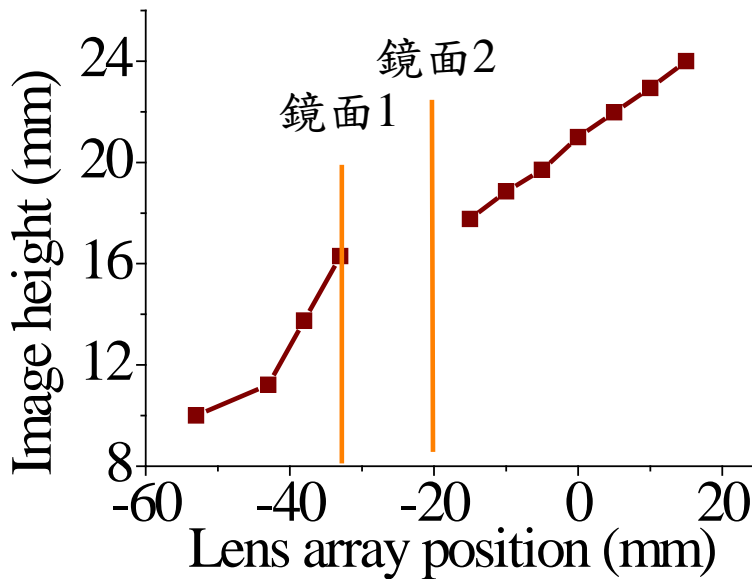


圖 5-18 雙透鏡系統中外加陣列透鏡，陣列透鏡放置的位置座標與系統的畸變率為 0 之像高比較圖，其中位置座標原點為雙透鏡系統中心的位置，往左為負，往右為正。

5.3 小結

在某些雙透鏡系統中，不適合將孔徑光闌位置設置在兩個透鏡的中間區域時，外加透鏡即是修正畸變的另一個方式，外加透鏡形式包含正透鏡、負透鏡、平板玻璃與陣列透鏡。當系統的外加透鏡為正透鏡時，成像的畸變率之絕對值有些微的降低，所以外加正透鏡對系統的畸變有修正的效果，但是效果不太顯著；當外加透鏡為負透鏡，畸變率絕對值卻是些微的增加，因此外加負透鏡，會使畸變變差；若外加透鏡為平板玻璃，其畸變率數值不會改變，因此對系統的畸變修正沒有助益。

當外加透鏡微陣列透鏡，組成陣列透鏡的單元透鏡是正透鏡時，對於畸變才有修正的效果，負透鏡則無。但是當雙透鏡系統使用外加陣列透鏡修正畸變時，幾乎都會有過度修正的情況出現，因此會有最大畸變率與最大成像的畸變率。隨著單元透鏡的第一個鏡面的曲率半徑增加，因過度修正而造成的最大畸變率會減小。然而，隨著陣列透鏡中第一個鏡面的曲率半徑增加，其畸變率的絕對值卻會變大，但是數值皆小於4%的範圍內，與雙透鏡系統相比，系統的畸變明顯地被修正。與雙透鏡系統中，外加正透鏡相比，外加陣列透鏡對畸變的修正較大，而且有畸變率為零的像高。此外，陣列透鏡的位置越往成像方向移動，系統的最大成像之畸變率絕對值越小，也就是畸變修正效果越好。在雙透鏡系統中外加陣列透鏡，其最佳的擺設位置是放置在兩個折射透鏡間，靠近像空間，亦即靠近第二個透鏡的位置為佳。

第六章、總結

在光學系統中，最基本的光學元件為單透鏡，包含正透鏡與負透鏡。畸變的形成，是因為像空間中不同高度的光線之放大率不同所造成，亦即系統的像高會影響到畸變。在單透鏡系統中，光線的入射場角度與物高之設定，皆會影響到像高。根據模擬之結果顯示，隨著入射場角度的增加，其畸變率之絕對值越大，像高也越大，故可以證明像高越大畸變越大。當系統為有限物距時，在固定物高的入射光，入射至正透鏡。物距在能使系統的成像為實像的區間時，其成像高度和畸變率成正比之關係。然而，由於光學模擬軟體中其光線覓跡的方式不適合覓跡虛像，所以當物體置於使系統的成像為虛像的區間時，模擬得到之成像高度和畸變率卻成反比之關係，與理論不合，也就是虛像無法被正確的分析其畸變。系統的孔徑光闌的位置設定也會影響到畸變，較入射場角度及物距對畸變的影響顯著。當孔徑光闌位置離透鏡越近，則畸變率絕對值越小，也就是畸變修正效果越好。孔徑光闌設定在透鏡前面時，系統為桶狀畸變，若設定於透鏡後面則是枕狀畸變。孔徑光闌的位置對畸變之影響也與透鏡的形狀有關，透鏡形式為對稱的雙凸透鏡，系統之畸變受到孔徑光闌的位置影響最小，平凸透鏡影響次之，而凹凸透鏡的形式受到孔徑光闌的位置影響最嚴重。由架設一個等效的單透鏡實驗系統，藉由觀測通過透鏡的方格成像證實光圈位置的設定的確會影響到系統的畸變，當光圈位置離較遠離透鏡，則成像畸變較大，光圈設置在透鏡上，幾乎觀測不到畸變。光圈設置在透鏡前面時，成像為桶狀畸變；若置於透鏡後面則是枕狀畸變。所觀測到之成像的畸變趨勢，皆與模擬結果相似。

在雙透鏡系統中，當系統中兩個透鏡的曲率對稱，且放大率為 1 時，即為曲率對稱之雙透鏡系統，孔徑光闌設定在兩個透鏡的中間，成像畸變最小。當系統放大率不為 1，且系統中兩個透鏡的曲率不對稱時，不同鏡面曲率半徑改變，對成像的畸變影響不同，在相同成像高度時，成像距離越短畸變越小。

此外，其孔徑光闌位置設定對畸變率改變程度不同，因此系統畸變最佳時的孔徑光闌位置不再是系統的中間。孔徑光闌的最佳位置向跟前後透鏡的焦距有關，當系統中兩個透鏡的焦距差異越大時，孔徑光闌的最佳位置就越靠近焦距短的透鏡。實際架設等效的雙透鏡系統實驗中可以觀察到，相同的光圈位置，成像越大時畸變越嚴重；當光圈設定於透鏡系統上，即孔徑光闌在鏡面 1 上，幾乎觀察不到畸變；而將光圈置於透鏡系統前是桶狀畸變，置於透鏡系統後則為枕狀畸變。這些觀測到的現象，皆與模擬結果相符合。

在某些雙透鏡系統中，不適合將孔徑光闌位置設置在兩個透鏡的中間區域時，外加透鏡即是修正畸變的另一個方式，外加透鏡的形式包含正透鏡、負透鏡、平板玻璃與陣列透鏡。當系統的外加透鏡為正透鏡時，成像的畸變率之絕對值有些微的降低，所以外加正透鏡對系統的畸變有修正的效果，但是效果不太顯著；當外加透鏡為負透鏡，畸變率絕對值卻是些微的增加，因此外加負透鏡，會使畸變變差；若外加透鏡為平板玻璃，其畸變率數值不會改變，因此對系統的畸變修正沒有助益。

當外加透鏡微陣列透鏡，組成陣列透鏡的單元透鏡是正透鏡時，對於畸變才有修正的效果，負透鏡則無。但是當雙透鏡系統使用外加陣列透鏡修正畸變時，幾乎都會有過度修正的情況出現，因此會有最大畸變率與最大成像的畸變率。在雙透鏡系統中，外加陣列透鏡與外加正透鏡系統相比，外加陣列透鏡對畸變的修正較大。此外，在雙透鏡系統中外加陣列透鏡，其最佳的擺設位置是放置在兩個折射透鏡間，靠近像空間，亦即靠近第二個透鏡的位置為佳。

參考文獻

- [1]. R. Kingslake, R. B. Johnson, "Lens Design Fundamentals", 2nd Ed, Elsevier Inc. (2010).
- [2]. E. Hecht, "Optics", 4th Ed, Addison-Wesley(2002).
- [3]. M. Laikin, "Lens Design Fundamentals", 4th Ed, Taylor & Francis Group, LLC (2007).
- [4]. W. J. Smith, "Modern Optical Engineering", 3rd Ed, McGraw-Hill(2000)
- [5]. W. J. Smith, "Modern Lens Design", McGraw-Hill(1992).
- [6]. W. C. Su, C. Y. Chen, Y. F. Wang, Y. W. Chen, and S. S. Yang, J. Opt. 13, 105401 (2011).
- [7]. C. Y. Chen, W. C. Su, Y. F. Wang, and C. H. Chen, Opt. Commun. 283, 2798–2802 (2010).
- [8]. C. T. Hsieh, Y. F. Hsu, C. W. Chung, M. F. Chen, W. C. Su, and C. Y. Huang, Opt. Express 21, 1937–1943 (2013).
- [9]. C. T. Hsieh, P. R. Ding, C. H. Liao, W. C. Su, C. Y. Huang, C. H. Lin, K. Y. Lo, C. J. Tien, and T. F. Hsu, Appl. Opt. 53, 383-387 (2014).
- [10]. H. Hua, C. Gao, Appl. Opt. 46, 2600–2610 (2007).
- [11]. M. Kawakita, H. Sasaki, J. Arai, F. Okano, K. Suehiro, Y. Haino, M. Yoshimura, and M. Sato, Opt. Lett. 33, 684-686(2008).
- [12]. A. Aggoun, E. Tseklevs, M. R. Swash, D. Zarpalas, A. Dimou, P. Daras, P. Nunes and L. D. Soares, MultiMedia, IEEE, 20, 28-37(2013).