

參賽主題：自然領域

篇名：

垃圾車的神祕路線

作者：

古芳宜。花蓮縣立宜昌國民中學。906 班

陳妍臻。花蓮縣立宜昌國民中學。906 班

指導老師：

詹如晴 老師

# 垃圾車的神祕路線

## 壹●前言

### 一、研究動機

- (一)、垃圾車每天在大街小巷來回穿梭，怎麼能每一條街都走到呢？
- (二)、不重複路線，降低到最少的成本，也能減少二氧化碳的排放量。
- (三)、為什麼「全國通垃圾網」APP 能吻合垃圾車來的時間？

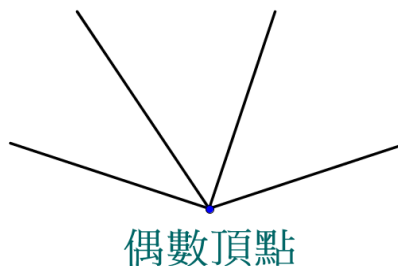
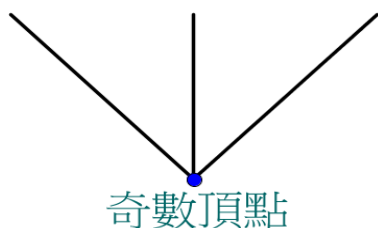
### 二、研究目的

- (一)、可以運用數學跟垃圾車的路線做結合，能做出一筆畫，或是減少重複的情況。
- (二)、「一筆畫原理」可應用在道路設計，各街道焦點是「奇數頂點」的情形越少越好。則垃圾車收集垃圾時，重複走的路就越少。
- (三)、瞭解「全國通垃圾網」APP 的應用，和數學一筆畫有什麼關聯。
- (四)、降低二氧化碳的排放量，減少不必要的資源。

### 三、研究和實施方法

#### (一)、奇數頂點和偶數頂點數：

- 1、交點的出入口數量。
- 2、圖形：



#### 3、說明如下：

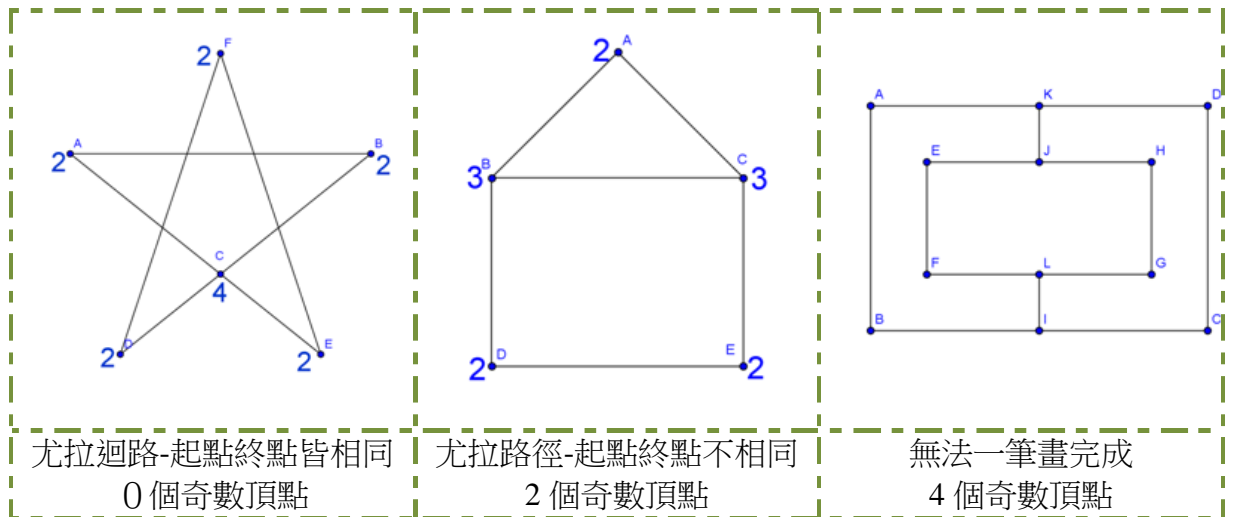
- (1)、通過點的線條數目是奇數，稱為奇數頂點。
- (2)、通過點的線條數目是偶數，稱為偶數頂點。

#### (二)、能一筆畫圖形：

- 1、尤拉迴路：頂點都是偶數頂點，則可從任何一點開始而回到原點。起點和終點相同，描繪完一個圖形，其開頭等於結尾。
- 2、尤拉路徑：奇數頂點若是 0 或 2，則能一筆畫完。且一定要以其中一個奇數頂點開始，結束於另一個奇數頂點。
- 3、奇數頂點若超過 2，則不能一筆畫好。

垃圾車的神祕路線

4、圖形和說明如下：



(三)、不能一筆畫圖形：

1、七橋問題：

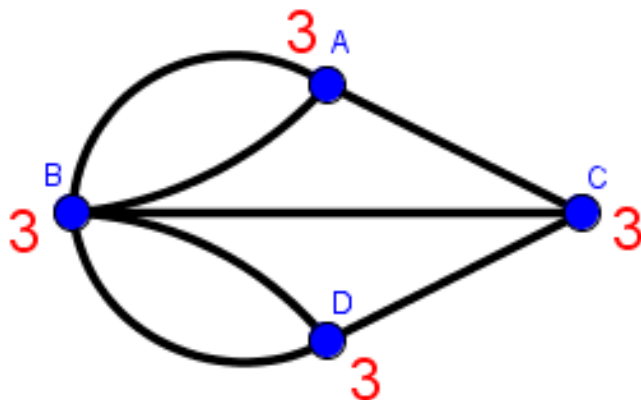
(1)、萊昂哈德·歐拉在 1735 年提出。成為圖論史上第一篇重要文獻。歐拉把實際的抽象問題簡化為平面上的點與線組合，每一座橋視為一條線，橋所連接的地區視為點。

(2)、圖形：



圖片來源：維基百科

(3)、說明如下：



此圖形各點出入口皆是 3 條線，稱為奇數頂點，如為一筆畫圖形只能圖中有 0 或 2 個奇數頂點，所以此圖必會重複路線，無法一筆畫完成。

## 垃圾車的神祕路線

### (四)、不能一筆畫圖形，最佳路徑探討：

- 1、所需要畫好的最少筆數是該圖中所含奇數頂點個數的一半。且必須以其中一個奇數頂點為起點，才能以最少筆數畫成。
- 2、「圖形學」上的事實：任何一個圖形如果有  $k$  個奇數頂點，那麼  $k$  必為偶數。可以令  $r = \frac{k}{2}$ 。若  $r = 0$ ，則此圖形的最少描繪數是 1，若  $r > 0$ ，則最少描繪數是  $r$ 。
- 3、清運距離最小值：
  - (1)、旅行銷售員問題 (Traveling Salesman Problem) 最佳求解法中的窮舉法。以道路的路徑當作成本，鄰近和非鄰近節點間的距離列表計算，列出每一條路線的成本，比較成本，尋找出最短路徑，即為最佳路徑。
  - (2)、設總旅行成本最小為  $Z$

$$\text{Min. } Z = \sum_i \sum_j c_{ij}$$

$c_{ij}$ ： $i$  地方到  $j$  地方的旅行成本。

### (五)、差異性分析：

- 1、吉安鄉清潔隊推出「全國通垃圾網」APP 行駛路徑分析：
  - (1)、由中興保全集團開發，提供「現況查詢」、「路線查詢」、「到站提醒」、「我的最愛」及「公佈欄」等功能，民眾在家就可隨時掌握垃圾車動態資訊，輕鬆解決生活倒垃圾問題。



- (2)、每台垃圾車皆裝設「衛星定位車機」，透過可上網的平板電腦或手機，就可即時查詢垃圾車位置。

垃圾車的神祕路線

2、吉安鄉清潔隊網站內垃圾清運路線圖：

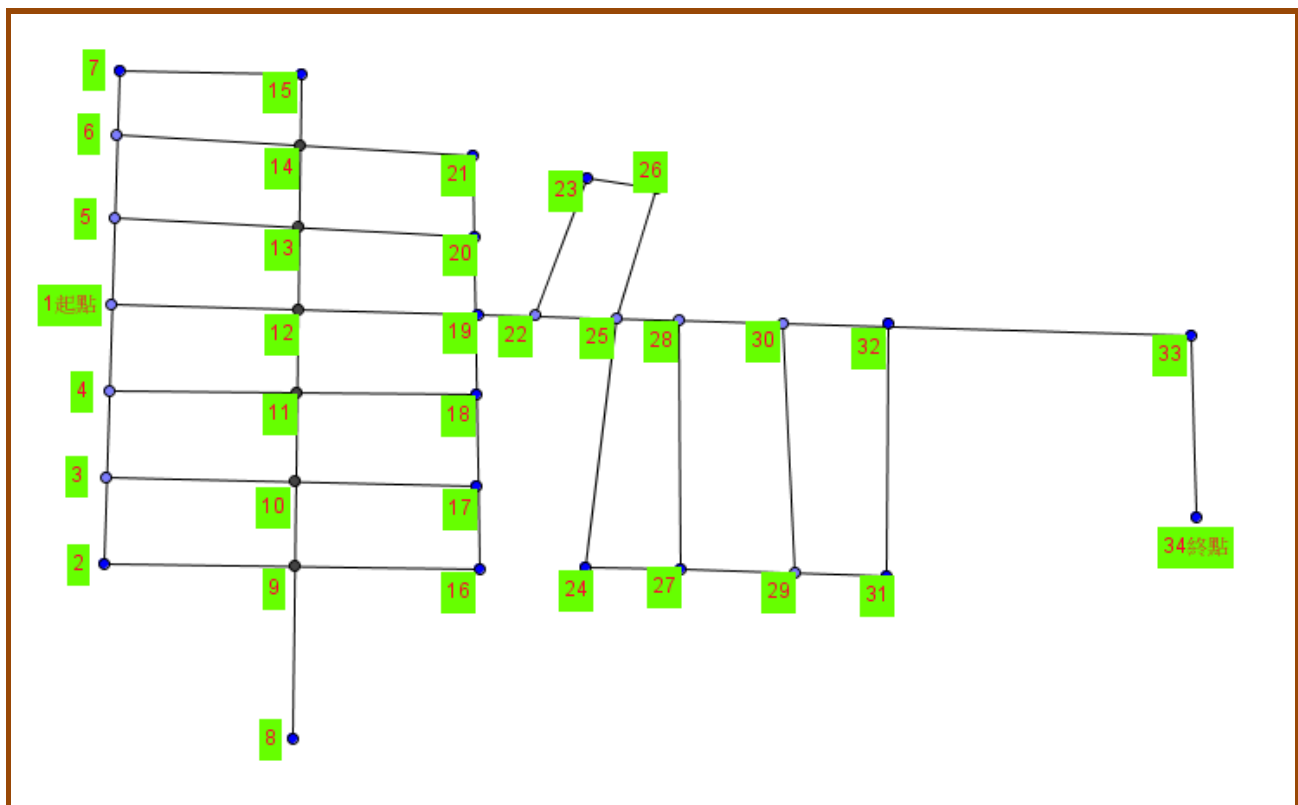


圖片來源：吉安鄉清潔隊

貳●正文

一、吉安鄉福興村最佳路徑探討

(一)、奇數頂點和偶數頂點數：



垃圾車的神祕路線

頂點	編號	數量
奇數頂點	1、3、4、5、6、8、17、 18、20、22、27、28、 29、30、32、34	16
偶數頂點	2、7、9、10、11、12、 13、14、15、16、19、 21、23、24、25、26、 31、33	18

(二)、是一筆畫圖形？

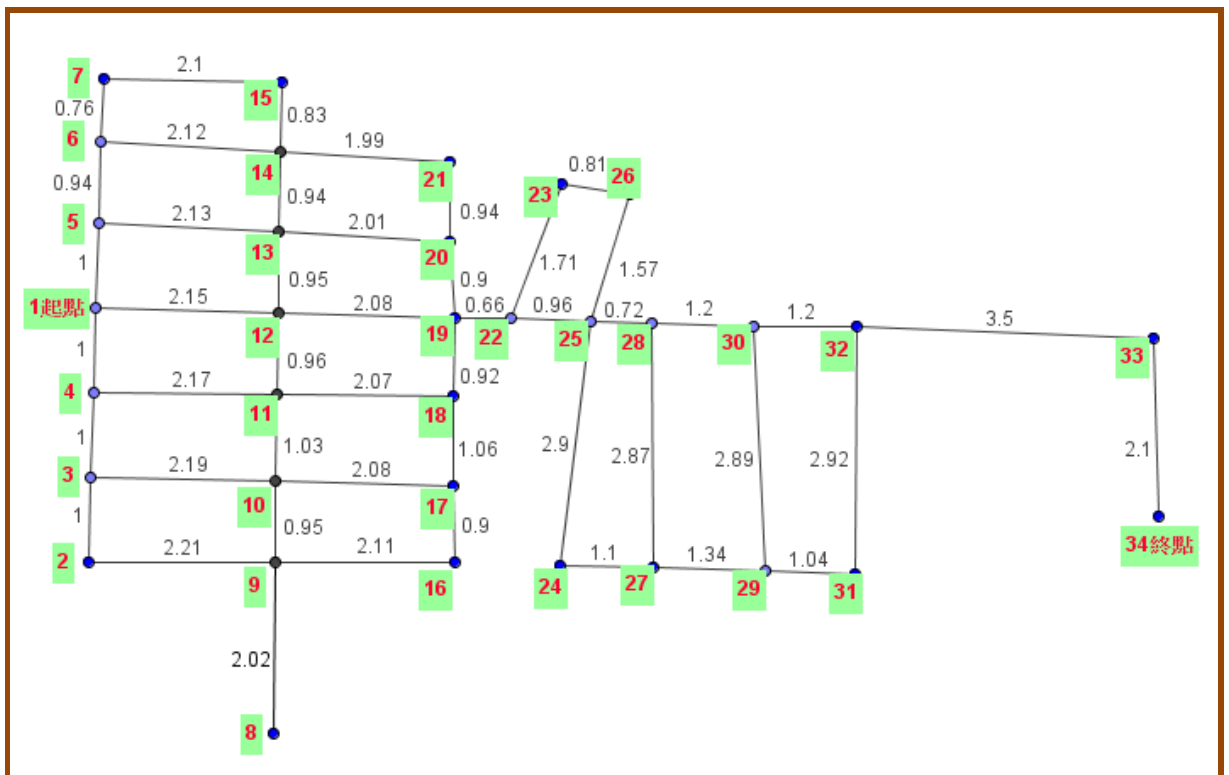
- 1、不是。
- 2、奇數頂點是 0 或 2，才能一筆畫完。故吉安鄉福興村路徑圖非一筆畫圖形。

(三)、不能一筆畫圖形，最佳路徑探討：

- 1、最少描繪筆數說明：最少筆數是圖中所含奇數頂點個數的一半，故吉安鄉福興

$$\text{村最少筆數 } r = \frac{k}{2} = \frac{16}{2} = 8。$$

- 2、點和點間的線段距離說明：



3、窮舉法列出最佳路徑說明：

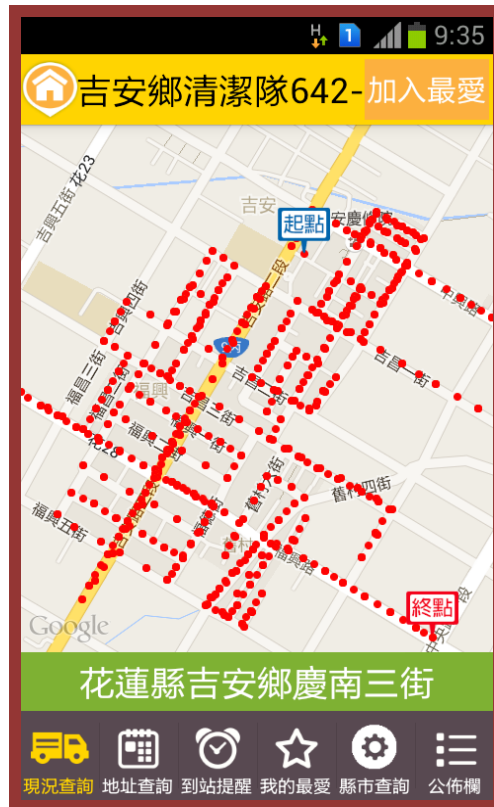
- (1)、以窮舉法點和點之間最短路徑走法。
- (2)、算出全程最短路徑。



## 垃圾車的神祕路線

### (四)、差異性分析

#### 1、吉安鄉清潔隊「全國通垃圾網」APP 路徑—吉安／福興村（車號：642-TX）



#### 2、吉安鄉清潔隊清運路線和距離計算：

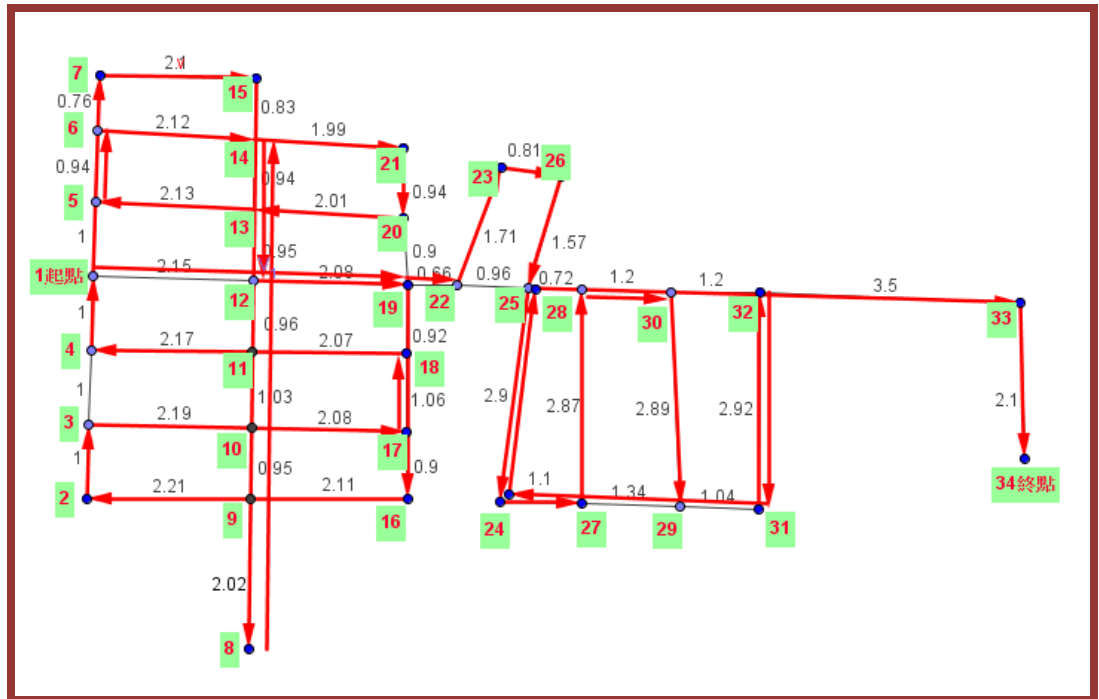
##### (1)、清運路線圖：



圖片來源：吉安鄉清潔隊

垃圾車的神祕路線

(2)、 數學 GeoGebra 軟體模擬垃圾車實際清運路徑圖：



(3)、 計算吉安鄉清潔隊實際清運路線距離：

路線 節點起始 (點→點)	距離 (成本)	路線 節點起始 (點→點)	距離 (成本)	路線 節點起始 (點→點)	距離 (成本)
1→5	1	5→6	0.94	23→26	0.81
5→6	0.94	6→14	2.12	26→25	1.57
6→7	0.76	14→13	0.94	25→24	2.9
7→15	2.1	13→12	0.95	24→27	1.1
15→14	0.83	12→19	2.08	27→28	2.87
14→13	0.94	19→18	0.92	28→30	1.2
13→12	0.95	18→17	1.06	30→29	2.89
12→11	0.96	17→16	0.9	29→31	1.04
11→10	1.03	16→9	2.11	31→32	2.92
10→9	0.95	9→2	2.21	32→31	2.92
9→8	2.02	2→3	1	31→29	1.04
8→9	2.02	3→10	2.19	29→27	1.34
9→10	0.95	10→17	2.08	27→24	1.1
10→11	1.03	17→18	1.06	24→25	2.9
11→12	0.96	18→11	2.07	25→28	0.72
12→13	0.95	11→4	2.17	28→30	1.2
13→14	0.94	4→1	1	30→32	1.2
14→21	1.99	1→12	2.15	32→33	3.5
21→20	0.94	12→19	2.08	33→34	2.1
20→13	2.01	19→22	0.66		
13→5	2.13	22→23	1.71		
				總計	94.12



垃圾車的神祕路線

3、窮舉法列出最佳路徑和清運距離最小值：

(1)、窮舉法列出點和點之間最短路徑走法和距離（成本）計算：

節點 起始 點→點	路徑走法	距離 (成本)	節點 起始 點→點	路徑走法	距離 (成本)
1→2	1→4→3→2	3	2→11	2→3→4→11	4.17
1→3	1→4→3	2	2→12	2→3→4→11→12	5.13
1→4	1→4	1	2→13	2→3→4→11→12→13	6.08
1→5	1→5	1	2→14	2→3→4→11→12→13→14	7.02
1→6	1→5→6	1.94	2→15	2→3→4→1→5→6→7→15	7.8
1→7	1→5→6→7	2.7	2→16	2→9→16	4.32
1→8	1→12→11→10→9→8	7.23	2→17	2→9→16→17	5.22
1→9	1→12→11→10→9	5.09	2→18	2→3→4→11→18	6.24
1→10	1→12→11→10	4.14	2→19	2→3→4→11→18→19	7.16
1→11	1→12→11	3.11	2→20	2→9→10→11→18→19→20	8.08
1→12	1→12	2.15	2→21	2→3→4→1→5→6→14→21	9.08
1→13	1→12→13	3.1	2→22	2→3→4→11→18→19→22	7.82
1→14	1→12→13→14	4.04	2→23	2→3→4→11→18→19→22→23	9.52
1→15	1→5→6→7→15	4.8	2→24	2→3→4→11→18→19→22→25→24	11.68
1→16	1→12→11→10→9→16	7.2	2→25	2→3→4→11→18→19→22→25	8.78
1→17	1→12→19→18→17	6.21	2→26	2→3→4→11→18→19→22→25→26	10.35
1→18	1→12→19→18	5.15	2→27	2→3→4→11→18→19→22→25→28→27	12.37
1→19	1→12→19	4.23	2→28	2→3→4→11→18→19→22→25→28	9.5
1→20	1→12→13→20	5.11	2→29	2→3→4→11→18→19→22→25→28→30→29	13.59
1→21	1→12→13→14→21	6.03	2→30	2→3→4→11→18→19→22→25→28→30	10.7
1→22	1→12→19→22	4.89	2→31	2→3→4→11→18→19→22→25→28→30→29→31	14.63
1→23	1→12→19→22→23	6.6	2→32	2→3→4→11→18→19→22→25→28→30→32	11.
1→24	1→12→19→22→25→24	8.75	2→33	2→3→4→11→18→19→22→25→28→30→32→33	15.4
1→25	1→12→19→22→25	5.85	2→34	2→3→4→11→18→19→22→25→28→30→32→33→34	17.5
1→26	1→12→19→22→25→26	7.42			
1→27	1→12→19→22→25→28→27	9.44			
1→28	1→12→19→22→25→28	6.57	3→4	3→4	1
1→29	1→12→19→22→25→28→30→29	10.66	3→5	3→4→1→5	3
1→30	1→12→19→22→25→28→30	7.77	3→6	3→4→1→5→6	3.94
1→31	1→12→19→22→25→28→30→29→31	11.7	3→7	3→4→1→5→6→7	4.7
1→32	1→12→19→22→25→28→30→32	8.97	3→8	3→10→9→8	5.16
1→33	1→12→19→22→25→28→30→32→33	12.47	3→9	3→10→9	3.14
1→34	1→12→19→22→25→28→30→32→33→34	14.57	3→10	3→10	2.19
			3→11	3→4→11	3.17
			3→12	3→4→11→12	4.13
2→3	2→3	1	3→13	3→4→1→12→13	2.1
2→4	2→3→4	2	3→14	3→4→1→12→13→14	6.04
2→5	2→3→4→1→5	4	3→15	3→4→1→5→6→7→15	6.8
2→6	2→3→4→1→5→6	4.94	3→16	3→10→9→16	5.25
2→7	2→3→4→1→5→6→7	5.7	3→17	3→10→17	4.27
2→8	2→9→8	4.23	3→18	3→4→11→18	5.24
2→9	2→9	2.21	3→19	3→4→1→12→19	6.23
2→10	2→9→10	3.16	3→20	3→4→1→12→13→20	7.11

垃圾車的神祕路線

節點 起始 點→點	路徑走法	距離 (成本)	節點 起始 點→點	路徑走法	距離 (成本)
3→21	3→4→1→12→13→14→21	8.03	4→32	4→11→18→19→22→25→28→30→32	10.56
3→22	3→4→11→12→19→22	6.89	4→33	4→11→18→19→22→25→28→30→32→33	14.06
3→23	3→4→11→12→19→22→23	8.6	4→34	4→11→18→19→22→25→28→30→32→33→34	16.16
3→24	3→4→11→12→19→22→25→24	10.75			
3→25	3→4→11→12→19→22→25	7.85			
3→26	3→4→11→12→19→22→25→26	9.42	5→6	5→6	0.94
3→27	3→4→11→12→19→22→25→28→27	11.44	5→7	5→6→7	1.7
3→28	3→4→11→12→19→22→25→28	8.57	5→8	5→13→12→11→10→9→8	8.04
3→29	3→4→11→12→19→22→25→28→30→29	12.66	5→9	5→13→12→11→10→9	6.02
3→30	3→4→11→12→19→22→25→28→30	9.77	5→10	5→13→12→11→10	4.99
3→31	3→4→11→12→19→22→25→28→30→29→31	13.7	5→11	5→13→12→11	4.03
3→32	3→4→11→12→19→22→25→28→30→32	10.97	5→12	5→13→12	3.08
3→33	3→4→11→12→19→22→25→28→30→32→33	14.47	5→13	5→13	2.13
3→34	3→4→11→12→19→22→25→28→30→32→33→34	16.57	5→14	5→6→14	3.06
			5→15	5→6→7→15	3.8
			5→16	5→13→20→19→18→17→16	7.92
4→5	4→1→5	2	5→17	5→13→20→19→18→17	7.02
4→6	4→1→5→6	2.94	5→18	5→13→20→19→18	5.96
4→7	4→1→5→6→7	3.7	5→19	5→13→20→19	5.04
4→8	4→11→10→9→8	6.17	5→20	5→13→20	4.14
4→9	4→11→10→9	4.15	5→21	5→13→14→21	5.06
4→10	4→11→10	3.2	5→22	5→13→20→19→22	5.7
4→11	4→11	2.17	5→23	5→13→20→19→22→23	6.87
4→12	4→11→12	3.13	5→24	5→13→20→19→22→25→24	9.56
4→13	4→11→12→13	4.08	5→25	5→13→20→19→22→25	6.66
4→14	4→11→12→13→14	5.02	5→26	5→13→20→19→22→25→26	8.23
4→15	4→1→5→6→7→15	5.8	5→27	5→13→20→19→22→25→28→27	10.25
4→16	4→11→18→17→16	6.2	5→28	5→13→20→19→22→25→28	7.38
4→17	4→11→10→17	5.28	5→29	5→13→20→19→22→25→28→30→29	11.47
4→18	4→11→18	4.24	5→30	5→13→20→19→22→25→28→30	8.58
4→19	4→11→18→19	5.16	5→31	5→13→20→19→22→25→28→30→29→31	12.51
4→20	4→11→12→13→20	6.09	5→32	5→13→20→19→22→25→28→30→32	9.78
4→21	4→11→12→13→14→21	7.01	5→33	5→13→20→19→22→25→28→30→32→33	13.28
4→22	4→11→18→19→22	5.82	5→34	5→13→20→19→22→25→28→30→32→33→34	15.38
4→23	4→11→18→19→22→23	6.48			
4→24	4→11→18→19→22→25→24	10.34			
4→25	4→11→18→19→22→25	7.44	6→7	6→7	0.76
4→26	4→11→18→19→22→25→26	9.01	6→8	6→14→13→12→11→10→9→8	8.97
4→27	4→11→18→19→22→25→28→27	11.03	6→9	6→14→13→12→11→10→9	6.95
4→28	4→11→18→19→22→25→28	8.16	6→10	6→14→13→12→11→10	6
4→29	4→11→18→19→22→25→28→30→29	12.25	6→11	6→14→13→12→11	4.97
4→30	4→11→18→19→22→25→28→30	9.36	6→12	6→14→13→12	4.01
4→31	4→11→18→19→22→25→28→30→29→31	13.29	6→13	6→14→13	3.06

垃圾車的神祕路線

節點 起始 點→點	路徑走法	距離 (成本)	節點 起始 點→點	路徑走法	距離 (成本)
6→14	6→14	2.12	7→28	7→6→14→21→20→19→22→25→28	9.05
6→15	6→7→15	2.86	7→29	7→6→14→21→20→19→22→25→28→30→29	13.14
6→16	6→14→21→20→19→18→17→16	8.83	7→30	7→6→14→21→20→19→22→25→28→30	10.25
6→17	6→14→21→20→19→18→17	7.93	7→31	7→6→14→21→20→19→22→25→28→30→29→31	14.18
6→18	6→14→21→20→19→18	6.87	7→32	7→6→14→21→20→19→22→25→28→30→32	11.45
6→19	6→14→21→20→19	5.95	7→33	7→6→14→21→20→19→22→25→28→30→32→33	14.95
6→20	6→14→21→20	5.05	7→34	7→6→14→21→20→19→22→25→28→30→32→33→34	17.05
6→21	6→14→21	4.11			
6→22	6→14→21→20→19→22	6.25			
6→23	6→14→21→20→19→22→23	7.96	8→9	8→9	2.02
6→24	6→14→21→20→19→22→25→24	10.11	8→10	8→9→10	2.97
6→25	6→14→21→20→19→22→25	7.21	8→11	8→9→10→11	4
6→26	6→14→21→20→19→22→25→26	8.78	8→12	8→9→10→11→12	4.96
6→27	6→14→21→20→19→22→25→28→27	10.8	8→13	8→9→10→11→12→13	5.91
6→28	6→14→21→20→19→22→25→28	7.93	8→14	8→9→10→11→12→13→14	6.85
6→29	6→14→21→20→19→22→25→28→30→29	12.02	8→15	8→9→10→11→12→13→14→15	7.68
6→30	6→14→21→20→19→22→25→28→30	9.13	8→16	8→9→16	4.13
6→31	6→14→21→20→19→22→25→28→30→29→31	13.06	8→17	8→9→16→17	5.03
6→32	6→14→21→20→19→22→25→28→30→32	10.33	8→18	8→9→10→11→18	6.07
6→33	6→14→21→20→19→22→25→28→30→32→33	13.83	8→19	8→9→10→11→18→19	6.99
6→34	6→14→21→20→19→22→25→28→30→32→33→34	15.93	8→20	8→9→10→11→18→19→20	7.89
			8→21	8→9→10→11→18→19→20→21	8.83
			8→22	8→9→10→11→18→19→22	7.65
7→8	7→15→14→13→12→11→10→9→8	9.78	8→23	8→9→10→11→18→19→22→23	9.36
7→9	7→15→14→13→12→11→10→9	7.76	8→24	8→9→10→11→18→19→22→25→24	11.51
7→10	7→15→14→13→12→11→10	6.81	8→25	8→9→10→11→18→19→22→25	8.61
7→11	7→15→14→13→12→11	5.78	8→26	8→9→10→11→18→19→22→25→26	10.18
7→12	7→15→14→13→12	4.82	8→27	8→9→10→11→18→19→22→25→28→27	12.2
7→13	7→15→14→13	3.87	8→28	8→9→10→11→18→19→22→25→28	9.33
7→14	7→15→14	2.93	8→29	8→9→10→11→18→19→22→25→28→30→29	13.42
7→15	7→15	2.1	8→30	8→9→10→11→18→19→22→25→28→30	10.53
7→16	7→6→14→21→20→19→18→17→16	9.59	8→31	8→9→10→11→18→19→22→25→28→30→29→31	14.46
7→17	7→6→14→21→20→19→18→17	8.69	8→32	8→9→10→11→18→19→22→25→28→30→32	11.73
7→18	7→6→14→21→20→19→18	7.63	8→33	8→9→10→11→18→19→22→25→28→30→32→33	15.23
7→19	7→6→14→21→20→19	6.71	8→34	8→9→10→11→18→19→22→25→28→30→32→33→34	17.33
7→20	7→6→14→21→20	5.81			
7→21	7→6→14→21	4.87			
7→22	7→6→14→21→20→19→22	7.37	9→10	9→10	0.95
7→23	7→6→14→21→20→19→22→23	9.08	9→11	9→10→11	1.98
7→24	7→6→14→21→20→19→22→25→24	11.23	9→12	9→10→11→12	2.94
7→25	7→6→14→21→20→19→22→25	8.33	9→13	9→10→11→12→13	3.86
7→26	7→6→14→21→20→19→22→25→26	9.9	9→14	9→10→11→12→13→14	4.83
7→27	7→6→14→21→20→19→22→25→28→27	11.92	9→15	9→10→11→12→13→14→15	5.66

垃圾車的神祕路線

節點 起始 點→點	路徑走法	距離 (成本)	節點 起始 點→點	路徑走法	距離 (成本)
9→16	9→16	2.11	10→33	10→11→18→19→22→25→28→30→32→33	12.26
9→17	9→16→17	3.01	10→34	10→11→18→19→22→25→28→30→32→33→34	14.36
9→18	9→10→11→18	4.05			
9→19	9→10→11→18→19	4.97			
9→20	9→10→11→18→19→20	5.87	11→12	11→12	0.96
9→21	9→10→11→18→19→20→21	6.81	11→13	11→12→13	1.91
9→22	9→10→11→18→19→22	5.63	11→14	11→12→13→14	2.85
9→23	9→10→11→18→19→22→23	7.34	11→15	11→12→13→14→15	3.68
9→24	9→10→11→18→19→22→25→24	9.49	11→16	11→10→17→16	4.01
9→25	9→10→11→18→19→22→25	6.59	11→17	11→10→17	3.11
9→26	9→10→11→18→19→22→25→26	9.16	11→18	11→18	2.07
9→27	9→10→11→18→19→22→25→28→27	10.18	11→19	11→18→19	2.99
9→28	9→10→11→18→19→22→25→28	7.31	11→20	11→18→19→20	3.89
9→29	9→10→11→18→19→22→25→28→30→29	11.4	11→21	11→18→19→20→21	4.83
9→30	9→10→11→18→19→22→25→28→30	8.51	11→22	11→18→19→22	3.65
9→31	9→10→11→18→19→22→25→28→30→29→31	12.44	11→23	11→18→19→22→23	5.36
9→32	9→10→11→18→19→22→25→28→30→32	9.71	11→24	11→18→19→22→25→24	7.51
9→33	9→10→11→18→19→22→25→28→30→32→33	13.21	11→25	11→18→19→22→25	4.61
9→34	9→10→11→18→19→22→25→28→30→32→33 →34	15.31	11→26	11→18→19→22→25→26	6.18
			11→27	11→18→19→22→25→28→27	8.2
			11→28	11→18→19→22→25→28	5.33
10→11	10→11	1.03	11→29	11→18→19→22→25→28→30→29	9.42
10→12	10→11→12	1.99	11→30	11→18→19→22→25→28→30	6.53
10→13	10→11→12→13	2.91	11→31	11→18→19→22→25→28→30→29→31	10.46
10→14	9→10→11→12→13→14	3.88	11→32	11→18→19→22→25→28→30→32	7.46
10→15	9→10→11→12→13→14→15	4.71	11→33	11→18→19→22→25→28→30→32→33	11.23
10→16	10→17→16	2.98	11→34	11→18→19→22→25→28→30→32→33→34	13.33
10→17	10→17	2.08			
10→18	10→11→18	3.1			
10→19	10→11→18→19	4.02	12→13	12→13	0.95
10→20	10→11→18→19→20	4.92	12→14	12→13→14	1.89
10→21	10→11→18→19→20→21	5.86	12→15	12→13→14→15	2.72
10→22	10→11→18→19→22	4.68	12→16	12→19→18→17→16	4.96
10→23	10→11→18→19→22→23	6.39	12→17	12→19→18→17	4.06
10→24	10→11→18→19→22→25→24	8.54	12→18	12→19→18	3
10→25	10→11→18→19→22→25	5.64	12→19	12→19	2.08
10→26	10→11→18→19→22→25→26	7.21	12→20	12→13→20	2.96
10→27	10→11→18→19→22→25→28→27	9.23	12→21	12→13→20→21	3.88
10→28	10→11→18→19→22→25→28	6.36	12→22	12→19→22	6.66
10→29	10→11→18→19→22→25→28→30→29	10.45	12→23	12→19→22→23	4.45
10→30	10→11→18→19→22→25→28→30	7.56	12→24	12→19→22→25→24	6.6
10→31	10→11→18→19→22→25→28→30→29→31	11.49	12→25	12→19→22→25	3.7
10→32	10→11→18→19→22→25→28→30→32	8.76	12→26	12→19→22→25→26	5.27

垃圾車的神祕路線

節點 起始 點→點	路徑走法	距離 (成本)	節點 起始 點→點	路徑走法	距離 (成本)
12→27	12→19→22→25→28→27	7.29	14→25	14→21→20→19→22→25	5.45
12→28	12→19→22→25→28	4.42	14→26	14→21→20→19→22→25→26	7.02
12→29	12→19→22→25→28→30→29	8.51	14→27	14→21→20→19→22→25→28→27	9.04
12→30	12→19→22→25→28→30	5.52	14→28	14→21→20→19→22→25→28	6.17
12→31	12→19→22→25→28→30→29→31	9.55	14→29	14→21→20→19→22→25→28→30→29	10.26
12→32	12→19→22→25→28→30→32	6.82	14→30	14→21→20→19→22→25→28→30	7.37
12→33	12→19→22→25→28→30→32→33	10.32	14→31	14→21→20→19→22→25→28→30→29→31	11.3
12→34	12→19→22→25→28→30→32→33→34	12.42	14→32	14→21→20→19→22→25→28→30→32	8.57
			14→33	14→21→20→19→22→25→28→30→32→33	12.07
			14→34	14→21→20→19→22→25→28→30→32→33→34	14.17
13→14	13→14	0.94			
13→15	13→14→15	1.77			
13→16	13→20→19→18→17→16	5.79	15→16	15→14→21→20→19→18→17→16	7.54
13→17	13→20→19→18→17	4.89	15→17	15→14→21→20→19→18→17	6.64
13→18	13→20→19→18	3.83	15→18	15→14→21→20→19→18	5.58
13→19	13→20→19	2.91	15→19	15→14→21→20→19	4.66
13→20	13→20	2.01	15→20	15→14→21→20	3.76
13→21	13→20→21	2.95	15→21	15→14→21	2.82
13→22	13→20→19→22	2.57	15→22	15→14→21→20→19→22	5.32
13→23	13→20→19→22→23	5.28	15→23	15→14→21→20→19→22→23	7.03
13→24	13→20→19→22→25→24	7.43	15→24	15→14→21→20→19→22→25→24	9.18
13→25	13→20→19→22→25	4.53	15→25	15→14→21→20→19→22→25	6.28
13→26	13→20→19→22→25→26	6.1	15→26	15→14→21→20→19→22→25→26	7.85
13→27	13→20→19→22→25→28→27	8.12	15→27	15→14→21→20→19→22→25→28→27	9.87
13→28	13→20→19→22→25→28	5.25	15→28	15→14→21→20→19→22→25→28	7
13→29	13→20→19→22→25→28→30→29	9.34	15→29	15→14→21→20→19→22→25→28→30→29	11.09
13→30	13→20→19→22→25→28→30	6.45	15→30	15→14→21→20→19→22→25→28→30	8.2
13→31	13→20→19→22→25→28→30→29→31	10.38	15→31	15→14→21→20→19→22→25→28→30→29→31	12.13
13→32	13→20→19→22→25→28→30→32	7.65	15→32	15→14→21→20→19→22→25→28→30→32	9.4
13→33	13→20→19→22→25→28→30→32→33	11.15	15→33	15→14→21→20→19→22→25→28→30→32→33	12.9
13→34	13→20→19→22→25→28→30→32→33→34	13.25	15→34	15→14→21→20→19→22→25→28→30→32→33→34	15
14→15	14→15	0.83	16→17	16→17	0.9
14→16	14→21→20→19→18→17→16	6.71	16→18	16→17→18	1.96
14→17	14→21→20→19→18→17	5.81	16→19	16→17→18→19	2.88
14→18	14→21→20→19→18	4.75	16→20	16→17→18→19→20	3.78
14→19	14→21→20→19	3.83	16→21	16→17→18→19→20→21	4.72
14→20	14→21→20	2.93	16→22	16→17→18→19→22	3.54
14→21	14→21	1.99	16→23	16→17→18→19→22	5.25
14→22	14→21→20→19→22	4.49	16→24	16→17→18→19→22→25→24	7.4
14→23	14→21→20→19→22→23	6.2	16→25	16→17→18→19→22→25	4.5
14→24	14→21→20→19→22→25→24	8.35	16→26	16→17→18→19→22→25→26	6.07

垃圾車的神祕路線

節點 起始 點→點	路徑走法	距離 (成本)	節點 起始 點→點	路徑走法	距離 (成本)
16→27	16→17→18→19→22→25→28→27	8.09	18→33	18→19→22→25→28→30→32→33	9.16
16→28	16→17→18→19→22→25→28	5.22	18→34	18→19→22→25→28→30→32→33→34	11.26
16→29	16→17→18→19→22→25→28→30→29	9.31			
16→30	16→17→18→19→22→25→28→30	6.42			
16→31	16→17→18→19→22→25→28→30→29→31	9.35	19→20	19→20	0.9
16→32	16→17→18→19→22→25→28→30→32	7.82	19→21	19→20→21	1.84
16→33	16→17→18→19→22→25→28→30→32→33	11.12	19→22	19→22	0.66
16→34	16→17→18→19→22→25→28→30→32→33→34	13.22	19→23	19→22→23	2.37
			19→24	19→22→25→24	4.52
			19→25	19→22→25	1.62
17→18	17→18	1.06	19→26	19→22→25→26	3.19
17→19	17→18→19	1.98	19→27	19→22→25→28→27	5.21
17→20	17→18→19→20	2.88	19→28	19→22→25→28	2.34
17→21	17→18→19→20→21	3.82	19→29	19→22→25→28→30→29	6.43
17→22	17→18→19→22	2.64	19→30	19→22→25→28→30	3.54
17→23	17→18→19→22	4.35	19→31	19→22→25→28→30→29→31	7.47
17→24	17→18→19→22→25→24	6.5	19→32	19→22→25→28→30→32	4.74
17→25	17→18→19→22→25	3.6	19→33	19→22→25→28→30→32→33	8.24
17→26	17→18→19→22→25→26	5.17	19→34	19→22→25→28→30→32→33→34	10.34
17→27	17→18→19→22→25→28→27	7.19			
17→28	17→18→19→22→25→28	4.32			
17→29	17→18→19→22→25→28→30→29	8.41	20→21	20→21	0.94
17→30	17→18→19→22→25→28→30	5.52	20→22	20→19→22	1.56
17→31	17→18→19→22→25→28→30→29→31	8.45	20→23	20→19→22→23	3.27
17→32	17→18→19→22→25→28→30→32	6.72	20→24	20→19→22→25→24	5.42
17→33	17→18→19→22→25→28→30→32→33	10.22	20→25	20→19→22→25	2.52
17→34	17→18→19→22→25→28→30→32→33→34	12.32	20→26	20→19→22→23→26	4.08
			20→27	20→19→22→25→28→27	6.11
			20→28	20→19→22→25→28	3.24
18→19	18→19	0.92	20→29	20→19→22→25→28→30→29	7.33
18→20	18→19→20	1.82	20→30	20→19→22→25→28→30	4.44
18→21	18→19→20→21	2.76	20→31	20→19→22→25→28→30→29→31	8.37
18→22	18→19→22	1.58	20→32	20→19→22→25→28→30→32	5.64
18→23	18→19→22→23	3.29	20→33	20→19→22→25→28→30→32→33	9.14
18→24	18→19→22→25→24	5.44	20→34	20→19→22→25→28→30→32→33→34	11.24
18→25	18→19→22→25	2.54			
18→26	18→19→22→23→26	4.1			
18→27	18→19→22→25→28→27	6.13	21→22	21→20→19→22	2.5
18→28	18→19→22→25→28	3.26	21→23	21→20→19→22→23	4.21
18→29	18→19→22→25→28→30→29	7.35	21→24	21→20→19→22→25→24	6.36
18→30	18→19→22→25→28→30	4.46	21→25	21→20→19→22→25	3.46
18→31	18→19→22→25→28→27→29→31	8.51	21→26	21→20→19→22→23→26	5.02
18→32	18→19→22→25→28→30→32	5.66	21→27	21→20→19→22→25→28→27	7.05



垃圾車的神祕路線

節點 起始 點→點	路徑走法	距離 (成本)	節點 起始 點→點	路徑走法	距離 (成本)
21→28	21→20→19→22→25→28	4.18	24→32	24→25→28→30→32	6.02
21→29	21→20→19→22→25→28→30→29	8.27	24→33	24→25→28→30→32→33	9.52
21→30	21→20→19→22→25→28→30	5.38	24→34	24→25→28→30→32→33→34	11.62
21→31	21→20→19→22→25→28→30→29→31	9.31			
21→32	21→20→19→22→25→28→30→32	6.58			
21→33	21→20→19→22→25→28→30→32→33	10.09	25→26	25→26	1.57
21→34	21→20→19→22→25→28→30→32→33→34	12.18	25→27	25→28→27	3.59
			25→28	25→28	0.72
			25→29	25→28→30→29	4.82
22→23	22→23	1.71	25→30	25→28→30	1.92
22→24	22→25→24	3.86	25→31	25→28→30→32→31	6.04
22→25	22→25	0.96	25→32	25→28→30→32	3.12
22→26	22→23→26	2.52	25→33	25→28→30→32→33	6.62
22→27	22→25→28→27	4.55	25→34	25→28→30→32→33→34	8.72
22→28	22→25→28	1.68			
22→29	22→25→28→30→29	5.77			
22→30	22→25→28→30	2.88	26→27	26→25→28→27	5.16
22→31	22→25→28→30→29→31	6.81	26→28	26→25→28	2.29
22→32	22→25→28→30→32	4.08	26→29	26→25→28→30→29	6.38
22→33	22→25→28→30→32→33	7.58	26→30	26→25→28→30	3.49
22→34	22→25→28→30→32→33→34	9.68	26→31	26→25→28→30→29→31	7.42
			26→32	26→25→28→30→32	4.69
			26→33	26→25→28→30→32→33	8.19
23→24	23→26→25→24	5.28	26→34	26→25→28→30→32→33→34	10.29
23→25	23→26→25	2.38			
23→26	23→26	0.81			
23→27	23→26→25→28→27	5.97	27→28	27→28	2.87
23→28	23→26→25→28	3.1	27→29	27→29	1.34
23→29	23→26→25→28→30→29	8.86	27→30	27→28→30	4.07
23→30	23→26→25→28→30	5.97	27→31	27→29→31	2.38
23→31	23→26→25→28→30→29→31	9.9	27→32	27→28→30→32	5.27
23→32	23→26→25→28→30→32	7.17	27→33	27→28→30→32→33	8.77
23→33	23→26→25→28→30→32→33	10.67	27→34	27→28→30→32→33→34	10.87
23→34	23→26→25→28→30→32→33→34	12.77			
			28→29	28→30→29	4.09
24→25	24→25	2.9	28→30	28→30	1.2
24→26	24→25→26	4.47	28→31	28→30→29→31	5.13
24→27	24→27	1.1	28→32	28→30→32	2.4
24→28	24→25→28	3.62	28→33	28→30→32→33	5.9
24→29	24→27→29	2.44	28→34	28→30→32→33→34	8
24→30	24→25→28→30	4.82			
24→31	24→27→29→31	3.48			

垃圾車的神祕路線

節點 起始 點→點	路徑走法	距離 (成本)	節點 起始 點→點	路徑走法	距離 (成本)
29→30	29→30	2.89			
29→31	29→31	1.04			
29→32	29→31→32	3.96			
29→33	29→31→32→33	7.46			
29→34	29→31→32→33→34	9.56			
30→31	30→29→31	3.93			
30→32	30→32	1.2			
30→33	30→32→33	4.7			
30→34	30→32→33	6.8			
31→32	31→32	2.92			
31→33	31→32→33	6.42			
31→34	31→32→33→34	8.52			
32→33	32→33	3.5			
32→34	32→33→34	5.6			
33→34	33→34	2.1			

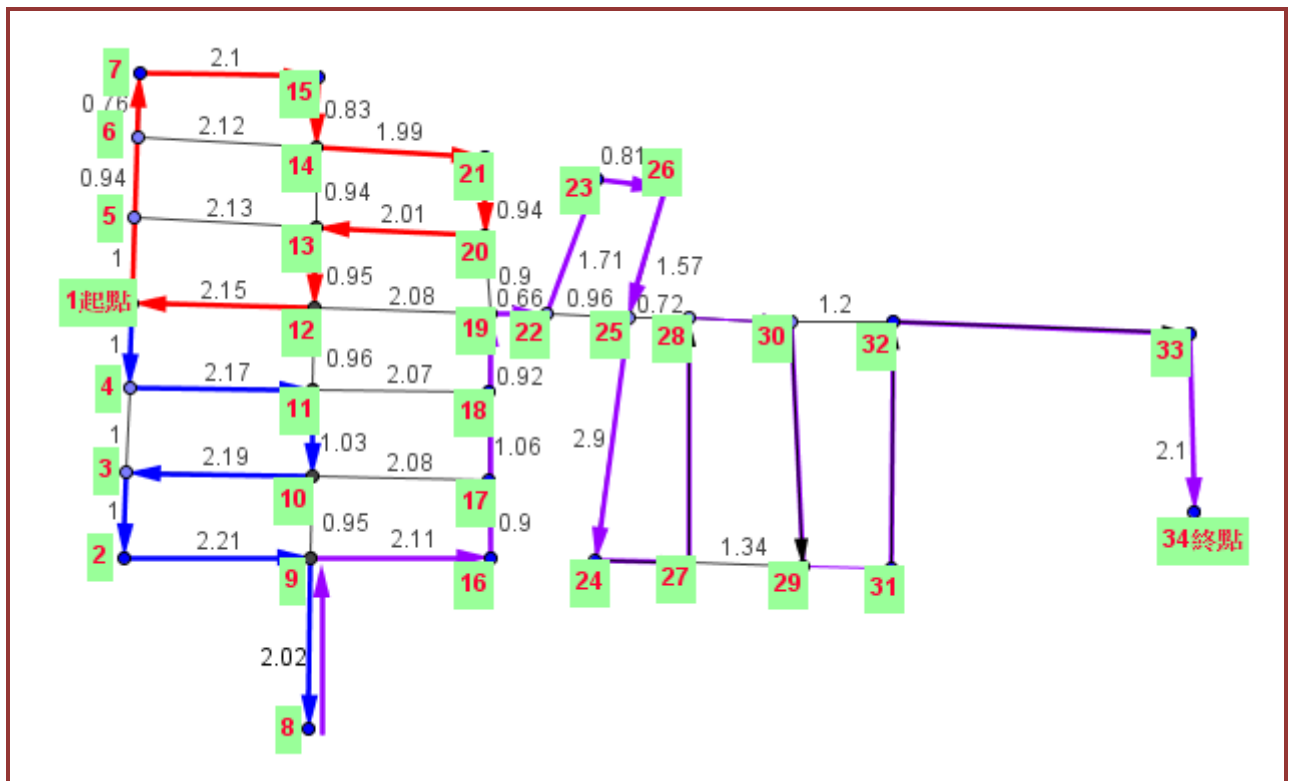
(2)、 算出全程最短路徑：

節點 起始 點→點	路徑走法	距離 (成本)
點 1→點 19	1→5→6→7→6→5→1→4→3→2→9→8→9→16→17→10→11→18→19→12→13→14→15→14→21→20→19	33.22
點 1→點 19	1→5→6→7→15→14→21→20→13→12→1→4→11→10→3→2→9→8→9→16→17→18→19	32.3
點 19→點 34	19→22→23→26→25→28→30→32→31→29→27→24→25→28→30→32→33→34	25.89
點 19→點 34	19→22→23→26→25→24→27→28→30→29→31→32→33→34	25.27
全程 點 1→點 34	1→5→6→7→15→14→21→20→13→12→1→4→11→10→3→2→9→8→9→16→17→18→19→22→23→26→25→24→27→28→30→29→31→32→33→34	57.57

## 垃圾車的神祕路線

### 二、研究結果：

- (一)、觀察發現節點 19 扮演重要關鍵。可以用節點 19 將整個垃圾車清運路線分成左、右兩個部分。兩部分分開獨立計算，可簡化問題，計算上也更有效率。進行兩部分組合、比較，算出全程最短、最佳路徑
- (二)、吉安鄉福興村垃圾清運最佳路徑規畫，經計算後，得到的最後結果為：1→5→6→7→15→14→21→20→13→12→1→4→11→10→3→2→9→8→9→16→17→18→19→22→23→26→25→24→27→28→30→29→31→32→33→34，最短距離（最少成本）為：57.57。此路線即為垃圾車清運之最佳路徑。
- (三)、數學 GeoGebra 軟體模擬垃圾車最佳路徑規畫清運路徑圖：



### 參●結論

- 一、不是任何圖形都能一筆畫好，要看圖形本身所包含的「奇數頂點」的數目。
- 二、「奇數頂點」的數目是 0 或 2，則能一筆畫完。且一定要以其中一個奇數頂點開始，結束於另一個奇數頂點。
- 三、頂點都是「偶數頂點」，則可從任何一點開始而回到原點。起點和終點相同，描繪完一個圖形，其開頭等於結尾。
- 四、不能一筆畫圖形，所需要畫好的最少筆數是該圖中所含奇數頂點個數的一半。且必須以其中一個奇數頂點為起點，才能以最少筆數畫成。
- 五、「一筆畫原理」應用在垃圾車繞行街道時，「奇數頂點」的數目越少越好，則收集垃圾時，重覆走的路線就會越少，也能達成節能減碳的目的。

## 垃圾車的神祕路線

六、最佳路線探討的過程中，使用旅行銷售員問題（Traveling Salesman Problem）最佳求解法中的窮舉法，但窮舉法包含了許多繁雜重複的計算，找出關鍵節點，將所有節點，分成兩部分討論，能將問題簡化，便能精確算出問題的結果。

七、不同於台北、新北市、是定點收取垃圾，吉安鄉現行的垃圾清運方式是隨叫隨停、沿路清運，本研究僅針對節點作為清運垃圾的條件，我們希望未來能以其他不同的條件，例如：節點和節點間的線段、清運時間、耗油量…等做不同的研究及結果的比較，從中找出符合吉安鄉最節省成本的清運方法。

八、建議：

(一)、中興保全集團開發的「全國通垃圾網」APP，由吉安鄉清潔隊率先使用：

- 1、目前只限智慧型手機版和平板版，使用雖方便，但畫面顯示完整性、清晰度、效能性和操作上都不及電腦，建議能開發電腦版嘉惠吉安鄉民。
- 2、「全國通垃圾網」APP，顯示垃圾車未行駛路線（紅色圓點）和已行駛完路段（藍色實線），無法獲悉垃圾車的完整行駛路徑方向。

(二)、花蓮縣吉安鄉清潔隊網站內，提供各村垃圾清運路線圖，清楚呈現各村垃圾車行進方向，但因為是4年前資訊，少部分路線已更新，且垃圾車車號錯誤，和「全國通垃圾網」APP中各路線車號不符合，建議如經費許可，能提供及時資訊，便於民眾參考，補強APP無法提供路線參考方向的功能。

## 肆●引註資料

一、書籍：

- (一)、徐力行（2003）。沒有數字的數學。天下文化。
- (二)、徐力行（2011）。動物園裡的數學：網路時代一定要懂的圖形理論。天下文化。

二、期刊雜誌：

- (一)、林易瑩、李旻昊、黃士睿（2012）。台東市區垃圾車最佳路徑之探討。第52屆花東區科學展覽會。數學科高中組佳作。
- (二)、劉建成。一筆畫的遊戲。北區跨縣市國中「數學遊戲教學活動與工作單設計」工作坊。
- (三)、彭欽隱、劉志龍、邱子惠、王璿葦（1986）。怎樣一筆畫。第52屆全國中小學科展。初小組數學科第二名。

三、電子網路資料：

- (一)、維基百科：柯尼斯堡七橋問題。2015年9月28日，取自：  
<https://zh.wikipedia.org/wiki/%E6%9F%AF%E5%B0%BC%E6%96%AF%E5%A0%A1%E4%B8%83%E6%A1%A5%E9%97%AE%E9%A2%98>。
- (二)、GeoGebra。2015年9月28日，取自：<http://www.geogebra.org/cms/>