

投稿類別：自然科學

篇名：『翻轉陀螺』之探究

作者：

李芳芸。花蓮縣立壽豐國中。八年禮班。

吳宜蓉。花蓮縣立壽豐國中。八年禮班。

邱裕友。花蓮縣立壽豐國中。七年義班。

林祐民。花蓮縣立壽豐國中。七年義班。

指導老師：

陳錦松老師

陳霽語老師

壹●前言

一、研究動機

我們常在電視、社交媒體上看到一些魔術的表演，而一次偶然的機會，恰巧看到了翻轉陀螺的影片，於是我們便開始製作翻轉陀螺；在第一次看到翻轉陀螺時，只覺得很神奇，為什麼一個陀螺原本是轉軸朝上的旋轉，但是過了一段時間，卻會變為輪軸朝下轉動？這部有關翻轉陀螺的影片激起了我們的好奇心，就讓我們一起來探討翻轉陀螺的翻轉奧秘吧！

我們上網尋找有關翻轉陀螺的資料，發現以往有些人會使用乒乓球或是木頭來自製翻轉陀螺，我們想，既然乒乓球、木頭能夠製作翻轉陀螺，那學校的 3D 列印是不是也可以製作出翻轉陀螺呢？於是我們結合學校的 3D 列印來製作出獨一無二的翻轉陀螺；而且使用 3D 列印製作翻轉陀螺的好處很多，我們不但可以自己調整陀螺的尺寸大小，還可以選擇自己喜歡的顏色。

我們每週四晚上都會跟老師一起進修，所以我們使用的軟體是 123D 軟體，這個 123D 軟體的操作介面簡單，但是所製作出的陀螺都無法轉太久，當我們正在苦惱之時，學校老師告訴我們翻轉陀螺是利用重心原理來進行翻轉，不過 123D 並無法找出重心位置，於是數學老師告訴我們計算重心的公式，但對於國中生的我們來說公式實在太複雜，於是老師問我們要不要挑戰 Solidworks 程式，我們持著好奇心學習，便試著使用 Solidworks 程式來找出翻轉陀螺的重心位置。

二、研究目的

1. 翻轉陀螺的基本物理性質分析。
2. 自製 3D 列印翻轉陀螺。
3. 觀察各尺寸對翻轉陀螺的影響。
4. 模擬分析陀螺翻轉的原理。

三、研究方法與架構

本研究先透過文獻分析、實驗室實驗法的研究方式，探討翻轉陀螺研究流程如圖所示：

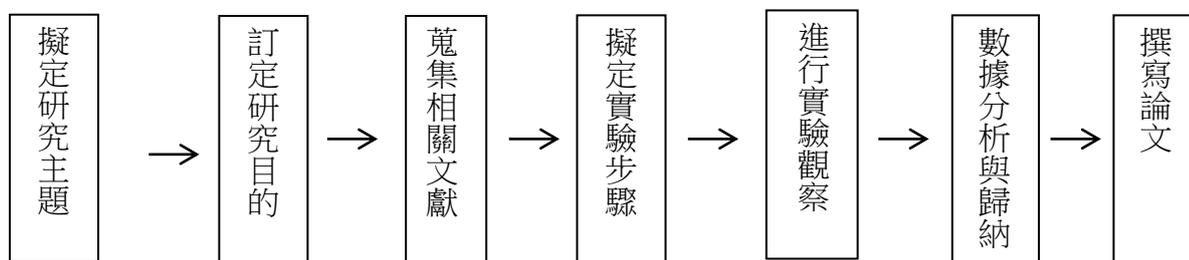


圖 1：研究架構圖

貳●正文

一、文獻探討與研究過程

(一)、翻轉陀螺的基本物理性質分析

由於我們是國中生，對於翻轉陀螺的原理及計算重心的方式，並不了解，於是我們詢問了學校老師，翻轉陀螺重心的計算方式，而老師用了一張圖來讓我們能夠更了解翻轉陀螺其重心的計算方式(如圖 2)，我們先假設重心為 X，並且將圓形圖 A1 半徑設為 R、方形圖 A2 寬設為 A、長設為 H、長條圖 A4 長設為 L，接著我們再開始進行計算。

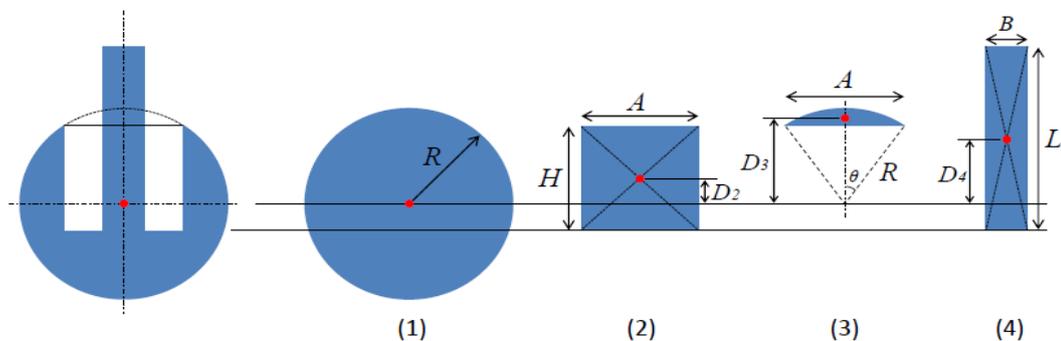


圖 2、陀螺剖面圖

經由老師講解，我們得知翻轉陀螺的剖面圖，是由 4 個圖形所組成(如圖 2，而翻轉陀螺的重心計算方式，就是先將 A1 面積*0(因為陀螺中心點就是 A1 中心點，所以為 0)減掉 A2 面積*D2(也就是 A2 重心點與 A1 中心點的距離)在減掉 A3 面積*D3(A3 重心點與 A1 中心點的距離)，接著再加上 A4*D4(A4 重心點與 A1 中心點的距離)，最後在 A1-A2-A3+A4，就可以算出翻轉陀螺的重心位置，而其中圖(3)的計算方式為 $\frac{1}{2}R^2(2\theta - \sin 2\theta)$ ；而 D3 的計算方式為 $\frac{2R^3 \sin^3 \theta}{A3*3}$ ，我們最後可以得到計算重心的方程式為 $X = \frac{[(A1*D1)-(A2*D2)-(A3*D3)+(A4*D4)]}{(A1-A2-A3+A4)}$ ，不過由於手算得到的數據可能不正確，所以我們利用老師推薦的 solidworks 程式來計算重心位置(如圖 3)。

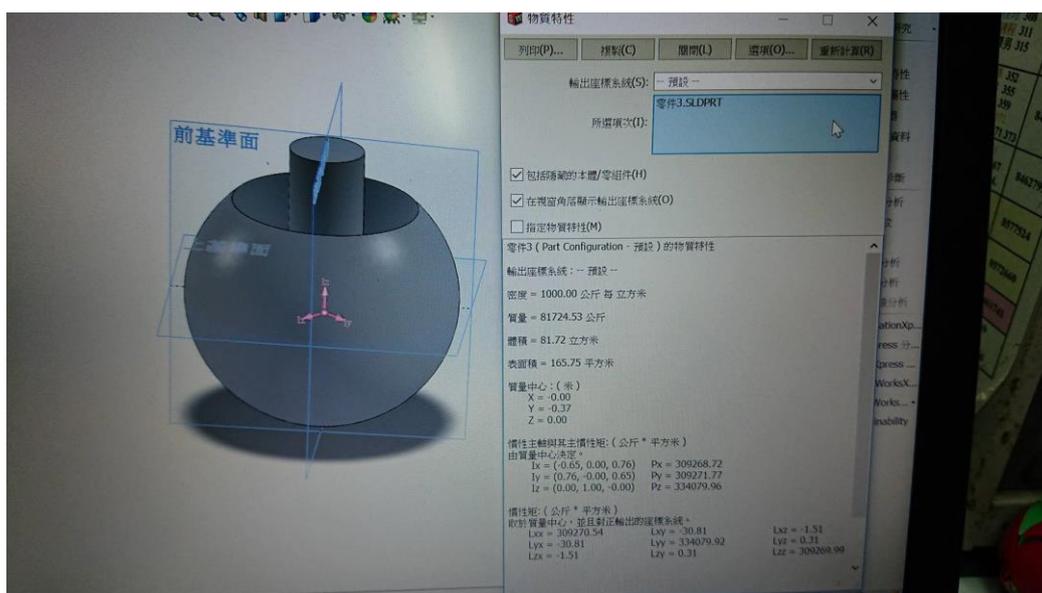


圖 3、我們利用 solidworks 程式來計算翻轉陀螺重心位置

我們發現翻轉陀螺的原理複雜，而很多專業論文會牽扯到艱深的數學，我們做了簡單的整理，簡略的介紹翻轉陀螺的翻轉原理：

- (1) 我們發現，翻轉陀螺的結構重心與球心的位置必須不一樣；一個質量分配均勻的球體轉動時，球心和重心的位置一樣，但是翻轉陀螺的球體，由於缺了一部份(上半部)，因此重心比球心稍微低了一些(如圖 4、引自國立台中教育大學 NTCU 科學教育與應用學系)。

- (2) 翻轉陀螺轉動時，由於球面與地面的接觸點，並不是位於轉軸上，所以會使接觸點產生滑動(如圖 5、引自國立台中教育大學 NTCU 科學教育與應用學系)。
- (3) 由於接觸點進行滑動，因而產生摩擦力，而摩擦力產生了使陀螺倒立所需的力矩(引自國立台中教育大學 NTCU 科學教育與應用學系)。

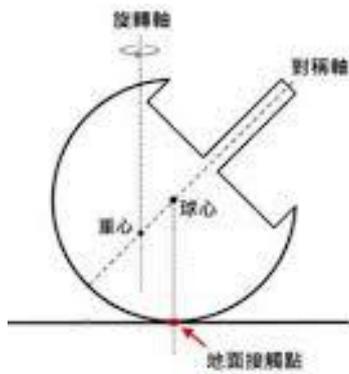


圖 4 陀螺重心圖

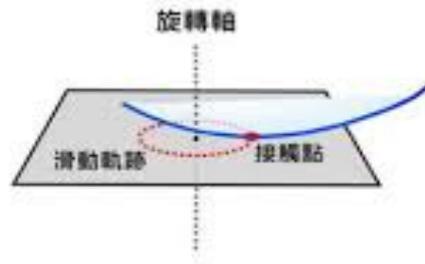


圖 5 陀螺滑動軌跡

我們發現在陀螺倒轉後，雖然由陀螺同一側觀察，其自轉方向相同，但從實驗係座標來看，其旋轉方向是不同的，這也意味著倒轉前後角動量上下相翻，即理論上角速度由快至慢漸漸至零，再從翻方向逐漸增加，然而實際上外力矩不夠大，及摩擦力較小，因此實際上角速度會由快至慢，在翻轉方向加快。

(二)、 自製 3D 列印翻轉陀螺

我們原本是使用 123D 軟體來進行繪圖(如圖 6)，但因為所製作出的翻轉陀螺都無法知道翻轉陀螺的重心位置，所以我們使用 solidworks 程式來進行繪製，不過 solidworks 程式較 123D 軟體難，所以在我們向老師學習時，吃到了很多苦頭、遇到了很多難關、很多挫折，不過我們最後還是克服了這些難關、這些苦頭，學完了利用 solidworks 程式來繪製翻轉陀螺的方法；在我們使用 solidworks 程式的時候，我們會先在前基準面上畫一個圓形圖，接著再圓形圖中間畫一條直線，將圓形圖變成兩個半圓形圖，再將多餘的半圓形圖消除，然後再使用旋轉填充功能將半圓形圖變為一個圓球，然後在圓球上方新增一個新的平台，並在平台上中央畫一個圓形，使用拉長除料這個功能，在圓球中央挖一個洞，接著在洞中央畫一個比較小的圓形，再拉出一個圓柱，就能完成我們的翻轉陀螺了(如圖 7)。

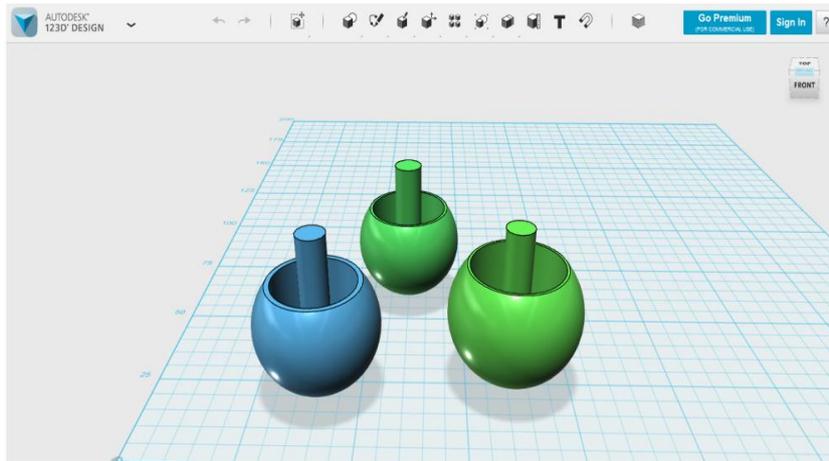


圖 6 我們運用 123D 軟體進行繪製



圖 7、我們使用 solidworks 程式完成了翻轉陀螺

(三)、 觀察各尺寸對翻轉陀螺的影響與模擬分析陀螺翻轉的原理

我們用了 5 種不同顏色的 PLA 材料來製作翻轉陀螺，分別為黑色、紅色、粉紅色、白色、藍色製作，不過黑色的翻轉陀螺在我們轉的時候，陀螺中間的軸被摔斷了，所以後面便沒有寫到黑色翻轉陀螺的數據，我們從我們列印的陀螺裡頭，挑了 4 個陀螺，來進行測試，而這 4 個陀螺的總長、圓直徑、軸直徑、凹槽直徑皆不相同(如表 1)；我們測試了這 4 個陀螺(如圖 8)所示，而這 4 個陀螺倒轉所需時間、倒轉時間也不相同(如表 2、表 3、圖 9、圖 10)。

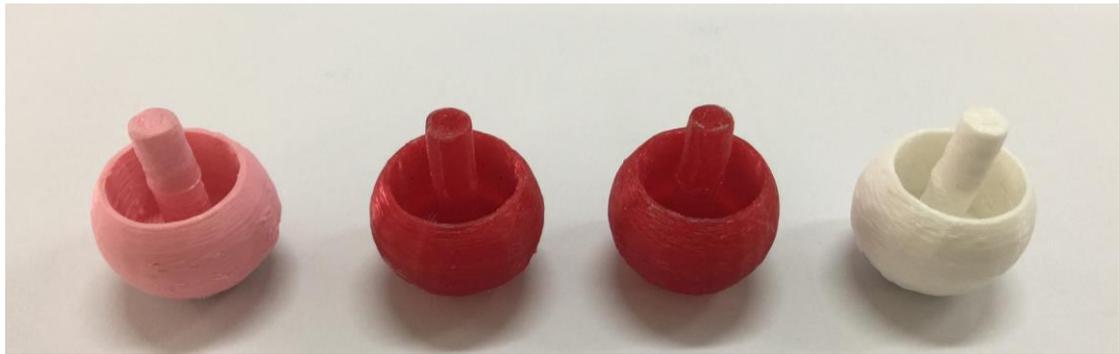


圖 8 3D 繪圖所列印完成的 4 個陀螺，進行實驗測試

表 1 、4 個陀螺的尺寸

	粉紅陀螺	紅陀螺 1	紅陀螺 2	白陀螺
總長(mm)	32.62	32.67	32.90	32.67
圓直徑(mm)	28.03	27.53	27.60	27.69
軸直徑(mm)	7.00	7.24	6.90	7.03
凹槽直徑(mm)	18.27	18.12	19.16	18.64

表 2 、翻轉陀螺的倒轉站立秒數

	粉紅陀螺	紅陀螺 1	紅陀螺 2	白陀螺
測量時間 1	6.94	3.26	0	6.16
測量時間 2	7.66	4.78	6.35	6.45
測量時間 3	10.39	3.98	4.39	8.18
測量時間 4	7.35	6.35	4.52	4.00
平均倒轉秒數	8.1175	4.5925	3.815	6.1975

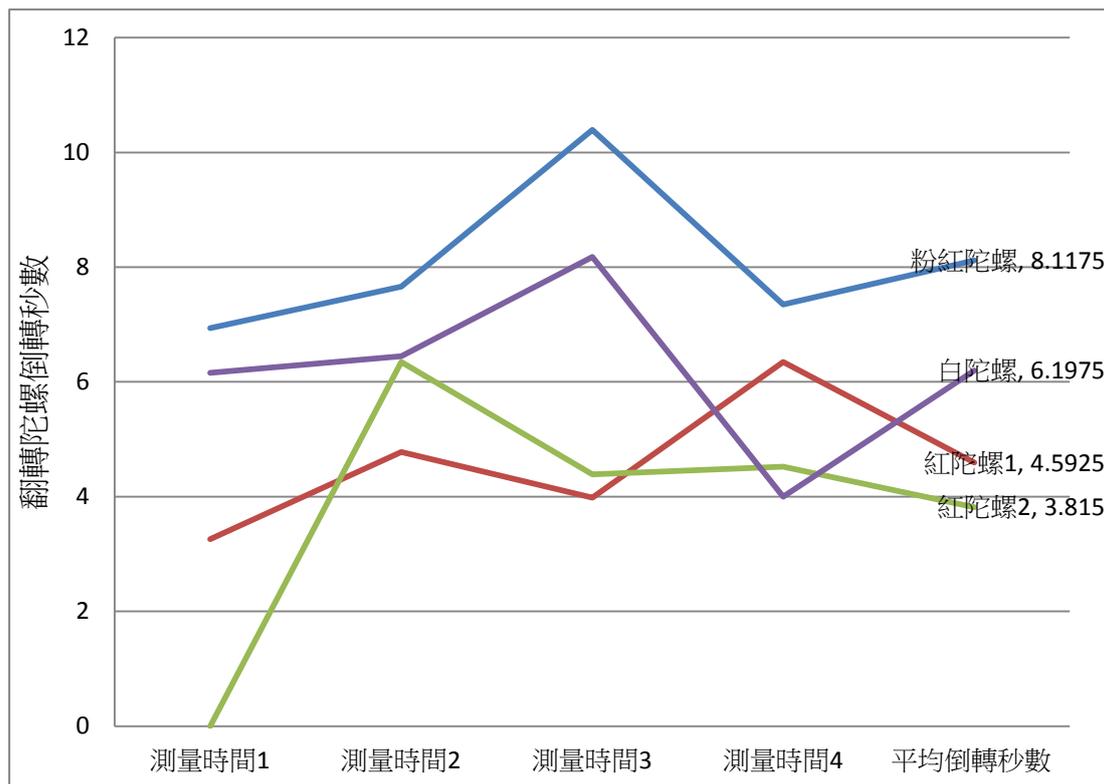


圖 9 翻轉陀螺的倒轉站立秒數

由上面的表格可以得知粉紅色的翻轉陀螺翻轉後，能夠繼續轉的秒數最長；反之，紅色的翻轉陀螺 2 能夠繼續轉的時間最短；因此我們可以知道單單從翻轉秒數來看粉紅色陀螺是 4 個陀螺中最穩定的；紅色的翻轉陀螺 2 則是 4 個陀螺中最不穩定的。

表 3、翻轉陀螺倒轉所需時間

	粉紅陀螺	紅陀螺 1	紅陀螺 2	白陀螺
測量時間 1	3.63	5.20	9.28	1.89
測量時間 2	3.44	2.72	4.08	1.59
測量時間 3	3.07	1.48	9.50	1.52
測量時間 4	3.58	3.78	3.10	1.51
倒轉所需時間 平均秒數	3.43	3.295	6.49	1.605

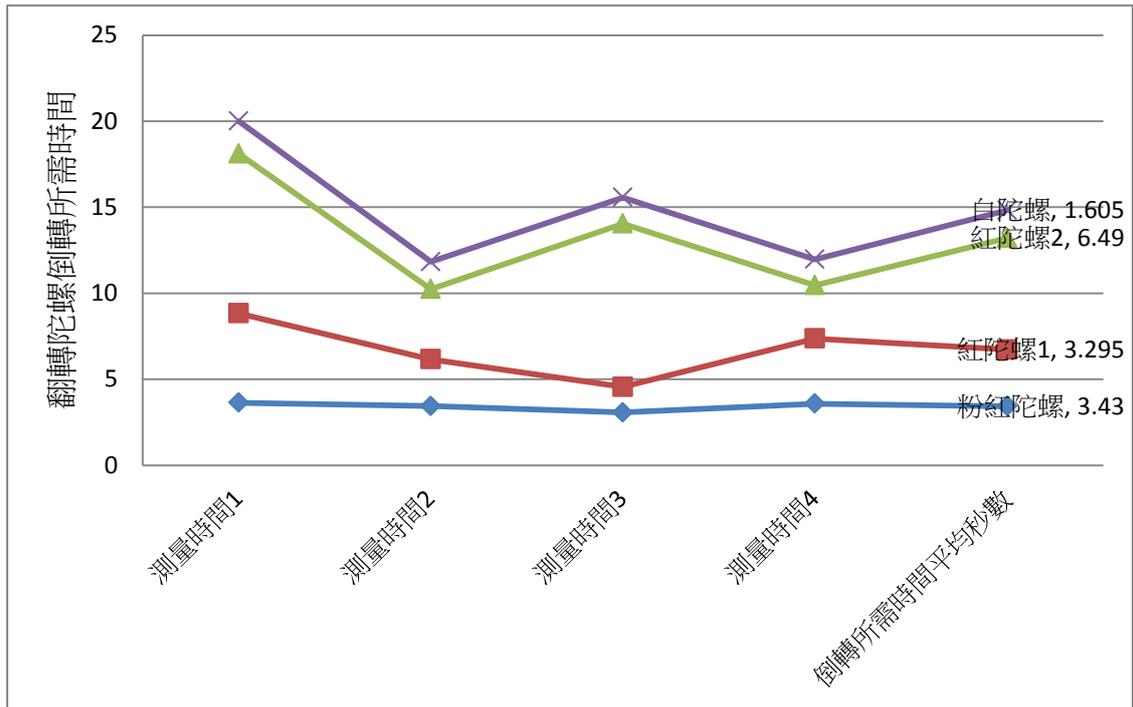


圖 10 4 個翻轉陀螺倒轉所需時間

根據實驗結果得知，白色的翻轉陀螺翻轉所需時間最短；反之，粉紅色的翻轉陀螺翻轉所需時間最長，我們單單從倒轉所需時間來看，白色的翻轉陀螺，是 4 個陀螺最快、所需時間最短的；而粉紅色的陀螺，則是 4 個陀螺最慢、所需時間最長的。

二、 研究結果

(一)、 對翻轉陀螺的基本物理性質分析

翻轉陀螺具有底部為圓形且重心低於其圓心的特性，旋轉這種陀螺時會由正立狀態變為倒立狀態，這是因為倒立旋轉才是它的穩定態。

(二)、 自製 3D 列印翻轉陀螺

翻轉陀螺的結構與一般陀螺不同，翻轉陀螺因為少了一部分；而我們照著市售翻轉陀螺的外型來繪製我們的 3D 陀螺，而在繪製的過程中，我們發現就算只是一個微小誤差，也有可能對陀螺造成影響。

(三)、 觀察各尺寸對翻轉陀螺的影響

我們發現轉軸越長，旋轉時陀螺轉軸晃動角度越大，而翻轉螺需要的即是讓

朝上旋轉的轉軸晃動的效果，才能逐漸翻轉；如果轉軸太短，陰力臂太小，轉動力矩太小，所以陀螺不易晃動；但轉軸如果太長，因力臂較大，轉動力矩也較大，所以翻轉後旋轉時的晃動程度也較大，以致於穩定性不構，所以翻轉後繼續旋轉時間也不久。

(四)、 模擬分析陀螺翻轉的原理。

在我們試過了好幾次的變更後，我們終於利用 123D 製作出一顆能夠轉 20 秒以上的翻轉陀螺了，它的圓半徑是 14mm、柄長是 10.95mm，它的凹槽半徑是 10mm、凹槽深度是 15mm，我們用它成功的在磁磚上轉出了 28.4 秒 (如圖 11)

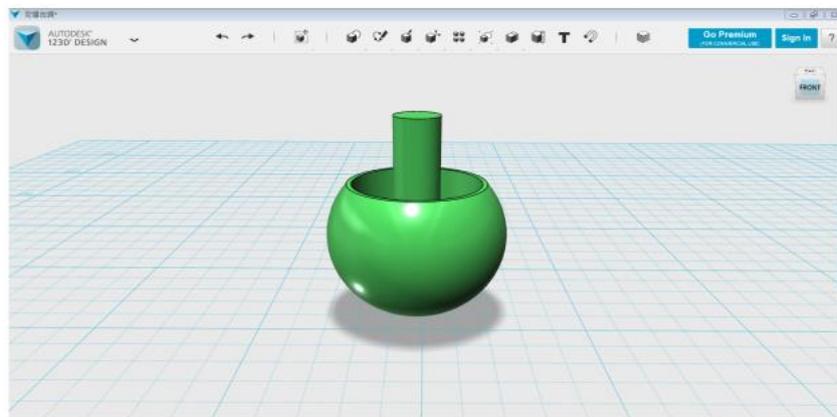


圖 11 這是我們使用 123D 繪製的陀螺當中，最佳的翻轉陀螺

參●結論

經由我們這次的製作，我們發現若是只要繪製簡易的物品，那麼使用 123D 就可以了，因為 123D 的操作簡單，不過 123D 的精確度不高；如果需要較複雜的物品，那麼可能就要使用 solidworks 程式，因為 solidworks 的數值較精準，所製作出的物品，精細度也就會更高。

而我們觀察我們繪製出的倒轉陀螺，可以發現倒轉陀螺輪軸朝上旋轉時，因陀螺重心位於球體重心下方，故陀螺會從輪軸朝上旋轉，會逐漸變為輪軸朝下旋轉；當翻轉陀螺翻轉成輪軸朝下旋轉時，重心就移動至球體中心的上方，成為與傳統基本型陀螺一樣的穩定旋轉模式；而翻轉陀螺翻轉原因是因為陀螺重量分布不均，以至於陀螺在旋轉時會晃動，但經基本觀察可以得知，陀螺重量篇底部，所以翻轉後重心位置移至上方，到切點的角度變小，晃動角度變得較小，因此而翻轉。

我們也了解到雖然翻轉陀螺的翻轉看似簡單，不過克勞賽維茲曾說：「簡單不表示容易。」所以萬物的運行雖然簡易，但若以圖形、模型分析，其數學袁禮又是何等複雜，可見翻轉陀螺在學術仍有很大的空間可以努力，也希望我們的小論文報告能讓更多人認識翻轉陀螺。

肆●參考資料

一、圖書資料

1. 陳柏廷等(2009)。翻滾吧！陀螺。台中縣第49屆科展國小組物理科：
http://science.boe.tcc.edu.tw/up49/82_第49屆科展物理科-翻滾吧！陀螺_翁子國小.pdf
2. 張孔博等(2002)。魔力？摩力！我的陀螺會倒立。第42屆全國科展國中組物理科：
<http://activity.ntsec.gov.tw/activity/race-1/42/pdf/d/1/030107.pdf>

二、網路資料

1. NTCU 科學遊戲實驗室
<http://scigame.ntcu.edu.tw/power/power-023.html>