（附件1）河內塔四根柱分盤規律及最少步數（來源：本小組分析整理）

四根柱盤數 m	1	2	3	4	5	6	7	8
盤數最佳分法	（0,0）	（1,0）	（1,1）	（2,1）	（3,1）	（3,2）	（4,2）	（5,2）
最少步數 $S_4(m)$	1	3	5	9	13	17	25	33
步數差 $J_4(m)$	1	2	2	4	4	4	8	8

有 2 個 2 步差　　有 3 個 4 步差

四根柱盤數 m	9	10	11	12	13	14	15	16
盤數最佳分法	（6,2）	（6,3）	（7,3）	（8,3）	（9,3）	（10,3）	（10,4）	（11,4）
最少步數 $S_4(m)$	41	49	65	81	97	113	129	161
步數差 $J_4(m)$	8	8	16	16	16	16	16	32

有 4 個 8 步差　　有 5 個　16 步差

四根柱盤數 m	17	18	19	20	21	22	23	24
盤數最佳分法	（12,4）	（13,4）	（14,4）	（15,4）	（15,5）	（16,5）	（17,5）	（18,5）
最少步數 $S_4(m)$	193	225	257	289	321	385	449	513
步數差 $J_4(m)$	32	32	32	32	32	64	64	64

有 6 個　32 步差　　有 7 個　64 步差

四根柱盤數 m	25	26	27	28	29	30	31	32
盤數最佳分法	（19,5）	（20,5）	（21,5）	（22,5）	（22,6）	（23,6）	（24,6）	（25,6）
最少步數 $S_4(m)$	577	641	705	769	897	1025	1153	1281
步數差 $J_4(m)$	64	64	64	64	128	128	128	128
四根柱盤數 m	33	34	35	36	37	38	39	40
盤數最佳分法	（26,6）	（27,6）	（28,6）	（28,7）	（29,7）	（30,7）	（31,7）	（32,7）
最少步數 $S_4(m)$	1409	1537	1665	1793	2049	2305	2561	2817
步數差 $J_4(m)$	128	128	128	128	256	256	256	256

有 8 個 128 步差

四根柱盤數 m	41	42	43	44	45	46	47	48
盤數最佳分法	（33,7）	（34,7）	（35,7）	（36,7）	（36,8）	（37,8）	（38,8）	（39,8）
最少步數 $S_4(m)$	3073	3329	3585	3841	4097	4609	5121	5633
步數差 $J_4(m)$	256	256	256	256	256	512	512	512

有 9 個　256 步差

盤　　數 m	49	50	51	52	53	54	55	56
盤數最佳分法	（40,8）	（41,8）	（42,8）	（43,8）	（44,8）	（45,8）	（45,9）	（46,9）
最少步數 $S_4(m)$	6145	6657	7169	7681	8193	8705	9217	10241
步數差 $J_4(m)$	512	512	512	512	512	512	512	1024

有 10 個 512 步差

盤　　數 m	57	58	59	60	61	62	63	64
盤數最佳分法	（47,9）	（48,9）	（49,9）	（50,9）	（51,9）	（52,9）	（53,9）	（54,9）
最少步數 $S_4(m)$	11265	12289	13313	14337	15361	16385	17409	18433
步數差 $J_4(m)$	1024	1024	1024	1024	1024	1024	1024	1024

（附件2）河內塔五根柱分盤規律及最少步數（來源：本小組分析整理）

五根柱盤數 m	1	2	3	4	5	6	7	8
盤數最佳分法	(0,0,0)	(1,0,0)	(1,1,0)	(1,1,1)	(2,1,1)	(3,1,1)	(4,1,1)	(4,2,1)
最少步數 $S_5(m)$	1	3	5	7	11	15	19	23
步數差 $J_5(m)$	1	2	2	2	4	4	4	4

有 3 個 2 步差　　有 6 個 4 步差

五根柱盤數 m	9	10	11	12	13	14	15	16
盤數最佳分法	(4,3,1)	(4,3,2)	(5,3,2)	(6,3,2)	(7,3,2)	(8,3,2)	(9,3,2)	(10,3,2)
最少步數 $S_5(m)$	27	31	39	47	55	63	71	79
步數差 $J_5(m)$	4	4	8	8	8	8	8	8

有 10 個 8 步差

五根柱盤數 m	17	18	19	20	21	22	23	24
盤數最佳分法	(10,4,2)	(10,5,2)	(10,6,2)	(10,6,3)	(11,6,3)	(12,6,3)	(13,6,3)	(14,6,3)
最少步數 $S_5(m)$	87	95	103	111	127	143	159	175
步數差 $J_5(m)$	8	8	8	8	16	16	16	16

有 15 個 16 步差

五根柱盤數 m	25	26	27	28	29	30	31	32
盤數最佳分法	(15,6,3)	(16,6,3)	(17,6,3)	(18,6,3)	(19,6,3)	(20,6,3)	(20,7,3)	(20,8,3)
最少步數 $S_5(m)$	191	207	223	239	255	271	287	303
步數差 $J_5(m)$	16	16	16	16	16	16	16	16
五根柱盤數 m	33	34	35	36	37	38	39	40
盤數最佳分法	(20,9,3)	(20,10,3)	(20,10,4)	(21,10,4)	(22,10,4)	(23,10,4)	(24,10,4)	(25,10,4)
最少步數 $S_5(m)$	319	335	351	383	415	447	479	511
步數差 $J_5(m)$	16	16	16	32	32	32	32	32

有 21 個 32 步差

五根柱盤數 m	41	42	43	44	45	46	47	48
盤數最佳分法	(26,10,4)	(27,10,4)	(28,10,4)	(29,10,4)	(30,10,4)	(31,10,4)	(32,10,4)	(33,10,4)
最少步數 $S_5(m)$	543	575	607	639	671	703	735	767
步數差 $J_5(m)$	32	32	32	32	32	32	32	32

五根柱盤數 m	49	50	51	52	53	54	55	56
盤數最佳分法	(34,10,4)	(35,10,4)	(35,11,4)	(35,12,4)	(35,13,4)	(35,14,4)	(35,15,4)	(35,15,5)
最少步數 $S_5(m)$	799	831	863	895	927	959	991	1023
步數差 $J_5(m)$	32	32	32	32	32	32	32	32

五根柱盤數 m	57	58	59	60	61	62	63	64
盤數最佳分法	(36,15,5)	(37,15,5)	(38,15,5)	(39,15,5)	(40,15,5)	(41,15,5)	(42,15,5)	(43,15,5)
最少步數 $S_5(m)$	1087	1151	1215	1279	1343	1407	1471	1535
步數差 $J_5(m)$	64	64	64	64	64	64	64	64

（附件3）河內塔六根柱分盤規律及最少步數（來源：本小組分析整理）

六根柱盤數 m	1	2	3	4	5	6	7	8
盤數最佳分法	0,0,0,0	1,0,0,0	1,1,0,0	1,1,1,0	1,1,1,1	2,1,1,1	3,1,1,1	4,1,1,1
最少步數 $S_6(m)$	1	3	5	7	9	13	17	21
步數差 $J_6(m)$	1	2	2	2	2	4	4	4

有 4 個 2 步差

六根柱盤數 m	9	10	11	12	13	14	15	16
盤數最佳分法	5,1,1,1	5,2,1,1	5,3,1,1	5,4,1,1	5,4,2,1	5,4,3,1	5,4,3,2	6,4,3,2
最少步數 $S_6(m)$	25	29	33	37	41	45	49	57
步數差 $J_6(m)$	4	4	4	4	4	4	4	8

有 10 個 4 步差

六根柱盤數 m	17	18	19	20	21	22	23	24
盤數最佳分法	7,4,3,2	8,4,3,2	9,4,3,2	10,4,3,2	11,4,3,2	12,4,3,2	13,4,3,2	14,4,3,2
最少步數 $S_6(m)$	65	73	81	89	97	105	113	121
步數差 $J_6(m)$	8	8	8	8	8	8	8	8

六根柱盤數 m	25	26	27	28	29	30	31	32
盤數最佳分法	15,4,3,2	15,5,3,2	15,6,3,2	15,7,3,2	15,8,3,2	15,9,3,2	15,10,3,2	15,10,4,2
最少步數 $S_6(m)$	129	137	145	153	161	169	177	185
步數差 $J_6(m)$	8	8	8	8	8	8	8	8

有 20 個 8 步差

六根柱盤數 m	33	34	35	36	37	38	39	40
盤數最佳分法	15,10,5,2	15,10,6,2	15,10,6,3	16,10,6,3	17,10,6,3	18,10,6,3	19,10,6,3	20,10,6,3
最少步數 $S_6(m)$	193	201	209	225	241	257	273	289
步數差 $J_6(m)$	8	8	8	16	16	16	16	16

六根柱盤數 m	41	42	43	44	45	46	47	48
盤數最佳分法	21,10,6,3	22,10,6,3	23,10,6,3	24,10,6,3	25,10,6,3	26,10,6,3	27,10,6,3	28,10,6,3
最少步數 $S_6(m)$	305	321	337	353	369	385	401	417
步數差 $J_6(m)$	16	16	16	16	16	16	16	16

有 35 個 16 步差

六根柱盤數 m	49	50	51	52	53	54	55	56
盤數最佳分法	29,10,6,3	30,10,6,3	31,10,6,3	32,10,6,3	33,10,6,3	34,10,6,3	35,10,6,3	36,10,6,3
最少步數 $S_6(m)$	433	449	465	481	497	513	529	545
步數差 $J_6(m)$	16	16	16	16	16	16	16	16

會有 35 個 16 步差

六根柱盤數 m	57	58	59	60	61	62	63	64
盤數最佳分法	37,10,6,3	38,10,6,3	39,10,6,3	40,10,6,3	41,10,6,3	42,10,6,3	43,10,6,3	44,10,6,3
最少步數 $S_6(m)$	561	577	593	609	625	641	657	673
步數差 $J_6(m)$	16	16	16	16	16	16	16	16