

投稿類別：自然科學類

篇名:

瓶蓋「發射」-拋物線與空氣阻力

作者：

林郁軒。花蓮縣立自強國民中學。八年一班

丁文棋。花蓮縣立自強國民中學。八年一班

指導老師：

李漢昌老師

徐彥哲老師

壹●前言

一、研究動機

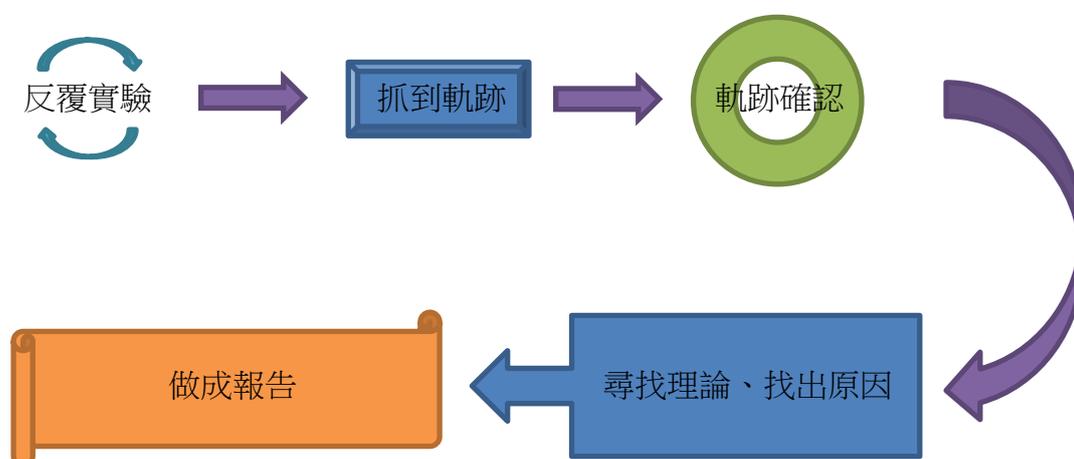
我們最近在網路上發現了一種叫做「瓶蓋棒球」的東西，後來我們也開始玩這種棒球，而在我們開始學習如何投出厲害的變化球時，我們也在此時開始思考為什麼這樣投可以投出能夠飛一段距離後就旋轉的變化球，而不知道為什麼，每次我們投球時別人可以先知道這顆球會飛多遠，所以我們也開始思考為什麼我們預估的球的路徑都不對，於是，我們便開始了瓶蓋棒球的路徑研究。

二、研究目的

本研究的研究目的為以下三項:

- (一) 找出為何瓶蓋飛行的路徑會與拋物線有所差異?
- (二) 找出發射出的瓶蓋要以多少角度丟會比較遠?
- (三) 探討為何 20 度時的射程比 40 度遠?
- (四) 探討實際路徑和預估路徑差異的地方。

三、研究流程



貳●正文

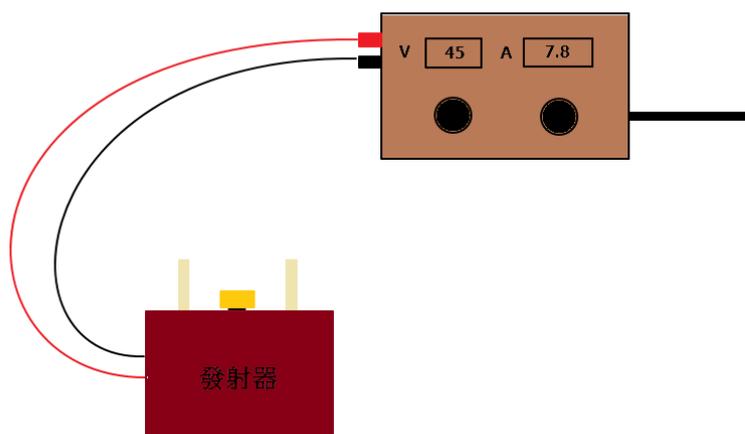
本研究為了使瓶蓋飛行的軌跡盡量一致，製作了一台可以調輸出馬力及轉速的瓶蓋發射器，並且為了準確地抓出軌跡，使用了電腦比對完後再由人工確認一次，在實驗過後，都會使用程式進行軌跡的確認，最後再經由書籍、網際網路等

資料找出瓶蓋的飛行路徑及為何會這樣飛的原因，並製作成報告。

一、實驗製做

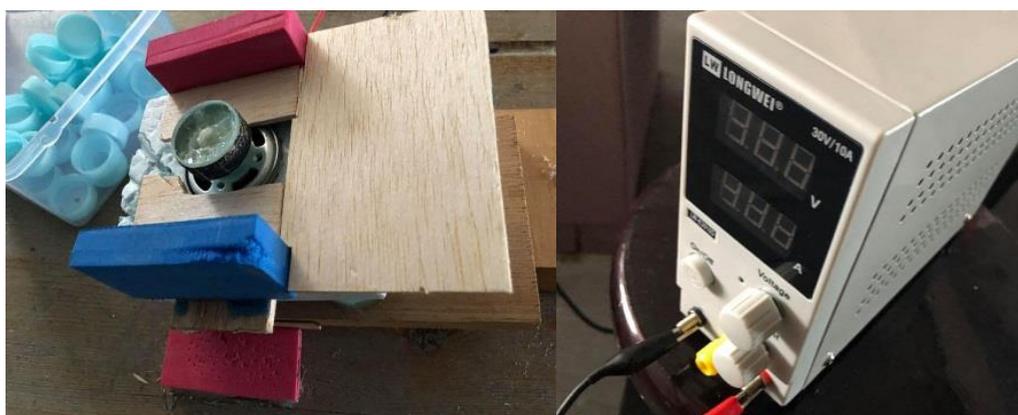
(一)實驗器材的介紹

實驗器材會關係著實驗的數據準不準確因此十分的重要，我們為了防止實驗數據不準確，因而使用了可調式變壓器及一些器材來準備，並且實驗時要是砂紙大量磨損，也會替換。



圖一、實驗所用的發射器的製作方式

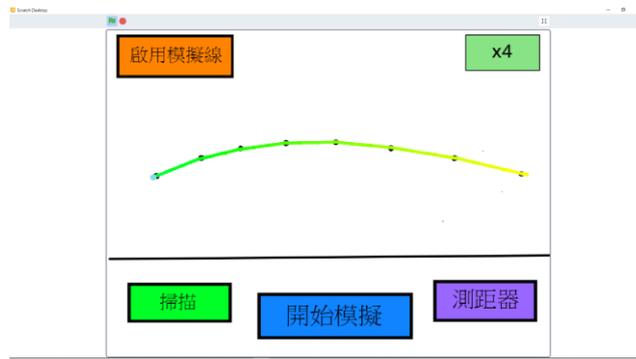
由上圖可看到本次實驗所使用的發射器大致結構(發射器有墊高)，而下圖則是實際所製作的發射器，右圖為可調式變壓器，左圖則是我們製作的發射器:



圖二、實驗器材圖

而下圖則是我們製作的重新模擬實驗時所飛行的路徑的模擬器剪取圖，這個模擬器能夠模擬拋物線、實際比較、比例尺、標點等功能:

瓶蓋「發射」-拋物線與空氣阻力



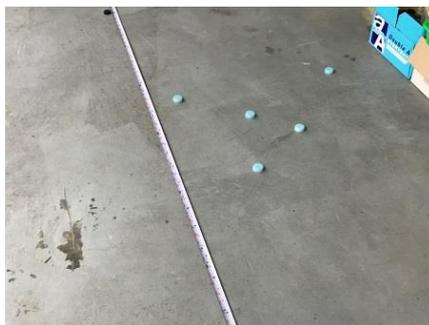
圖三、拋物線模擬器

以下為我們的實驗器材:



圖四、實驗器材圖

上圖分別為發射器、變壓器、馬達以及量角器；下圖則是我們瓶蓋發射後的結果圖:



圖五、實驗結果圖

下圖為不同角度拍攝的結果圖:



圖六、第二次實驗結果圖

(二)實驗的過程

實驗的過程為實驗中最重要的地方，而實驗的流程需要設計，以下為實驗大致的流程:



以下為實驗過後我們所得到的尚未處理過的影片剪取圖:



圖三、實驗時攝影機的图片

二、軌跡

(一)20 度的軌跡

在經過實驗後就要開始介紹我們的結果了，以下為經過我們用電腦依據軌跡畫出的圖片(有先墊高發射器):



圖四、20 度時的路徑圖

依據上圖再用電腦確認後可以得出角度在 20 度時雖然看不太出有甚麼不像拋物線的地方，但是在經由電腦模擬實際的模擬拋物線後，還是找出了有些不一樣:



圖五、20 度的實際與預估比對

上圖中的藍色為電腦的預估路線，由這張圖你發現距離有些不同了吧!而瓶蓋的實際飛行距離平均為 334.6cm，不過如果單單只是這樣有可能是因為某些變因而造成的誤差，並不能使人信服，於是我們相繼著 20 度的實驗又做了 40 度的實驗，而實驗方法及操作時的電壓、流量等都與 20 度的實驗一樣。

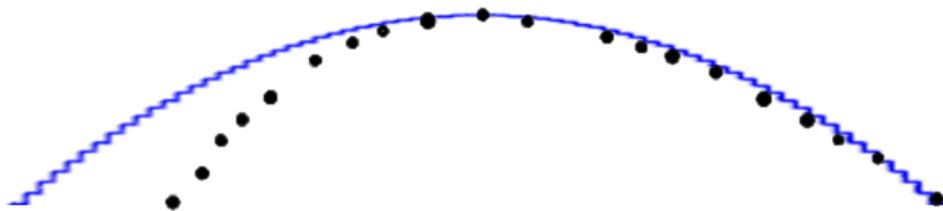
(二)40 度的軌跡

接下來是我們的 40 度的實驗後的抓到的軌跡和比較圖(有先墊高發射器):



圖六、40 度時的路徑圖

上圖已經可以比較容易看出與拋物線似乎有些不同了(由於是使用人工加上電腦比對，所以點的大小有些不一制)，這時，如果再把預估的拋物線路徑放進去的話:



圖七、40 度的實際與預估比對

由上圖可以較明顯的看到實際的路徑與預估的路徑有較明顯的差異了，這個角度時的平均飛行距離為 295.2cm，而 40 度的飛行距離比 20 度近(距離)，這些線條其實也是一種函數圖形「任何一個函數 $u=f(x)$ 的圖形都是由平面上的 x, u 座標以 $u=f(x)$ 連繫起來的各點所構成。」(數學是什麼 2011 年 2 月)，而軌跡的部分就到此告一段落，接下來讓我們來說明一下為何會造成這樣的差異!

三、造成差異的原因

當旋轉物體的旋轉角速度向量與物體飛行速度向量不重合時「**旋轉角速度向量和移動速度向量組成的平面相垂直的方向上將產生一個橫向力!**」(維基百科 2019 年 8 月 28 日更新) 在經由我們搜尋資料、查閱書籍後，我們了解到了造成實際軌跡與預估軌跡上的差異所造成的因素極有可能是因為馬格努斯效應。由於物體旋轉可以帶動周圍流體旋轉，使得物體一側的流體速度增加，另一側流體速度減小，換句話說，如果這是在一個真空室中，並且沒有其他外力引響，那麼發射出的瓶蓋就會較符合拋物線了。

現在我們已經知道了為什麼會造成這樣的誤差了，但是我們在知道有空氣阻力後，那要如何丟才可以丟得很遠，而且比較省力呢?

四、如何計算

- (一) 從馬達的說明書中能得知，在 1.5 狀況下，扭力 10kgw 等於 44.1Nt，乘上力矩 1.4 得角動量為 X，因此可推算出，瓶蓋初速度 V 為 $X / \text{質量}$ 。(V 約為 24.7)
- (二) 將 V 分成兩個分力，分別為 V_x 、 V_y 且 $V_x = V \cos \theta$ $V_y = V \sin \theta$ 。
- (三) 瓶蓋受地心引力給予的 9.8m/s^2 ，若忽略空氣阻力則能推算出瓶蓋到最高點的時間 $t = V_y / 9.8 \text{m/s}^2$ ，因此能推算出最高點。

五、利用實驗知道怎麼丟最遠

在知道上面的公式後，我們現在就要來教大家如何丟才能最遠了，我們有先自行做過實驗，而我們在親自做過實驗後，也已經了解了角度應該在 10~30 度間才是最遠的，因為當角度超過 30 度後瓶蓋的距離就開始變近了，而以下為我們做的 20 度與 45 度的數據比較(單位 CM):

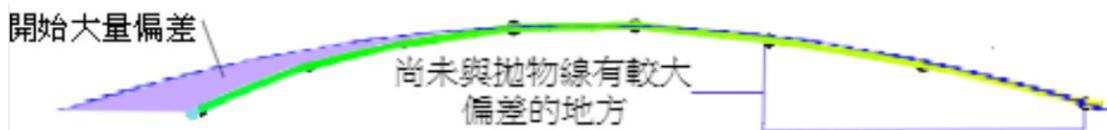
324	334	337	334	344	1673	平均334.6	20度
327	332	318	308	291	1476	平均295.2	45度

圖八、數據比較圖

由上圖可以知道 20 度時的距離明顯大於 40 度，就算是以最大值來看，也是 20 度比較大。

六、探討差異

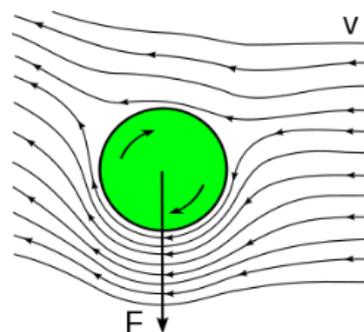
接下來是我們最重要了地方了，下面是我們把上面的圖片做更細緻的講解及說明:



圖九、20 度的詳細講解圖

由上圖可以看到一開始比較沒有什麼誤差，但是從超過一半開始就有了較大的誤差。其實造成這個結果的馬格努斯效應從剛發射到瓶蓋落地都在發生，只是由於前面才剛發生而已，往前的力量還沒完全轉換成上升力，而到最後當力量已經用盡時，便開始發生自然的下墜現象，因而造成瓶蓋到後面時已經沒有甚麼往前，卻反而往下墜的現象!

右圖為馬格努斯效應的示意圖，其中「V」代表風速，方向「F」對造成壓力較低一邊的力量，你可以藉由這個示意圖了解到馬格努斯效應所造成的結果一球向下掉，不過與我們的差別在旁邊的示意圖是指球往下轉時所產生的力。(也就是這個力讓球下降)



圖十、馬格努斯效應示意圖

七、為什麼 20 度發射角會比 40 度遠

(一)實驗數據的比較

在直接開始講 20 度與 40 度以前，讓我們先用 0 度與 40 度做比喻，首先，我們共做了 30 次的 0 度時的實驗，以下為我們的 30 次的紀錄(有墊高發射器):

254	256	260	273	288	290	298	305	336	360	2920
281	286	290	291	299	300	307	326	334	309	3023
267	273	280	281	305	309	317	325	325	335	3017
										8960
										2987

圖十一、0 度的 30 次總結圖

由上圖可以發現 0 度時的平均距離約為 298.7cm，可是 45 度角時的平均距離為 295.2cm，0 度時的發射距離居然比 45 度時遠！讓我們來講解一下為何會這樣吧！

(二)問題解決

由上面的數據中知道，這些都是在發射器有墊高的狀態下，由此會發現幾件事：

- 1、如果沒有墊高的話 0 度應該會發射不出去。
- 2、因為有墊高，因此可以知道差異應該是從瓶蓋低於發射器時發生的（也就是 45 度的瓶蓋在沒有低於發射器前飛的距離，就是 45 度的瓶蓋一開始所領先 0 度的距離）。

在知道上面的幾件事後，接下來我們要來說明為什麼了，會造成這樣的結果其實也是因為瑪格努斯效應，但是由於角度不同，40 度的較大量被全部轉換成升力，因此 40 度的射程才會反而比 0 度的短，20 度的也是一樣的概念，最主要的差別在角度不同，不過，要是沒有墊高的話情況可能會不一樣喔！

八、實驗總結

馬格努斯效應告訴了我們為什麼飛行會有誤差「向前運動的球在以順時針方向旋轉時，左側由於迎著氣流運動，受到的空氣摩擦力會更大。」(華人百科 2019 年 10 月 2 日) 因為摩擦力不同，因而造成球行進時有差異，而瓶蓋的路徑會有差異，也是因為這樣。

參●結論

- 一、會造成瓶蓋有誤差的原因是因為馬格努斯效應。
- 二、發射時應該用 20~30 度發射出去會比較遠。
- 三、瓶蓋在後面才開始快速下降是因為發射出往前的力量到後面已經大部分被轉換了。
- 四、會造成 20 度的飛行距離比 45 度時來的長的原因是 45 度的面積較大，而阻力也因此增加。

肆●引註資料

- 1.瑞赫德·庫蘭特 赫伯特·羅賓斯 伊恩·史都華(2011)。數學是什麼。台北:左岸文化。
- 2.馬格努斯效應-維基百科
<https://zh.wikipedia.org/wiki/%E9%A9%AC%E6%A0%BC%E5%8A%AA%E6%96%AF%E6%95%88%E5%BA%94>
- 3.馬格努斯效應-華人百科
<https://www.itsfun.com.tw/%E9%A6%AC%E6%A0%BC%E7%B4%8D%E6%96%AF%E6%95%88%E6%87%89/wiki-145075-509835>